دانشکده علوم ریاضی و آمار
گروه آمار

پایان‌نامه کارشناسی ارشد
آمار ، گرایش ریاضی

عنوان

استنباط آماری تحت سانسور فزاینده نوع II در آزمون طول عمر شتابنده فشار مرحله‌ای $(SSALT)$

استاد راهنما

دکترفاطمه یوسف زاده

استاد مشاور

دکتر سارا جمهوری

نگارنده

مریم باقری بیلندی

شهریور ۱۳۹۱

چکیده

تحلیل داده های مربوط به طول عمر و زمان بقا در شاخه های مختلف علوم پزشکی، مهندسی و آمار کاربردی (قابلیت اعتماد، مطالعات پزشکی) مورد توجه قرار گرفته است.
از آنجا که معمولاً در این نوع جوامع واحدها از ارزش بالایی برخوردارند، برای صرفه جویی در هزینه و زمان و با توجه به ماهیت آزمایش های مربوط به این داده ها که اغلب همراه با حذف واحدهایی همراه هستند، می توان طی نیم قرن اخیر به اهمیت طرح های سانسور و آزمون های طول عمر شتابنده و نیز مطالعات فراوانی که راجع به استنباط بر اساس نمونه های سانسور شده صورت گرفته،پی برد. در این تحقیق هدف محاسبه برآورد درستنمایی ماکزیمم و برآوردگرهای نااریب و یافتن برآورد فاصله ای دقیق، تقریبی و بوت استرپ می باشد. این برآوردگرها برای توزیع های احتمالی مختلف در آزمون های طول عمر شتابنده با اعمال فشار مرحله ای تحت سانسور فزاینده نوع II به کار می روند.

واژگان کلیدی: آزمون طول عمر شتابنده، احتمال پوشش، اریبی، اطلاع فیشر، روش بوت استرپ، سانسور فزاینده نوعII، فشار مرحله ای، میانگین مربع خطا.
تعداد صفحات پایان نامه: ۱۱۱

تقدیم به

محضر ارزشمند پدر و مادر عزیزم که سجده ی ایثارشان گل محبت را در وجودم پروراند و دامان گهربارشان لحظه های مهربانی را به من آموخت. دو گنجینه ای که شمع وجودشان در آتش عشق سوخت تا گام هایم در راه رسیدن به هدف هیچ گاه لرزان نباشد. در برابر وجود عزیزشان زانوی ادب بر زمین می نهم و با دلی مملو از عشق و محبت بر دستانشان بوسه می زنم.

همسر مهربانم

مظهر عشق، محبت و عاطفه

برادران و خواهران عزیزم

دلنشین ترین نت های موسیقی حیاتم.

خدایا...

اگر تنهاترین تنها شوم، باز خدا هست

او جانشین همه نداشتن‌هاست...

تشکر و قدردانی

بر خود لازم می دانم از تمام کسانی که درسرانجام رسیدن این اثر مرا یاری و مساعدت نمودند قدردانی کنم. از این رو صمیمانه ترین سپاس و قدردانی خود را تقدیم استاد راهنمای گرانقدرم سرکار خانم دکتر فاطمه یوسف زاده می کنم که با نکته های دلاویز، صحیفه های سخن را علم پرور نمودند و همواره راهنما و راهگشایم در اتمام و اکمال این مجموعه بودند، سلامت و سعادت روز افزون ایشان را از درگاه خداوند منان خواستارم.

همچنین مراتب امتنان و سپاسگذاری خویش را از سرکار خانم دکتر سارا جمهوری استاد مشاور بزرگوارم ابراز نموده که در تصحیح و بازنگری این پایان نامه صمیمانه یاری ام رساندند.

از اساتید فاضل و گرامی جناب آقای دکتر محمد خنجری صادق و جناب آقای دکتر مجید رضایی جهت داوری این پایان نامه تشکر نموده و بهروزی و توفیق ایشان را از قادر متعال مسئلت می نمایم.

از پدر گرامی و مادر فداکار و صبورم که در طی سال های تحصیلم نفس خیرشان و دعای روح پرورشان بدرقه ی راهم بود و با مهربانی چگونه زیستن را به من آموختند و از همسر مهربانم که در لحظات حساس، حمایتهای بیدریغ او همراه مطمئن من در پیمودن این راه بوده کمال تقدیر وتشکر را دارم و سلامتی و سعادت این عزیزان را از درگاه خداوند یکتا مسئلت می نمایم.

با سپاس بی دریغ از تمامی دوستان و همکلاسی هایم که به نوعی مرا در تهیه و تدوین این مجموعه صمیمانه یاری دادند، به ویژه خانم افسانه قلی پور، الهام کیوان شکوه، سمانه رشیدی، زهرا زینلی و فائزه ترکیان و وحیده احراری.

مریم باقری بیلندی

شهریور ۱۳۹۱

فهرست مطالب

۱ مفاهیم اولیه ۲

۱.۱ مقدمه ۳

۲.۱ آزمون های طول‌عمر شتابنده وانواع آن ۴

۳.۱ انواع توزیع های طول‌عمر و مدلهای طول‌عمر -فشار ۶

۴.۱ آماره‌های ترتیبی ۱۱

۵.۱ سانسور ۱۱

۱.۵.۱ سانسور از راست ۱۳

۲.۵.۱ سانسور از چپ ۱۳

۳.۵.۱ سانسور فاصله ای ۱۳

۴.۵.۱ سانسور نوع I (سانسور زمان) ۱۴

۵.۵.۱ سانسور نوع II(سانسور شکست) ۱۵

۶.۵.۱ سانسور فزاینده‌ی نوع I ۱۶

۷.۵.۱ سانسور فزاینده‌ی نوع II ۱۶

۶.۱ اطلاع فیشر ۱۹

۷.۱ روش بوت‌استرپ ۲۰

۱.۷.۱ فواصل اطمینان به روش بوت‌استرپ ۲۱

۲ براورد پارامترهای توزیع نمایی ۲۳

۱.۲ مقدمه ۲۴

۲.۲ مدلSSALTتحت سانسور فزاینده‌ی نوع II براساس توزیع نمایی ۲۵

۳.۲ تابع درستنمایی توزیع نمایی در مدل SSALT تحت سانسور فزاینده نوع II . . ۲۶

۴.۲ برآورد پارامترهای توزیع نمایی در مدل SSALT تحت سانسور فزاینده نوع II ۲۸

۵.۲ شبیه سازی ۴۱

۳ برآورد بازه‌ای توزیع نمایی ۴۲
۱.۳ مقدمه ۴۳
۲.۳ فواصل اطمینان برای پارامترهای توزیع نمایی ۴۴
۳.۳ فواصل اطمینان دقیق و تقریبی ۴۵
۴.۳ فواصل اطمینان بوت استرپ ۵۸
۵.۳ شبیه سازی ۶۱
۶.۳ مثال کاربردی ۶۱

۴ برآورد MLE و بازه‌ای برای توزیع وایبل ۷۱
۱.۴ مقدمه ۷۲
۲.۴ توزیع وایبل ۷۳
۳.۴ برآورد درستنمایی ماکزیمم ۷۳
۴.۴ شبیه سازی ۷۷

آ برنامه های شبیه سازی در نرم افزار R ۸۲
آ.۱ برنامه شبیه سازی میزان اریبی و MSE برآوردگرهای MLE توزیع نمایی . . . ۸۳
آ.۲ برنامه شبیه سازی چندک های دقیق کمیت های محوری توزیع نمایی ۸۴
آ.۳ برنامه شبیه سازی چندک های تقریبی کمیت های محوری توزیع نمایی ۸۵
آ.۴ برنامه شبیه سازی احتمال پوشش و میانگین طول بازه اطمینان در روش برآورد بازه ای دقیق برای توزیع نمایی ۸۸
آ.۵ برنامه شبیه سازی احتمال پوشش و میانگین طول بازه اطمینان در روش برآورد بازه ای تقریبی برای توزیع نمایی ۹۰
آ.۶ برنامه شبیه سازی احتمال پوشش و میانگین طول بازه اطمینان در روش برآورد بازه ای بوت استرپ درصدی برای توزیع نمایی ۹۳
آ.۷ برنامه شبیه سازی احتمال پوشش و میانگین طول بازه اطمینان در روش برآورد بازه ای بوت استرپ t- استیودنت شده برای توزیع نمایی ۹۵

آ.۸ برنامه شبیه سازی احتمال پوشش و میانگین طول بازه اطمینان در روش برآورد بازه ای بوت استرپ t - استیودنت شده با استفاده از اطلاع فیشر برای توزیع نمایی ۹۸
آ.۹ برنامه شبیه سازی میزان اریبی و MSE برآوردگرهای MLE توزیع وایبل . . . ۱۰۱

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی ۱۰۴

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی ۱۰۶

مراجع ۱۰۸

پیش گفتار

موارد زیادی وجود دارد که در آزمایش های دنباله ای همه ی واحد های نمونه به نتیجه نرسیده اند و یا اینکه در بیشتر آزمون های طول عمر، زمان شکست تمامی واحدهای تحت بررسی معین نیست، بنابراین آزمایشگر ممکن است مجبور به حذف غیر عمد و یا از پیش طراحی شده برخی از واحدهای تحت برررسی گردد،در واقع می توان گفت با یک نمونه سانسور شده روبرو هستیم.
آزمون های طول عمر شتابنده [۱] (ALT) از جمله روشهایی می باشند که به منظور تعیین توانایی یک محصول در یک دوره کوتاهی از زمان به وسیله ی تسریع سازی شرایط محیطی به کار می روند.
از طرفی کاربرد آزمون های طول عمر شتابنده با اعمال فشار مرحله ای (SSALT) [۲]سبب کاهش زمان و هزینه می گردد که در زندگی امروزه بسیار کاربرد دارد. حال اگر این اعمال فشار به قسمی باشد که روی رخداد تعداد ثابتی از شکست ها تأثیر بگذارد، مدل SSALT تحت سانسور فزاینده نوع II بوجود می آید.
این پایان نامه شامل ۴ فصل است. در فصل اول مقدمات و مفاهیم لازم برای طرح آزمایش های سانسور و آزمون های SSALT وانواع آن مورد بررسی قرار می گیرد و به معرفی روش بوت استرپ و انواع برآورد های بازه ای موجود در این روش می پردازد.
در فصل دوم برآورد پارامترهای توزیع نمایی را بدست می آوریم که شامل برآوردگرهای نااریب و درستنمایی ماکزیمم در مدل SSALT تحت سانسور فزاینده نوع II می باشد.سپس میزان اریبی و MSE برآوردگرهای درستنمایی ماکزیمم [۳] (MLE) را بررسی می کنیم.
در فصل سوم انواع روش های برآورد بازه ای برای پارامترهای توزیع نمایی را بیان می کنیم و با استفاده از شبیه سازی به مقایسه این روشها می پردازیم.
در فصل چهارم نیز به معرفی توزیع وایبل در مدل SSALT تحت سانسور فزاینده نوع II پرداخته ایم و برآوردگرهای درستنمایی ماکزیمم پارامترهای این توزیع را محاسبه کرده و با استفاده از شبیه سازی میزان اریبی و MSE آنها را بررسی کرده ایم.

---
[۱] Accelerated life-testing
[۲] Step-stress accelerated life-testing
[۳] Maximum likelihood estimate

فصل ۱
مفاهیم اولیه

۱.۱ مقدمه

در بسیاری از مواقع ممکن است جمع‌آوری داده‌های مربوط به طول‌عمر یک محصول تحت شرایط نرمال مشکل باشد، لذا به موجب این محدودیت‌ها آزمایشگر با داده‌های سانسور شده و نیز آزمون‌های طول‌عمر شتابنده مواجه است.
استنباط بر مبنای نمونه‌های سانسور طی سالهای اخیر تحت مطالعات فراوانی قرار گرفته است . فرض کنید در آزمایش‌های طول عمر آزمایشگر تمامی شکست‌ها را خواسته یا ناخواسته مشاهده نکند. برای مثال در بعضی از مطالعات مربوط به طول‌عمر ممکن است بعضی از واحدهای گران قیمت در ابتدای آزمایش کنار گذاشته شوند.
از آنجا که کاربرد آزمون‌های ALT سبب ایجاد محدودیت‌هایی روی طول‌عمر واحدهای تحت آزمایش می‌گردد و همچنین داده‌های سانسوریده از موقعیت‌هایی ناشی می‌شوند که در آن آزمایشگر نتواند اطلاعات کاملی برای تمام واحدهای تحت مطالعه به‌دست آورد، بسته به این که داده‌ها چگونه از آزمایش‌های طول‌عمر جمع‌آوری شوند انواع مختلف سانسور به وجود می‌آید که در طول فصل به معرفی بیشتر سانسورها وانواع آن ونیز آزمون های طول عمر شتابنده می‌پردازیم.
به منظور جلوگیری از اتلاف وقت و هزینه اغلب آزمایشگر ممکن است آزمایش را پس از، از کار افتادن r امین واحد متوقف ساخته و یا اینکه تا زمان t منتظر می‌ماند و سپس آزمایش را خاتمه می‌دهد.
لذا می‌توان بیان نمود که مشاهدات به طور طبیعی مرتب شده‌اند. به همین دلیل آماره‌های مرتب در

مطالعه‌ی داده‌های سانسور شده و مباحث طول‌عمر نقش مهمی ایفا می‌کنند که در این بخش توضیح داده خواهند شد.

۲.۱ آزمون های طول‌عمر شتابنده وانواع آن

تحلیل داده‌های مربوط به طول عمر شامل تحلیل تعداد شکست‌های بدست آمده تحت به کارگیری شرایط نرمال می‌باشد که با محدود ساختن طول عمر یک محصول بدست می‌آید.
لذا می‌توان این آزمون‌ها را آزمون‌هایی برای برآوردکردن طول عمر محصولات با پایایی بالا دانست.
در این شیوه محصولات آزمایشی تحت اعمال فشاری بالاتر از حد معمول قرار می‌گیرند که شامل دما، ولتاژ و یا فشار الکتریکی می‌باشد تا خرابی سریعتر از شرایط معمول اتفاق افتد، نتایج حاصل از آزمون که در یک شرایط تسریع شده بدست آمده‌اند در اصطلاح یک مدل فیزیکی مناسب تجزیه وتحلیل می‌گردند.
این آزمونها به دو دسته‌ی آزمون‌های طول‌عمر شتابنده‌ی کیفی و آزمون‌های طول‌عمر شتابنده‌ی کمی قابل تقسیم می‌باشند که به طور مختصر به معرفی آن‌ها می‌پردازیم:
۱. آزمون‌های کیفی:
این آزمون‌ها اغلب به تعیین شکست و نیز چگونگی شکست و شیوه های احتمال دسترسی به شکست بدون به‌کارگیری هرگونه پیش‌گویی در مورد طول عمر محصول (تحت شرایط نرمال) می‌پردازند و اغلب برای نمونه‌های کوچک و تحت کنترل کاربرد دارند، که در صورت درست طراحی نشدن، ممکن است باعث تخریب محصول به شیوه‌هایی که هرگز در طول‌عمر حقیقی خود با آن مواجه نشده است، گردد.
یک آزمون کیفی مناسب آزمونی است که به سرعت سبب آشکارسازی شیوه‌های شکستی گردد که در طول‌عمر محصول تحت شرایط نرمال اتفاق می‌افتد.
در حالت کلی باید بیان نمود که آزمون‌های کیفی، طول‌عمر مشخصه های محصول را تحت به کارگیری شرایط نرمال محدود نمی‌سازد بلکه این آزمون‌ها اطلاعات ارزشمندی را برای انواع سطوح فشاری که آزمایشگر ممکن است از آن‌ها در طول آزمون کمی متوالی بهره گیرد را فراهم سازد.
۲. آزمون‌های کمی:
این آزمون‌ها به پیش بینی طول‌عمر (تحت بکارگیری شرایط نرمال) محصول می‌پردازند و برخلاف آزمون‌های کیفی، شامل آن آزمون‌هایی‌اند که باعث محدود نمودن طول‌عمر مشخصه‌های محصول یا سیستم می‌گردند و به پیش‌بینی طول‌عمر محصول و به موجب آن دسترسی به اطلاعات معتبر و

ارزشمندی از قبیل تعیین احتمال شکست، میانگین طول‌عمر(تحت شرایط بکارگیری) می‌گردند، این آزمون‌ها همچنین می توانند در مقایسه‌ی طرح‌های مختلف و بازگشت هزینه‌های برنامه‌ریزی شده به ما کمک نمایند.

آزمون‌های طول‌عمر شتابنده باید به قسمی انتخاب گردند تا باعث تسریع بخشیدن به شیوه‌های شکست تحت رسیدگی گردند، اما این تسریع بخشیدن به این معنی نیست که باعث تولید شکست‌هایی گردیم که هرگز تحت شرایط نرمال اتفاق نمی‌افتند.

بنابراین می‌توان بیان نمود که در فرآیند طول‌عمر نحوه‌ی انتخاب سطوح فشار و نیز طریقه‌ی اعمال آن از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشد، که این سطوح فشار خارج از حدود خصوصیات و ویژگی‌های یک محصول می‌باشد و در نهایت به خرابی محصول می‌انجامد.

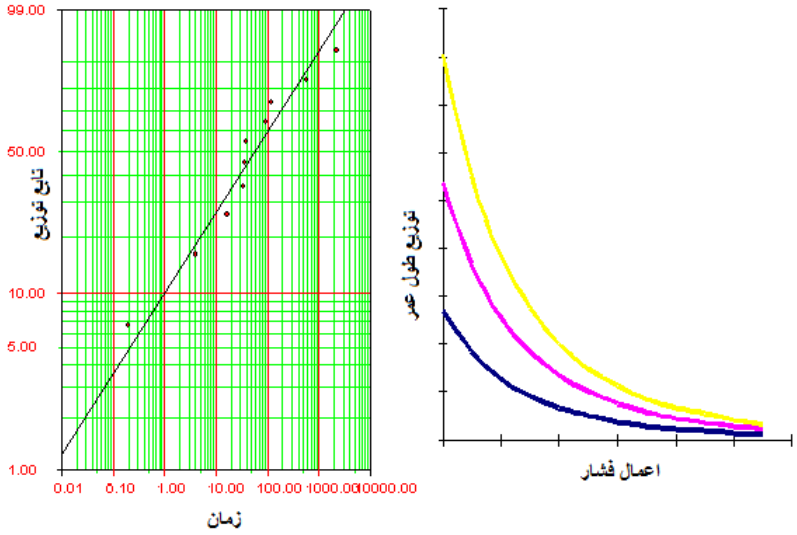
واضح است زمانی که اعمال فشار در یک آزمون طول‌عمر شتابنده بالاتر رود این افزایش فشار

شکل ۱.۱: دامنه‌ی فشار اعمال شده برای یک محصول یا سیستم

مستلزم کاهش زمان آزمایش می‌باشد، اگر چه زمانی که سطوح فشار اعمال شده دورتر از شرایط استفاده شده باشد نمی‌توان در مورد ادامه‌ی روند بطور حتم اظهار نظر نمود و نیز سبب افزایش خطای تخمین در برآوردیابی می‌گردد.

۳.۱ انواع توزیع های طول‌عمر و مدلهای طول‌عمر -فشار

تحلیل داده‌های آزمون طول‌عمر شتابنده شامل یک توزیع طول‌عمر است که به توصیف محصول در سطوح مختلف فشار و ارائه‌ی یک مدل طول عمر- فشار و نیز بیان شیوه‌ای که توزیع طول‌عمر چگونه در سطوح مختلف فشار تغییر می‌کند، می‌پردازند. برای مثال داریم:

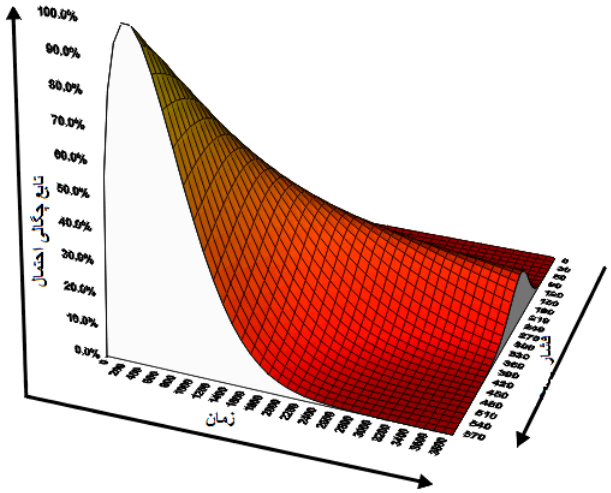


شکل ۲.۱: توزیع طول‌عمر و یک رابطه‌ی طول‌عمر- فشار

ترکیب دو نمودار بالا (یک توزیع طول‌عمر ویک مدل طول‌عمر- فشار) به بیان ارتباط بین توزیع طول عمر مذکور در سطوح مختلف فشار می‌پردازد، نمودار سه بعدی شکل (۳.۱)، بیانگر این ارتباط می‌باشد.

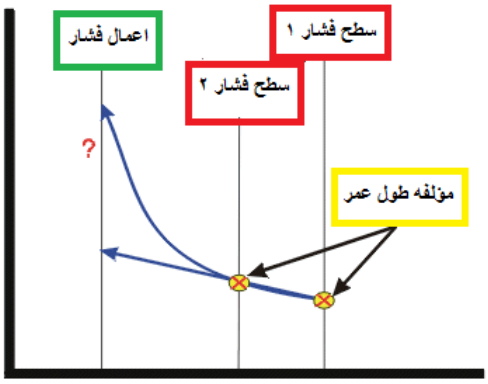
توزیع‌های طول‌عمر، هر نوع توزیعی می‌توانند باشند. اغلب از توزیع‌های وایبل، نمایی و لگ‌نرمال به عنوان توزیع های طول‌عمر استفاده می‌گردد. متناسب با هر توزیع طول‌عمر یک رابطه‌ی طول‌عمر- فشار براساس مشاهده و تجربه به داده ها نسبت داده می‌شود.

اولین گام در انجام تحلیل برای داده‌های آزمون طول‌عمر شتابنده، انتخاب یک توزیع طول‌عمر مناسب می‌باشد. اگرچه به ندرت پیش خواهد آمد یک توزیع مناسبی بتوان انتخاب نمود اما توزیع نمایی نسبت به سایر توزیع‌های طول‌عمر استفاده‌ی گسترده تری دارد که می‌توان دلیل این انتخاب را به خاطر سادگی محاسبات این توزیع دانست (توزیع وایبل و لگ‌نرمال مستلزم محاسبات بیشتر و گسترده تری می‌باشند).



شکل ۳.۱: توزیع طول‌عمر در مقابل طول‌عمر- فشار

دومین گام انتخاب مدلی است که به توصیف یک مؤلفه‌ی طول‌عمر توزیع از یک سطح فشار به سطح دیگر می‌پردازد. این مؤلفه‌های طول‌عمر می‌توانند هر مشخصه‌ای از طول‌عمر از قبیل میانگین، میانه،$R(x)$ یا $F(x)$ باشند که $R(x)$ معرف تابع بقا و $F(x)$ معرف تابع توزیع می‌باشند. این مؤلفه‌ها به عنوان یک تابعی از فشار در نظر گرفته می‌شوند، شکل (۴.۱) بیانگر این مدل می‌باشد. بطور نمونه



شکل ۴.۱: انتخاب یک مدل

مؤلفه‌های طول عمر توزیع‌های مذکور در جدول (۵.۱) آمده است.

به عنوان مثال وقتی که توزیع وایبل را به عنوان توزیع طول‌عمر در نظر بگیریم می‌توان مؤلفه‌ی طول‌عمر را پارامتر مقیاس η انتخاب کرد که مستقل از سطح فشار اعمال شده می‌باشد در حالی که در سطوح مختلف فشار β^* ثابت فرض می‌شود، در نتیجه یک رابطه فشار- طول‌عمر به η اختصاص داده می‌شود.

مؤلفه ی طول عمر	پارامترها	توزیع های طول عمر
پارامتر مقیاس	β^*, η	وایبل
میانگین	λ	نمایی
میانه، مد	$\overline{T}, \sigma^*$	لگ نرمال

شکل ۵.۱: مؤلفه‌های توزیع های طول‌عمر

بعد از انتخاب یک توزیع طول‌عمر مناسب و نیز یک مدلی که ارتباط بین طول‌عمر- فشار را به داده‌های آزمون شتابنده نسبت دهد، سومین گام در تحلیل داده‌ها انتخاب یک روش مناسب جهت برآورد پارامترهای موجود در مدل می‌باشد. از جمله روشهای ممکن برآورد حداقل مربعات و برآورد درستنمایی ماکزیمم می‌باشد.

پس از برآورد پارامترهای مدل، اطلاعات پایای مختلفی از محصول در اختیار ما قرار می‌گیرد که می‌توان این اطلاعات را به شکل زیر دسته بندی نمود:

۱) زمان مورد نیاز برای انجام آزمایش.

۲) نرخ شکست لحظه ای که نشان دهنده رخداد تعداد شکست ها در واحد زمان است.

۳) میانگین طول عمر که اندازه‌ای از متوسط زمان عملیات تا رسیدن به شکست می‌باشد.

۴) $B(X)$ طول‌عمر، که بیانگر زمان خرابی X درصد از واحدها می‌باشد.

بحث تحلیل ALT، تاکنون شامل فرضیاتی بود که فشار اعمال شده روی واحدهای تحت آزمایش نسبت به زمان ثابت فرض می‌شد، اما در حالت کلی این اعمال فشارها براساس مستقل و یا وابسته بودن فشار نسبت به زمان و نیز براساس نحوه‌ی اعمال آن به دو گروه قابل تقسیم می‌باشند:

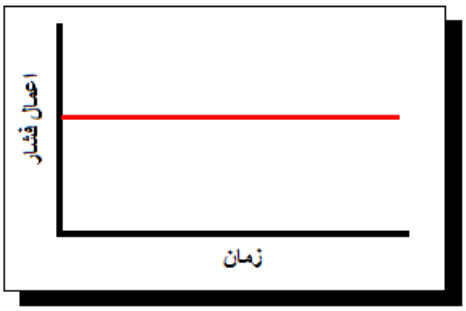
۱. اعمال فشار مستقل از زمان(فشار ثابت):

زمانی که اعمال فشار مستقل از زمان است، این فشار در یک سطح ثابتی روی محصولات تحت آزمایش در واحدهای زمانی مختلف قرار می‌گیرد. به عنوان مثال اگر دما، فشار حرارتی بمورد استفاده‌ای باشد که روی هر واحد تحت آزمایش اعمال شود، (برای مثال$۱۰۰^\circ C$) مشاهدات مورد نظر تحت همان درجه حرارت ثبت می‌گردند، که در شکل (۶.۱) می‌توان این استقلال را مشاهده نمود.

۲. اعمال فشار وابسته به زمان(فشار افزایشی و فشار مرحله‌ای):

زمانی که اعمال فشار وابسته به زمان است، محصول مورد نظر تحت تأثیر آن سطوح فشاری قرار می‌گیرد که نسبت به زمان متغیر است.

این گروه از اعمال فشار به دو دسته فشار افزایشی و فشار مرحله ای قابل تقسیم می‌باشند.

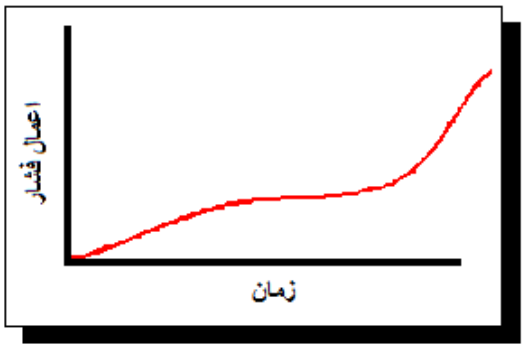


شکل ۶.۱: نمایش نموداری زمان در مقابل فشار

در اعمال فشار به روش افزایشی می‌توان بیان نمود که فشار روی محصولات تحت آزمایش بطور پیوسته در طول واحد زمان افزایش می‌یابد ودر نتیجه به دلیل متغیر بودن و افزایشی بودن فشار نسبت به زمان می‌توان بیان نمود که شکست سریعتر اززمان انتظار اتفاق می‌افتد، شکل‌های (۷.۱) و (۸.۱) بیانگر این وابستگی می‌باشند.

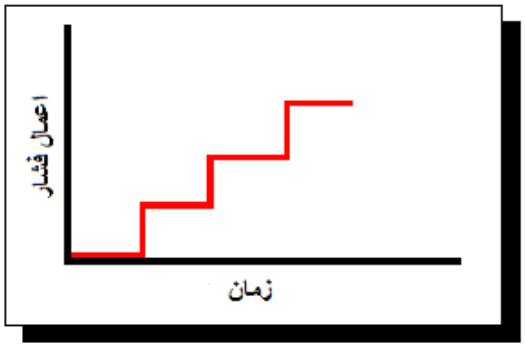
شکل ۷.۱: نمودار اعمال فشار افزایشی وابسته به زمان

در اعمال فشار به روش مرحله‌ای نیز می‌توان بیان نمود که فشار به صورت پله‌ای تغییر می‌کند، یعنی فشار ابتدا برای یک دوره‌ای از زمان ثابت می‌ماند و سپس بصورت پله‌ای به سطح دیگری از فشار تبدیل می‌گردد و دوباره برای یک بازه‌ی زمانی دیگری همچنان ثابت مانده وسپس به صورت پله‌ای تغییر می‌کند و این روند همچنان ادامه پیدا می‌کند تا اینکه بسته به شرایط آزمون، آزمایش در یک زمان از پیش تعیین شده یا با رخداد تعداد ثابتی از خرابی‌ها متوقف گردد (اشکال (۹.۱) و (۱۰.۱) نشان دهنده این اعمال فشار می‌باشند)، که در این تحقیق به استنباط آماری در آزمون‌های طول‌عمر شتابنده تحت فشار مرحله‌ای یا SSALT خواهیم پرداخت. (برای اطلاعات بیشتر می



شکل ۸.۱: نمودار اعمال فشار افزایشی وابسته به زمان

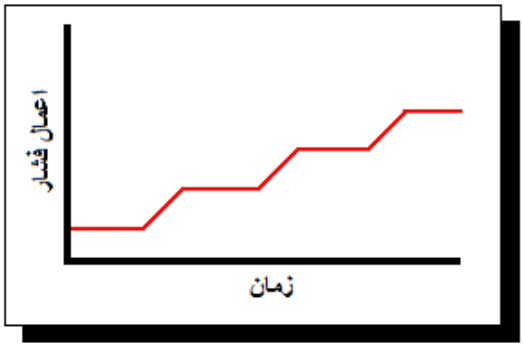
توان به [۱۲][۱] مراجعه نمود.)



شکل ۹.۱: نمودار اعمال فشار مرحله ای وابسته به زمان

از آنجا که کاربرد آزمون‌های ALT سبب ایجاد محدودیت هایی روی طول‌عمر واحدهای تحت آزمایش می‌گردد وهمچنین داده های سانسوریده از موقعیت هایی ناشی می‌شوند که در آن‌ها آزمایشگر نتواند اطلاعات کامل برای تمام واحدهای تحت مطالعه بدست آورد، بسته به اینکه چگونه داده‌ها از آزمایش جمع آوری شوند انواع مختلف سانسور بوجود می‌آید. یکی از اهداف مهم در طرح های سانسور پیدا کردن آن طرح سانسوری است که بتوان از آن بیشترین اطلاع را در مورد جامعه بدست آورد.

[۱] Reliasoft Publishing



شکل ۱۰.۱: نمودار اعمال فشار مرحله ای وابسته به زمان

۴.۱ آماره‌های ترتیبی

آماره های ترتیبی از جمله ابزارهای اساسی در آمار ناپارامتری و استنباط می‌باشند، در آمار K امین آماره ترتیبی از یک نمونه‌ی آماری برابر است با K امین کوچکترین آماره.
زمانی که با یک نمونه تصادفی$X_1, ..., X_n$ از جامعه‌ی مطلقاً پیوسته با تابع چگالی احتمال$f(x)$ و تابع توزیع $F(x)$ روبرو هستیم، $X_{1:n} = min(X_1, ..., X_n)$ ، $X_{n:n} = max(X_1, ..., X_n)$ می‌باشند، بنابراین$X_{1:n} \leq ... \leq X_{n:n}$. دامنه‌ی نمونه، اختلاف بین max و min می‌باشد، که خود تابعی از آماره‌های ترتیبی است.
تابع چگالی توأم n آماره ترتیبی به صورت زیر خواهد بود:

$$f_{X_{1:n},X_{2:n},...,X_{n:n}}(x_1, x_2, ..., x_n) = n! \prod_{i=1}^{n} f(x_i), -\infty < x_1 < ... < x_n < \infty$$

با انتگرالگیری بر روی تابع چگالی توأم n آماره ترتیبی بر روی همه‌ی متغیرها به جزi- امین آماره ترتیبی می‌توان تابع چگالی حاشیه‌ای $X_{(i)}$ را به صورت زیر نمایش داد:

$$f_{i:n}(x) = \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!}[F(x)]^{i-1}[1 - F(x)]^{n-i} f(x), -\infty < x < +\infty$$

همچنین تابع توزیع i- امین آماره ترتیبی را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

$$F_{X_{i:n}(x)} = \sum_{r=i}^{n}[F(x_i)]^r[1 - F(x_i)]^{n-r}, -\infty < x < +\infty$$

۵.۱ سانسور

در بسیاری از مواقع، در فرآیندهای مربوط به طول عمر آزمایشگر ممکن است مدت زمان آزمایش و یا رخداد تعداد ثابتی از شکست ها را از قبل مشخص کرده باشد به عنوان مثال زمان T_0 ورخداد i

امین خرابی مثل X_i، اما ممکن است به دلایل مختلفی به دلیل روبرو شدن با مشاهدات ناقص ناچار به متوقف ساختن آزمایش پیش از این زمان و یا پیش از رخداد این تعداد خرابی گردیم، مثلاً در آزمایش‌های بالینی ممکن است افراد به دلایل شخصی در خلال آزمایش انصراف دهند و یا در اکثر آزمون‌های طول‌عمر ممکن است زمان شکست تمامی واحدها معین نباشند، لذا آزمایشگر با داده‌های سانسور شده مواجه است. به بیان دیگر اگر فقط به قسمتی از فضای نمونه‌ای دسترسی داشته باشیم آنگاه با نمونه‌های سانسوریده سروکار خواهیم داشت. در نتیجه می توان این طور بیان نمود که اگرچه این نمونه‌ها اطلاعات کمتری در اختیار ما خواهند گذاشت، اما مانند داده هایی که سانسور نشده‌اند می توان از آنها برای تحلیل‌های آماری استفاده نمود. در بحث مربوط به سانسور باید دقت نمود که عامل ایجاد سانسور نیز باید لزوماً مستقل از پیشامد مورد علاقه‌ی ما باشد. در اینجا به ارائه‌ی یک مثال در بحث سانسور می‌پردازیم:

در نظر بگیرید بیماران سرطانی ریه را در یک مطالعه برای آزمایش تأثیر یک دارو روی افزایش زمان حیات آنها تحت بررسی قرار دهند، طبق مشاهدات بدست آمده، نفر A تا فرا رسیدن زمان مرگش یعنی T_A در آزمون شرکت کند، که می‌توان بیان نمود زمان بقای او سانسور نشده است، نفر B تا زمان T_B تحت بررسی بوده و سپس آزمون را ترک کرده است، لذا می‌توان بیان نمود که زمان بقای او سانسور شده است به این دلیل که ما اطلاع داریم این فرد حداقل تا زمان T_B در آزمایش شرکت داشته اما اطلاعی در مورد زمان بعد از T_B نداریم لذا ناچاریم این داده را به‌عنوان داده‌ی سانسوریده معرفی کنیم.

همچنین در نظر بگیرید فردC تا زمان T_C تحت مطالعه قرار بگیرد و پس از این زمان به دلیل تصادف بمیرد، لذا زمان بقای او نسبت به پیشامد مورد نظر(زمان مرگ) سانسور شده است.

باید توجه داشت که داده‌های سانسور شده را باید با استفاده از آخرین اطلاع از واحدها به طور دقیق ثبت نمود تا در تحلیل داده ها مورد استفاده قرار گیرند.

با توجه به آنچه درمورد آزمون‌های طول‌عمر شتابنده گفته شد، بیان کردیم که یکی از روش های اعمال فشار روی واحدهای تحت آزمایش می تواند طرح فشار مرحله ای باشد که این طرح اجازه می‌دهد که اعمال فشار به قسمی صورت گیرد که یا روی زمان از پیش تعیین شده و یا روی یک تعداد ثابتی از خرابی‌ها تأثیر می‌گذارد.

معمولاً به دلیل محدودیت‌هایی که روی ویژگی طول‌عمر یک واحد آزمایشی وجود دارد، بحث سانسور مورد اهمیت قرار می‌گیرد. لذا بسته به این که این اعمال فشار را تا زمان از پیش تعیین شده t و یا روی یک تعداد ثابتی ازشکست ها مثلاً رسیدن به r امین واحد شکست ادامه بدهیم انواع مختلف سانسور بوجود می‌آیند، لذا در اینجا به بیان انواع مختلف سانسور می‌پردازیم.