



دانشگاه علامه طباطبائی
دانشکده اقتصاد

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

آمار ریاضی

عنوان

بررسی مدل صف $M/M/1$ با N -خط مشی از
از دیدگاه فازی

پژوهش گر

آرش پیش دست

استاد راهنما

دکتر محمدرضا صالحی راد

استاد مشاور

دکتر مهدی قطعی

شهریور ۱۳۹۲

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

بنام بخشایسکر مهربان

کلیه حقوق مادی و معنوی اعم از چاپ و تکثیر، نسخه برداری، ترجمه، اقتباس و ... از این پایان نامه

برای دانشگاه علامه طباطبائی محفوظ است. نقل مطالب با ذکر منبع مانعی ندارد.

تایید پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد توسط دانشجو

عنوان پایان نامه: بررسی مدل صف $M/M/1$ با N -خط مشی از

از دیدگاه فازی

نام دانشجو: آرش پیش دست

شماره دانشجویی: ۹۱۱۲۵۳۲۱۰۴

استاد راهنما: دکتر محمدرضا صالحی راد

این جانب آرش پیش دست دانشجوی کارشناسی ارشد رشته‌ی آمار ریاضی دانشکده‌ی اقتصاد دانشگاه علامه طباطبائی گواهی می‌نمایم پژوهش‌های ارائه شده در پایان نامه با عنوان مذکور توسط شخص این جانب انجام شده است و درستی مطالب نگارش یافته مورد تأیید می‌باشد. همچنین گواهی می‌نمایم مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی توسط این جانب یا فرد دیگری در هیچ کجا ارائه نشده است و در نگارش متن پایان نامه شیوه‌ی نگارش مصوب دانشکده‌ی اقتصاد را به طور کامل رعایت نموده‌ام. چنانچه در هر زمان خلاف آنچه گواهی نموده‌ام مشاهده گردد خود را از آثار حقیقی و حقوقی ناشی از دریافت مدرک کارشناسی ارشد محروم می‌دانم و هیچ گونه ادعایی نخواهم داشت.

امضا دانشجو:

شهریور ۱۳۹۲

دانشگاه علامه طباطبائی
دانشکده اقتصاد

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

بررسی مدل صف $M/M/1$ با N -خطمشی از
از دیدگاه فازی

پژوهش گر: آرش پیش دست

امضاء:

استاد راهنما: دکتر محمدرضا صالحی راد

امضاء:

استاد مشاور: دکتر مهدی قطعی

امضاء:

استاد داور: دکتر محمد جلودار ممقانی

امضاء:

نماینده تحصیلات تکمیلی: دکتر عبدالرحیم بادامچی زاده

تقدیم به مادرم به سبب فداکاری های بسیارش

و هم چنین همسر بردبارم.

سپاس‌گزاری

سپاس خدای را که هر توفیقی در گرو عنایت اوست. اکنون که با یاری او توانسته‌ام تلاشی هر چند ناچیز را در راه کسب دانش به انجام رسانم، بر خود لازم می‌دانم از استاد راهنمای بزرگووارم، جناب آقای دکتر محمدرضا صالحی‌راد، که به پایان رساندن این تحقیق جز با راهنمایی‌های پدران و هدایت‌های بی‌دریغ ایشان میسر نبود، قدردانی نمایم. هم‌چنین از استاد مشاور عزیز، جناب آقای دکتر مهدی قطعی، به دلیل ارایه مشورت‌های سودمند برای هرچه غنی‌تر شدن مطالب پایان‌نامه کمال تشکر و امتنان را دارم. از داوری‌های آگاهانه و تذکرات بجای اساتید محترم، آقایان دکتر محمد جلودار ممقانی و دکتر عبدالرحیم بادامچی‌زاده که موجب بهبود هرچه بیشتر محتویات پایان‌نامه گردید نیز نهایت سپاس‌گزاری را دارم.

در پایان، از خانواده‌ام، به‌ویژه مادر و همسر که با حمایت‌های خویش، همواره مرا پشتیبانی کرده‌اند نهایت سپاس و قدرشناسی را دارم.

امیدوارم بتوانم از عهده ادای حق این عزیزان برآیم.

شهریور ۱۳۹۲

فهرست مطالب

آ	فهرست مطالب
ث	فهرست جدول‌ها
ج	فهرست شکل‌ها
۱	۱ مفاهیم و تعریف‌ها
۱	۱.۱ مقدمه
۲	۲.۱ مسئله مورد بررسی
۲	۱.۲.۱ هدف پژوهش
۴	۳.۱ پیشینه تحقیق
۴	۴.۱ مدل‌های صف‌بندی و ویژگی‌های آن
۵	۱.۴.۱ الگوی ورود متقاضیان
۵	۲.۴.۱ الگوی ارایه سرویس
۵	۳.۴.۱ نظم صف
۶	۴.۴.۱ ظرفیت سامانه
۶	۵.۴.۱ تعداد سرویس‌دهنده‌ها
۶	۶.۴.۱ تعداد مرحله‌های سرویس
۶	۷.۴.۱ نمادگذاری
۷	۸.۴.۱ اندازه‌های موثر بودن

۸	مدل صف بندی قطعی $(D/D/1)$	۹.۴.۱
۹	نظریه مجموعه های فازی	۵.۱
۱۰	مفهوم ها و تعریف های مقدماتی	۱.۵.۱
۱۲	نماد گذاری در مجموعه های فازی	۲.۵.۱
۱۴	α -برش	۳.۵.۱
۱۵	تحدب	۴.۵.۱
۱۶	اصل گسترش زاده	۵.۵.۱
۱۹	اعداد فازی LR	۶.۵.۱
۲۱	بازه های فازی	۷.۵.۱
۲۳	بررسی امکان و احتمال	۶.۱
۲۳	وجه اشتراک بین امکان و احتمال	۱.۶.۱
۲۳	تفاوت های بین امکان و احتمال	۲.۶.۱
۲۴	چشم انداز فصل های آینده	۷.۱
۲۵	۲ بررسی مدل صف بندی $M/M/1$ با N-خط مشی	
۲۵	مقدمه	۱.۲
۲۵	فرایندهای زاد و مرگ	۲.۲
۲۷	بررسی مدل صف $M/M/1$	۳.۲
۲۹	مدل صف بندی $M/M/1$ با N -خط مشی	۴.۲
۲۹	تابع احتمال اندازه سامانه	۱.۴.۲
۳۲	میانگین تعداد متقاضیان در سامانه (L^*)	۲.۴.۲
۳۲	میانگین زمان انتظار در صف (W_q^*)	۳.۴.۲
۳۴	توزیع زمان انتظار در صف	۴.۴.۲
۳۵	خلاصه فصل	۵.۲
۳۷	۳ بررسی مدل صف $M/M/1$ با N-خط مشی از دیدگاه فازی	
۳۷	مقدمه	۱.۳

۳۸	۲.۳	بررسی مدل صف $FM/FM/1$ با N -خطمشی
۴۱	۳.۳	رهیافت برنامه‌ریزی غیر خطی پارامتری
۴۲	۱.۳.۳	تابع عضویت میانگین زمان انتظار در سامانه $(\eta_{\tilde{W}_q^*}(z))$
۴۵	۲.۳.۳	تابع عضویت میانگین تعداد متقاضیان در صف $(\eta_{\tilde{L}^*}(z))$
۴۶	۴.۳	خلاصه فصل
۴۷	۴	کاربردی از مدل صف $FM/FM/1$ با N -خطمشی
۴۷	۱.۴	مقدمه
۴۸	۲.۴	مثال کاربردی
۴۸	۱.۲.۴	PCB چیست؟
۴۹	۲.۲.۴	صورت مسئله
۵۴	۳.۲.۴	خلاصه فصل
۵۵	۳.۴	نتیجه‌گیری و پیشنهادات
۵۵	۱.۳.۴	نتیجه‌گیری
۵۵	۲.۳.۴	پیشنهادات
۵۷		آ پیوست
۶۱		مرجع‌ها
۶۳		واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

فهرست جدول‌ها

۱.۴	برش‌های α نرخ ورود و نرخ سرویس و میانگین زمان انتظار در صف	۵۲
۲.۴	برش‌های α نرخ ورود و نرخ سرویس و میانگین تعداد متقاضیات در سامانه	۵۳

فهرست شکل‌ها

۱۲	نمودار تابع عضویت مجموعه فازی A : اعداد نزدیک به ۱۰۰۰	۱.۱
۱۶	مجموعه فازی محدب A	۲.۱
۱۷	روش عمل یک تابع معمولی	۳.۱
۱۷	روش عمل یک تابع براساس اصل گسترش زاده	۴.۱
۲۱	نمودار عدد فازی LR تقریباً ۵	۵.۱
۲۲	نمودار تابع عضویت بازه فازی در مثال ۱۷.۵.۱	۶.۱
۳۰	نمودار تغییر وضعیت نرخ در $M/M/1$	۱.۲
۴۵	نمودار تابع عضویت برای متوسط زمان انتظار در سامانه	۱.۳
۴۶	نمودار تابع عضویت برای متوسط زمان انتظار در سامانه	۲.۳
۴۸	نمونه‌ای از یک PCB	۱.۴
	نمودار تابع عضویت میانگین زمان انتظار در صف در مدل صف $FM/FM/1$ با $-N$	۲.۴
۵۱	خط‌مشی	
	نمودار تابع عضویت میانگین زمان انتظار در سامانه در مدل صف $FM/FM/1$ با $-N$	۳.۴
۵۳	خط‌مشی	

چکیده

صبر کردن و منتظر ماندن تا رسیدن به سرویس مورد نظر، برای ما مفهومی را تداعی می‌کند که در زندگی بارها آنرا شنیده و درک کرده‌ایم و آن مفهوم، صف است. بارها و بارها برای رسیدن به خدماتی در صف منتظر مانده‌ایم که می‌تواند علت‌های مختلفی داشته باشد. برای مثال، امکان دارد، تعداد سرویس‌دهنده‌های موجود کم و تعداد متقاضیان زیاد باشد و یا امکان دارد که به دلیل محدودیت اقتصادی، نتوان آن‌قدر سرویس‌دهنده فراهم کرد تا به همه متقاضیان سرویس‌دهی شود و در نتیجه صف، تشکیل نشود. بررسی و تحلیل مدل‌های صف‌بندی تا قبل از دهه‌ی اخیر، از دیدگاه روش‌های کلاسیک، انجام گرفته است. اما اخیراً، محققین با توجه به کاربردهای موفق نظریه فازی، این نظریه را روی مدل‌های صف نیز مورد بررسی قرار داده و نتایج بسیار ارزنده‌ای به دست آورده‌اند. به این معنا که، تلاش کرده‌اند تا مفاهیم مدل‌های صف را از دیدگاه فازی، تحلیل و بررسی نمایند. در این پایان‌نامه مدل صف $M/M/1$ با N -خط‌مشی با ظرفیت نامحدود را از دیدگاه فازی بررسی و تحلیل می‌کنیم. برای این کار از روش α -برش و رهیافت برنامه‌ریزی غیرخطی پارامتری استفاده خواهیم کرد. در نهایت با ارایه یک مثال کاربردی مطالب بیان شده را بیش‌تر مورد بررسی قرار خواهیم داد. برای این منظور، ابتدا در فصل اول کلیات و مفهومی‌ها و تعریف‌های مورد نیاز در این پایان‌نامه را می‌آوریم. در فصل دوم، مدل صف $M/M/1$ با N -خط‌مشی را بررسی می‌کنیم. در فصل سوم، به مدل صف $M/M/1$ با N -خط‌مشی از دیدگاه فازی می‌پردازیم. در آخر، در فصل چهارم، با یک مثال کاربردی این مدل را مورد ارزیابی قرار می‌دهیم.

واژگان کلیدی: مجموعه‌های فازی، ظرفیت نامحدود، برنامه‌ریزی غیرخطی پارامتری، تابع عضویت، خط‌مشی.

فصل ۱

مفاهیم و تعریف‌ها

۱.۱ مقدمه

مدل‌های صف که در موارد متعددی به آن بر می‌خوریم و از آن استفاده‌های بیشماری می‌شود، در بردارنده مفهومی‌ها و ویژگی‌هایی است که بررسی این ویژگی‌ها می‌تواند به تحلیل درست و علمی پدیده‌ها منجر شود. مدل‌های صف توسط ریاضی‌دانان و محققین در سال‌های قبل مورد بررسی قرار گرفته است و نتایج جالب و قابل استفاده‌ای از آن استخراج شده است. در سال‌های اخیر با پیشرفت علوم و به تبع آن پیشرفت صنعت و فناوری و ارتباطی که در مواردی با مفهوم نظریه فازی ایجاد می‌شود، محققین به این نتیجه رسیدند که مدل‌های صف را از دیدگاه نظریه فازی مورد توجه و تحلیل قرار دهند. برای این منظور یکی از معروف‌ترین مدل‌های صف یعنی مدل $M/M/1$ با N -خط‌مشی را از دیدگاه نظریه فازی مورد بررسی قرار می‌دهیم.

در این فصل، تعریف مختصری از نظریه صف‌بندی و مفهوم نظریه فازی را ارائه می‌کنیم.

در ۲.۱، مدل مورد بررسی را توصیف می‌کنیم. در بخش ۳.۱، پیشینه تحقیق را می‌آوریم. در بخش ۴.۱، به معرفی مدل‌های صف‌بندی و ویژگی‌های آن‌ها می‌پردازیم. در بخش ۵.۱، به مفهوم منطق نظریه فازی، تعریف‌ها و برخی ویژگی‌های آن اشاره می‌کنیم. در بخش ۶.۱، تفاوت‌ها و شباهت‌های میان نظریه احتمال و نظریه فازی را بیان می‌کنیم. در بخش آخر، یعنی ۷.۱، چشم‌انداز فصل‌های آتی را مشخص می‌کنیم. برای مطالب بیشتر در مورد مفاهیم این فصل به هریس (۲۰۰۹) و طاهری (۱۳۷۸) مراجعه کنید.

۲.۱ مسئله مورد بررسی

همان‌طور که می‌دانیم، در دیدگاه فازی، بحث امکان‌سنجی مطرح است نه احتمال‌سنجی. به این معنا که در مبحث احتمال، پیشامدهای مورد علاقه را در نظر گرفته و بعد از آن، احتمال رخداد آن را محاسبه می‌کنیم. پس از آن‌که پیشامدی به وقوع پیوست، دیگر نظریه احتمال، کارایی خود را از دست می‌دهد. حال آن‌که این رویداد ممکن است با شدت‌های مختلفی صورت پذیرفته باشد. در این‌جا نظریه فازی مطرح می‌شود و به بررسی شدت رویداد این پیشامد می‌پردازد که با این دیدگاه می‌توان نظر واقع‌بینانه‌تری نسبت به رخداد رویدادها داشت.

در این پایان‌نامه به بررسی صف‌های با N -خط‌مشی، با ظرفیت نامحدود از دیدگاه نظریه مجموعه‌های فازی، می‌پردازیم. برای این منظور، به کمک روش‌هایی تابع عضویت عملکرد سامانه که در آن نرخ ورود و نرخ سرویس‌دهی به صورت اعداد فازی بیان می‌شوند، به دست می‌آوریم. مدل صفی که در این پایان‌نامه معرفی می‌شود، مدل صف $M/M/1$ با N -خط‌مشی است. در این مدل، سرویس‌دهنده تا ورود N -امین متقاضی، سرویس‌ارایه نمی‌کند و پس از ورود N -امین متقاضی به مانند مدل صف $M/M/1$ معمولی شروع به ارائه سرویس می‌نماید. این مدل صف در فصل دوم مورد بررسی قرار گرفته است.

۱.۲.۱ هدف پژوهش

در این پایان‌نامه با استفاده از روش‌های نظریه صف‌بندی، به بررسی دو اندازه موثر مدل‌های صف‌بندی، که عبارت‌اند از میانگین زمان انتظار در صف و میانگین تعداد متقاضیان در سامانه، می‌پردازیم. مدلی که در این پایان‌نامه مورد بررسی قرار خواهیم داد، مدل صف $M/M/1$ با N -خط‌مشی است که هم از دیدگاه کلاسیک و هم از دیدگاه فازی در مورد دو اندازه موثر بیان شده، مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در دیدگاه فازی اساس کار، مبتنی بر دیدگاه α -برش است که توسط زاده در سال ۱۹۶۹ ارائه شد. در این پایان‌نامه، از این دیدگاه، در مدل‌های صف فازی که به صورت خانواده صف‌های دقیق بیان می‌شود، استفاده می‌کنیم. مدل را در دو حالت فازی و غیر فازی بررسی می‌کنیم. فرض‌های این دو مدل عبارت‌اند از

حالت غیر فازی

فرض‌های مدل در این حالت، به صورت زیر هستند

۱. زمان‌های بین ورود، از توزیع نمایی با پارامتر λ پیروی می‌کند،
۲. زمان‌های سرویس، از توزیع نمایی با پارامتر μ پیروی می‌کند،
۳. یک سرویس‌دهنده وظیفه سرویس‌دهی را به عهده دارد،
۴. وقتی سرویس‌دهنده بیکار می‌شود، تنها زمانی به باجه سرویس باز می‌گردد که تعداد N متقاضی در صف منتظر باشند (N -خط‌مشی).

حالت فازی

فرض‌های مدل در این حالت، به صورت زیر هستند

۱. زمان‌های بین ورود، از توزیع نمایی با پارامتر $\tilde{\lambda}$ پیروی می‌کند،
۲. زمان‌های سرویس، از توزیع نمایی با پارامتر $\tilde{\mu}$ پیروی می‌کند
۳. یک سرویس‌دهنده، وظیفه سرویس‌دهی را به عهده دارد،
۴. وقتی سرویس‌دهنده بیکار می‌شود، تنها زمانی به باجه سرویس باز می‌گردد که تعداد N متقاضی در صف منتظر باشند (N -خط‌مشی).

در حالت فازی، نرخ‌های ورود و سرویس را به ترتیب با $\tilde{\lambda}$ و $\tilde{\mu}$ نشان می‌دهیم و به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\tilde{\lambda} = \{(x, \eta_{\tilde{\lambda}}(x)) | x \in X\}$$

$$\tilde{\mu} = \{(y, \eta_{\tilde{\mu}}(y)) | y \in Y\}$$

که در آن، η ، برد تابع نشانگر در منطق کلاسیک را از مجموعه دو عضوی $\{0, 1\}$ به بازه $[0, 1]$ گسترش می‌دهد. در این صورت، تابعی خواهیم داشت که برای هر مجموعه دلخواه A و به هر $x \in \tilde{A}$ ، عددی از بازه $[0, 1]$ را نسبت می‌دهد که در آن \tilde{A} مجموعه فازی شده A است. این تابع را تابع عضویت مجموعه فازی \tilde{A} می‌نامیم و با $\eta_{\tilde{A}}(\cdot)$ نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر، خواهیم داشت

$$\eta_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0, 1]$$

مدلی که در این حالت بررسی می‌شود را با $FM/FM/1$ نشان می‌دهیم. برای بررسی عملکرد این مدل، از میانگین زمان انتظار در صف و میانگین تعداد در سامانه، استفاده می‌کنیم. اما از آنجایی که فرم بسته دقیقی

برای میانگین زمان انتظار در صف و میانگین تعداد در سامانه وجود ندارد، لذا به کمک متغیرهای فازی شده نرخ‌های ورود و سرویس، کران‌های پایین و بالا برای این میانگین‌ها را به وسیله دیدگاه α -برش محاسبه می‌کنیم.

۳.۱ پیشینه تحقیق

یادین و نائور (۱۹۶۳)، صف‌های کنترل شده‌ای با N -خطمشی را معرفی نموده و به بررسی ویژگی‌های آن پرداختند. بعد از آن‌ها، لی و لی (۱۹۸۹)، بوکلی (۱۹۹۰) و نگی و لی (۱۹۹۲)، مسایلی از صف‌های فازی را مطالعه کردند و اندازه‌های موثر در این صف‌ها را مورد بررسی قرار دادند. همچنین بعدها، کائو و همکاران (۱۹۹۹)، پارامترهای مورد استفاده در برنامه‌نویسی ساختار توابع عضویت مشخصه‌های سامانه، برای صف‌های فازی را معرفی کردند. علاوه بر آن، از آن‌ها برای تحلیل و بررسی چهار مدل صف فازی ساده نیز استفاده کردند. این مدل‌های صف عبارتند از: $M/F/1/1$ ، $F/M/1/1$ ، $F/F/1/1$ و $FM/FM/1/1$ ، که در آن‌ها F و FM ، به ترتیب زمان و توزیع نمایی فازی هستند. تاج و چودوری (۲۰۰۵) نیز، صف‌های کنترل شده را به صورت کامل و جامع بررسی کرده‌اند. آیدین و آپایدین (۲۰۰۸)، روی بحث سامانه‌های صف فازی چند کاناله تمرکز و مشخصه‌های صف فازی را با استفاده از توابع عضویت متفاوت محاسبه کرده و با نتایجی که از این کار به دست آورده‌اند، توانستند با استفاده از شبیه‌سازی پارامترهای فازی، مقایسه‌ای روی مدل‌های صف‌بندی انجام دهند. لین و همکاران (۲۰۰۸)، مدل‌های صف‌بندی $FM/FM/(FM, FM)/1$ ، $FM[x]/FM/1/FV$ و $FM[x]/FM/1/FSET$ که در آن‌ها FV ، نرخ تعطیلات نمایی فازی و $FSET$ ، ظرفیت سامانه به صورت نمایی فازی هستند را مورد بررسی قرار دادند. تسون بین وانگ و همکاران (۲۰۱۰)، بررسی‌هایی فازی بر روی مدل صف $M/M/1$ با N -خطمشی با ظرفیت سرویس نامحدود، انجام داده‌اند که مقاله اخیر مورد بحث پایان‌نامه است.

۴.۱ مدل‌های صف‌بندی و ویژگی‌های آن

در این بخش، به طور خلاصه به ویژگی‌های یک مدل صف‌بندی اشاره می‌کنیم. هر مدل صف‌بندی شامل ویژگی‌های زیر است

۱. الگوی ورود متقاضیان،

۲. الگوی ارایه سرویس‌دهنده‌ها،

۳. نظم صف،

۴. ظرفیت سامانه،

۵. تعداد سرویس‌دهنده‌ها،

۶. تعداد مرحله‌های سرویس.

۱.۴.۱ الگوی ورود متقاضیان

الگوی ورود به یک سامانه صف‌بندی، معمولاً بر حسب میانگین تعداد مراجعین به سامانه در واحد زمان یا به‌وسیله میانگین زمان بین دو ورود متوالی اندازه‌گیری می‌شود. چون این کمیت‌ها به وضوح به هم مربوط‌اند، بنابراین هر یک از این کمیت‌ها برای توصیف ورود به سامانه کافی است. در این پایان‌نامه فرض بر این است که متقاضیان از زیاد بودن طول صف نا امید نمی‌شوند و تا دریافت سرویس، در صف منتظر می‌مانند. برای اطلاع از دیگر الگوهای ورود، به هریس (۲۰۰۹) مراجعه کنید.

۲.۴.۱ الگوی ارایه سرویس

الگوهای متعددی برای مدل‌های صف‌بندی موجود است. مطالبی که درباره الگوی ورود متقاضیان به سامانه در بخش قبل گفته شد، برای الگوی سرویس نیز مناسب‌اند. اختلاف مهمی که بین سرویس‌دهنده‌ها و ورود متقاضیان وجود دارد این است که، وقتی که در مورد نرخ سرویس و یا زمان سرویس‌دهنده صحبت می‌کنیم، مربوط به شرایطی است که سامانه تهی نیست. اگر سامانه تهی باشد، سرویس‌دهنده بی‌کار است.

۳.۴.۱ نظم صف

نظم صف روشی است که طبق آن متقاضیان را برای ارایه سرویس انتخاب می‌کنیم. متداول‌ترین نظم که می‌توان در زندگی روزمره مشاهده کرد، این است که هر متقاضی که اول وارد سامانه شود، اول سرویس می‌گیرد که ما آن را با FCFS^۱ نشان می‌دهیم. برای مطالب بیشتر در این زمینه به هریس (۲۰۰۹) مراجعه

^۱First Come First Served