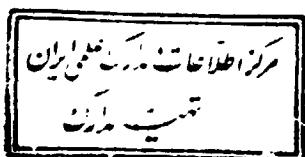
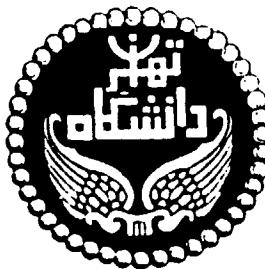


۱۹۷۳



دانشگاه تهران

دانشکده علوم - گروه فیزیک

عنوان پایان نامه:

## نوسان نوترینو در

## فضا-زمان با پیچش

۸۲۷۴

استاد راهنما:

دکتر مسعود علیمحمدی

دانشجو:

عباس عبدالی آرانی

۳۱۶۷۳

اداره تحصیلات تکمیلی دانشگاه

احتراماً باطلاء مرساند که جلسه - مع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

آقای عباس عبدالی آرانی

نحو عنوان :

تهران نوترونیودرلفا - زمان پاپیون

در تاریخ ۲۸/۱۱/۳۰ در محله = شکده علوم دانشگاه تهران برگزار گردید.

میات داوران بر اساس کیفیت پیشنهاد، استماع دفاعی و نتیجه پاسخ به سؤالات، پایان نامه ایشان را برای دریافت

درجه کارشناسی ارشد در رشته فیزیک واحد با شش معادل با واحد بانمرة ۱۸ (هزار)

مورد تأیید قرار گارد.

### میات داوران

مرتبه دانشگاهی - دانشگاه امضاء

نام و نام خانوادگی

سمت

۱- استاد راهنمای

دکتر مسعود علیمحمدی

۲- استاد مشاور

دکتر محمد نویی زنوز

۳- استاد منسوس

دکتر احمد شریعتی

۴- استاد مدحبو

دکتر محمد تقی توسلی

۵- نماینده تحصیلات تکمیلی گروه

دکتر محمد تقی توسلی

سرپرست تحصیلات تکمیلی دانشگاه

سرپرست تحصیلات تکمیلی گروه

مدیر گروه

دکتر هوشنگ روحانی خوش

دکتر محمد تقی توسلی

دکتر رسول خروی

از راهنمایی‌های حکیمانه و صبورانه استاد گرامی جناب آقای

### «دکتر مسعود علیمحمدی»

که پشتواهه محکم اینجانب در انجام این مهم بود کمال تشکر و قدردانی را

من نمایم.

همچنین از اساتید بزرگوار آقا یان: دکتر مسعود علیمحمدی، دکتر محمد

خرمن، دکتر محمد تقی توسلی، دکتر علی پذیرنده و... که در این دوره افتخار

شناگردی آنها را داشته‌ام کمال سپاسگزاری را دارم.

**عباس عبدالی آرانی**

## فهرست مطالب

عنوان:

صفد

۱	چکیده
۲	مقدمه ۴
۹	فصل اول: نوسان نوترینو
۱۰	۱-۱) نوسان نوترینو در خلا
۱۰	۱-۱-۱) اصول نوسان نوترینو
۱۵	۱-۱-۲) نوسانات دو نوترینویی
۱۷	۱-۱-۳) نوسانات خاص
۱۸	۱-۱-۴) احتمال کلاسیک
۱۹	۱-۲) نوسان نوترینو در ماده
۲۰	۱-۲-۱) ویژه مقادیر و ویژه توابع برای چگالی ثابت
۲۷	۱-۲-۲) ماده با چگالی کند تغییر- تقریب آدیاباتیک
۳۳	۱-۳) نوسانات طعم از یک چشمۀ جایگزیده
۳۱	۱-۳-۱) رابطه بین آزمایشات توصیف فضایی و توصیف زمانی
۳۶	۱-۳-۲) نوترینو در میدان ضعیف
۳۷	۱-۴) معیای نوترینوهای خورشیدی
۴۰	۱-۴-۱) فرضیه‌های برای حل معیای نوترینوی خورشیدی
۴۳	فصل دوم: مروری بر هندسه دیفرانسیل (هندسه ریمانی)
۴۴	۲-۱) تانسور متريک
۴۶	۲-۲) هموستار مستوی
۴۸	۲-۳) انتقال موازی و ژئودزیک

## فهرست مطالب

عنوان:

صفحه

۴۹	۴-۲) مشتق هموردای میدانهای تانسوری
۵۰	۵-۲) خواص انتقالی
۵۱	۶-۲) هموستار متربک
۵۳	۷-۲) انحنا و پیچش
۵۴	۸-۲) معنی هندسی تانسور ریمان و تانسور پیچش
۵۶	۹-۲) تانسور ریچی و انحنای اسکالار
۵۶	۱۰-۲) هموستار لوبی- چویتا
۵۷	۱۱-۲) ویژگیهای جبری تانسور انحنا
۵۸	۱۲-۲) ژئودزیک ها
۵۹	۱۳-۲) پایه های غیر مختصاتی
۶۱	۱۴-۲) بردار کیلینگ
۶۲	۱۵-۲) معادلات میدان اینشتین
۶۵	۱۶-۲) حل شوارتسن شیلد
۶۶	۱۶-۲) فاصله ها و زمانها
۶۷	۱۶-۲) انتقال های به سرخ
۶۸	۱۶-۲) ثابت شوارتسن شیلد
۶۹	۱۷-۲) چارچوب موضعی
۷۰	۱۸-۲) اسپینورها در فضا زمان خمیده
۷۵	فصل سوم: نوترینو در فضا زمان خمیده
۷۶	۳-۱) نوترینو در میدان گرانشی

## فهرست مطالب

عنوان:

صفحه

۳_۱) دیدگاه اول محاسبه فازهای گرانشی نوسان نوترینو ..... ۷۹
۳_۲) دیدگاه دوم محاسبه فازهای گرانشی نوسان نوترینو ..... ۸۴
۳_۳) نوسان نوترینو در فضا زمان خمیده ..... ۸۷
۳_۴) تفسیر ساده هندسی نوسانات نوترینو: فضا زمان تخت ..... ۸۷
۳_۵) تفسیر ساده هندسی نوسانات نوترینو: فضا زمان خمیده ..... ۹۰
۳_۶) نوسانات نوترینو در فضا زمان شوارتس شیلد: نوسانات خلا ..... ۹۸

### فصل چهارم: نوسانات نوترینو در حضور پیچش

۴_۱) نوسانات نوترینوهای بدون جرم در حضور میدان پیچش ..... ۹۹
۴_۲) نوسانات نوترینوی جرمدار در حضور میدان پیچش ..... ۱۰۴
۴_۳) نوسانات نوترینو در فضا زمان با پیچش، $U_4$ ..... ۱۱۴
۴_۴) محاسبه انحنای اسکالر در فضا زمان با پیچش، $U_4$ ..... ۱۱۴
۴_۵) نظریه اینشتین- کارتان- دیراک ..... ۱۱۸
۴_۶) تأثیر پیچش روی نوسان نوترینو ..... ۱۲۰
۴_۷) ..... ۱۲۵

ضمایم:

ضمیمه (الف) محاسبه سهم غیر صفر هموستار اسپین در حضور گرانش ..... ۱۲۶
ضمیمه (ب) محاسبه سهم غیر صفر هموستار اسپین در حضور پیچش ..... ۱۲۹
ضمیمه (ج) محاسبه انحنای اسکالر در حضور پیچش ..... ۱۳۲
ضمیمه (د) محاسبه رابطه بین ضرایب کریستوفل و دترمینان تانسور متريک ..... ۱۳۷
ضمیمه (ه) محاسبه مؤلفه های تانسورهای پیچش و انحنای ..... ۱۴۰
ضمیمه (و) معادله دیراک ..... ۱۴۲

## فهرست مطالب

صفحه

عنوان:

۱۴۲	و-۱) معادله دیراک و ماتریس‌های ۷
۱۴۶	و-۲) ثابت حرکت دیراک
۱۴۷	و-۳) جواب‌های موج تخت
۱۴۸	و-۴) ویژگیهای نسبیتی
۱۵۲	واژه‌نامه
۱۵۵	منابع

## چکیده:

در این گفتار تأثیر پیچش فضا بر رفتار نوتروینو را بررسی می‌کنیم و با فرض جرمدار بودن نوتروینو میزان این تأثیر بر پدیده نوسان نوتروینو را مورد بررسی و محاسبه قرار می‌دهیم.

چون ویژه حالت‌های پیچش و جرم متفاوتند بنابراین نوسان نوتروینو یعنی تبدیل  $e^- \mu^-$  و  $e^- \nu$  می‌دهد و ممکن است نوسان تحت شرایط ویژه توسط پیچش قویاً متأثر شود.

با استفاده از نظریه اینشتین - کارتان - دیراک اثر پیچش روی نوسان نوتروینو را بررسی می‌کنیم و ملاحظه خواهیم کرد که پیچش نمی‌تواند نوسان تولید کند ولی هر وقت به هر دلیل نوسان تولید شود، روی نوسان اثر می‌گذارد. نشان می‌دهیم جایی که نسبت چگالی به انرژی نوتروینو  $eV/cm^3$  یا  $10^{69} cm^{-3}$  باشد، اثر پیچش روی نوسان نوتروینو هم ارز اثر جرم نوتروینو است.

## مقدمه:

از قدیم الایام تا کنون انسان کنجکاو و کاوشگر خواستار شناخت عمیق در مورد آسمان و بخصوص خورشید این پدیده عجیب خلقت بوده است.

خورشید نوعی جعبه سیاه است و منجمان فقط می‌توانند خروجی‌های آن را تحت بررسی قرار دهند. تمامی دانش جدید درباره خورشید براساس مطالعاتی به دست آمده که در مورد اشعه منتشره از لایه‌های بیرونی آن صورت گرفته است. تقریباً هیچ اطلاعی از درون خورشید در دست نیست. به بیان روشنتر، نظریه مربوط به ترکیبات داخلی خورشید که میزان انرژی ساطع شده توسط خورشید را منوط به واکنشهای گرم‌ها هسته‌ای می‌داند، مدلی صرفاً نظری است. نظریه گرم‌ها هسته‌ای به روشنی قادر به توضیح فرآیندهای تحول ستارگان است و با ویژگیهای فیزیکی قابل رویت خورشید و دیگر ستاره‌ها مطابقت می‌کند.

اما این نظریه نیز، همانند هر مدل نظری دیگر که برای توضیح انتظام درونی جعبه سیاه ارائه شود چندان رضایت بخش نیست، زیرا مبتنی بر شواهدی غیر مستقیم است، دریافت اطلاعات مستقیم مهمتر است و این امر تنها با توجه به اطلاعات به دست آمده از درون ستارگان امکان پذیر خواهد بود.

یکی از راههای دستیابی به چنین اطلاعاتی روش نجومی نوترینو یا به بیان دقیق‌تر علمی، اختر فیزیک نوترینو است. نوترینو ذره گریزانی است که مستقیماً در جریان فعل و انفعالهای دما هسته‌ای حاصل می‌شود. فیزیکدانان و اخترشناسان معتقدند که انرژی خورشید بر اثر زنجیره تبدیل هسته‌های هیدروژن (پروتون‌ها) به هسته‌های هلیوم، تولید می‌شود. در این فرآیند مقدار زیادی الکترون با بار مثبت (پوزیترون) و نوترینو الکترون به همراه ۲۵ میلیون الکترون ولت انرژی گرمایی به ازای سوختن هر چهار پروتون تولید می‌شود. تقریباً در هر ثانیه با تبدیل ۶۰۰ تن هیدروژن به هلیوم در ناحیه‌های مرکزی

خورشید، انرژی آزاد می‌شود. نور و گرمای خورشید بخشی از این انرژی است که زندگی را بر روی زمین ممکن می‌کند [۱]. ما خورشید را به کمک طیف مرئی آن می‌بینیم. این انرژی گرمایی پس از گذشت حدود  $10^6$  سال از زمان تولید و با تحمل  $10^{30}$  برخورد، از خورشید خارج می‌شود و به ما می‌رسد و طی این همه تحولات به قدری دگرگون می‌شود که دیگر نمی‌تواند اطلاعات زیادی از شرایط تولیدش به دست بدهد [۲]. اما نوترینوها بر خلاف ذرات نور (فوتون‌ها)، فقط به طور ضعیف با ماده بر هم کنش می‌کنند، یا به عبارت دیگر، با دیگر ذرات، تأثیر متقابل بسیار ناچیزی دارند. این بر هم کنش ضعیف باعث می‌شود که آنها مستقیماً از مرکز خورشید بگریزند و اطلاعات گرانبهایی از مرکز نزدیکترین ستاره در اختیار اخترشناسان قرار دهند. بر هم کنش نوترینوها با ماده آنقدر ضعیف است که به راحتی از میان توده‌های بزرگ ماده می‌گذرند، بی‌آنکه مسیرشان تغییر کند یا به ذره دیگری تبدیل شوند. شار نوترینوی خورشیدی در روی زمین اگرچه زیادتر از آن است که قابل صرف نظر باشد. در هر ثانیه حدود  $10^{11}$  نوترینوی خورشیدی با شار انرژی معادل چند درصد انرژی گرمایی خورشید به هر سانتیمتر مربع از زمین می‌رسد [۲] اما آشکار سازی آن به خاطر سطح مقطع ناچیز بر هم کنش بسیار دشوار است و چون نوترینوها فقط به صورت ضعیف با ماده بر هم کنش می‌کنند، برای آشکار کردن آنها به آشکارسازهای خیلی بزرگ که از صدها یا هزارها تن ماده ساخته شده‌اند، نیاز داریم. این آشکارسازها باید در محل‌هایی در عمق زمین، در پناه جاهایی مثل معادن قرار داده شوند. در غیر اینصورت بر هم کنشهای نادر نوترینوهای خورشیدی در آشکارسازها که احتمالاً نتیجه‌ای قابل مشاهده دارند با بر هم کنش‌های ذرات پر انرژی پرتوهای کیهانی که از قسمتهای مختلف آسمان به ما می‌رسند، اشتباه خواهند شد.

بنابراین فقط در صورت به دام انداختن نوترینو است که می‌توان با مشاهده آن به

پدیده‌های درون خورشید بی برد. اما این پیشنهاد مشکل به نظر می‌رسد، چون نوترینو را فقط می‌توان به طور غیر مستقیم در فعل و انفعالهایش با دیگر ذرات به هنگام واکنشهای هسته‌ای مشاهده کرد و نتایج حاصل را به ثبت رساند.

نخستین آزمایش آشکارسازی نوترینو خورشیدی در سال ۱۹۶۸ به رهبری ریموند دیویس انجام شد [۳]. پس از آزمایش معروف گروه دیویس مشاهده شد که میزان شار نوترینو مشاهده شده از خورشید در حدود  $\frac{1}{\pi}$  شار پیش بینی شده توسط مدل‌های استاندارد خورشیدی است [۴]. از آن پس آزمایشهای متعددی انجام شده است [۵] و نتایج همه آنها مؤید کشف دیویس هستند. این مسئله به «معما نوترینوهای خورشیدی» معروف است. طرح معما نوترینو خورشیدی آغاز جدالی بین فیزیکدانان و اخترشناسان شد تا اخترشناسان ادعا کنند که فیزیکدانان فرآیندهای مربوط به بر هم کنش نوترینو را خوب نمی‌دانند و فیزیکدانان ادعا کنند که اطلاعات منجمان از واکنشهای درون خورشید ناقص است. از آن پس راه حل‌های متعددی برای حل این معما مطرح شده است: یک راه حل ممکن نوسانات طعم نوترینو است که اولین بار توسط پونته کوروو پیشنهاد شد [۶]. حتی برای نوسانات نوترینو چندین مکانیزم فرض شده است مثلاً: نوسانات نوترینو در خلاء [۷]، نوسانات نوترینو در ماده [۸] که مشهورترین نوع این پاسخ با فرض جرمدار بودن نوترینو اثر MSW می‌باشد [۹ و ۱۰]. راه حل ممکن دیگر فرض گشتاور مغناطیسی برای نوترینو است [۱۱]. البته حدود سه دهه قبل ارتباطی تجربی بین مکانیک کوانتم و گرانش مشاهده شد [۱۲] و سپس اثرات گرانشی روی پدیده مکانیک کوانتمی نوسانات نوترینو مورد بررسی قرار گرفت [۱۳] و ملاحظه شد که گرانش روی نوسان نوترینو اثر می‌گذارد [۱۴ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۷] یکی از تأثیرات جالب گرانش بر مسئله نوسانات نوترینو در نظر گرفتن تأثیر پیچش فضا بر نوسان نوترینو است [۱۸ و ۱۹]. که پیچش فضا همراه با

متريک، مشخصات اصلی هندسه یک فضا زمان است [۲۰] و فضایی که دارای متريک غير تخت و نيز پيچش باشد، بر رفتار تمام ذرات در آن فضا تأثير می‌گذارد. پيچش غير معمولترين ميدان در فيزيك می‌باشد. با وجود حدود دو سوم قرن تحقيق در مورد پيچش، هنوز يک توافق عام، نه روی فرمولبندی پيچش و نه روی مفهوم فيزيكی پيچش، وجود ندارد.

بعد از اينکه کارتان، پيچش را به عنوان قسمت پاد متقارن هموستار مستوى معرفی کرد، اينشتین، شرودينگر و ديگران در يک نظرية وحدت یافته گرانش و الکترو مغناطيس، از پيچش استفاده کردند و بدین ترتيب پيچش، در نيمه دوم قرن ۲۰، جايگاه بالاتری پیدا کرد. کاريانگ و ميلز، در مورد ميدانهای پیمانهای موضعی، محركی شد تا ابتدا Utiyama و بعد kibble و sciama گرانش را به عنوان يک نظرية پیمانهای ارائه کنند و بنابراین حیات جدیدی به پيچش، در زمینه یک تانسور متريک متقارن، داده شد. در اواسط ۱۹۷۰ Hehl، نظریهای را تحت عنوان نظریه اينشتین- کارتان (EC) ارائه کرد که در آن فقط داخل ماده‌ای که يک چگالی اسپین ذاتی به آن داده می‌شود، پيچش وجود دارد. در اين نظریه تفسیر فيزيكی روی اسپین است به ویژه اينکه اسپین ذاتی ذره بنیادی پيچش خلق می‌کند [۱۱] و نوترینوها (و نيز سایر اجرام آسمانی) در حضور اين ذرات قرار دارند. لذا مطالعه ميزان اين پيچش بر ديناميک نوترینو از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

همچنین اگر نوترینو دارای جرم باشد، پدیده نوسان نوترینو یعنی تبدیل  $\nu_e$  به  $\nu_{\mu}$  و  $\nu_{\tau}$  رخ می‌دهد. لذا محاسبه ميزان تأثير پيچش فضا بر نوسان نوترینو، که يکی از مسائل لاينحل فيزيك معاصر است، می‌تواند لااقل در چارچوب نظری جالب باشد.

البته همانطور که خواهیم دید، این اثر تنها زمانی نتایج محسوسی دارد که چگالی

ذرات محیط بسیار زیاد باشد و این شرایطی است که برای خورشید محقق نمی‌شود. بنابراین این اثر در محیط‌های بسیار چگال و یا گرانش‌های بسیار قوی (که احتمالاً در عالم اولیه موجود بوده است) می‌تواند مطرح باشد.

نکته دیگر آن است که مدل‌های دیگری هم برای وارد کردن اندر کنش نوترینو با پیچش وجود دارد، که در چارچوب آن مدلها، مقدار چگالی لازم برای محسوس بودن اندر کنش، بسیار کمتر از مدلی است که در اینجا مورد بررسی قرار گرفت.

در این گفتار می‌خواهیم تأثیر پیچش فضا بر رفتار نوترینو را بررسی کنیم و با فرض جرمدار بودن نوترینو، میزان این تأثیر بر پدیده نوسان نوترینو (که به احتمال بسیار زیاد، عامل کاهش شار نوترینوی خروجی از خورشید است) را مورد بررسی و محاسبه قرار می‌دهیم. محاسبات بر اساس مدل اینشتین- کارتان- دیراک انجام می‌شود.

برای این منظور ابتدا مسئله نوسان نوترینو و سپس فضا زمان با پیچش را مورد بررسی قرار می‌دهیم تا بتوانیم تأثیر پیچش بر نوسان نوترینو را توضیح دهیم و میزان آن را محاسبه کنیم. البته در اینجا ابتدا نوسان نوترینو در فضا زمان بدون پیچش یعنی در حضور گرانش را بررسی خواهیم کرد و تأثیر گرانش روی نوسانات نوترینو را توضیح خواهیم داد. در واقع کار ما تعیین این حالت به حالت پیچش دار و نیز محاسبه میزان تأثیر پیچش بر نوسان نوترینو می‌باشد.

در فصل اول: نوسان نوترینو را به اجمال بررسی می‌کنیم و ملاحظه خواهیم کرد که نوسان نوترینو وقتی ممکن است که یک ویژه حالت طعم، یک ویژه حالت جرمی نباشد بلکه ترکیبی خطی از ویژه حالت‌های جرمی باشد و خواهیم دید که نوسان نوترینو در خلا اما زوایای ترکیب بزرگ قادر به حل معما نوترینوی خورشیدی می‌باشد که البته چنین زوایایی ترکیب بزرگ تأیید نمی‌کند. سپس نوسان نوترینو در ماده و اثر MSW را بررسی

خواهیم کرد.

نشان می‌دهیم که فازهای نوسانی فضایی و زمانی تولید شده، دو توصیف از نوسان هستند که توسط سرعت گروه به نتایج یکسان منجر می‌شوند. و در پایان فصل معما نوترینوهای خورشیدی و برخی راه حل‌های این معما را به اجمال مرور می‌کنیم.

در فصل دوم: مروری بر هندسه دیفرانسیل خواهیم کرد. در این فصل هندسه ریمانی مورد بحث قرار می‌گیرد و با معرفی تانسور متایک و ضرایب هموستار، تانسورهای پیچش و انحنا را به طور جبری و هندسی بررسی خواهیم نمود. مفهوم انتقال موازی و ژئودزیک را توضیح خواهیم داد. پایه‌های غیر مختصاتی و چارچوبهای موضعی را بیان می‌کنیم و با نگرشی به اصل کنش، فضا زمان شوارتس شیلد را به اختصار مرور می‌کنیم و در پایان فصل اسپینورهای دیراک در فضا زمان خمیده را معرفی خواهیم کرد.

در فصل سوم: نوسان نوترینو در حضور گرانش را بررسی می‌کنیم. ابتدا فازهای نوسانی تولید شده از یک چشمۀ جایگزینه در حضور میدان گرانشی را تعیین می‌کنیم و از دو دیدگاه نظریه خطی سازی گرانش و نظریه نسبیت عامی، نتیجه فوق را تصدیق می‌کنیم. سپس نوسان نوترینو در فضا زمان خمیده (بدون پیچش) را به روش ساده هندسی بررسی خواهیم کرد و ملاحظه خواهیم کرد که فرمولهای نوسان توسط گرانش تغییر داده می‌شوند. در پایان این فصل نوسان نوترینو در فضا زمان شوارتس شیلد را توضیح خواهیم داد و تأیید خواهیم نمود که سهم گرانش در تغییر جهت اسپین در فضا زمان شوارتس شیلد ایستای متقارن کروی صفر است.

در فصل چهارم: تأثیر پیچش روی نوسان نوترینو را بررسی و میزان این تأثیر را محاسبه خواهیم کرد. ابتدا نوسانات نوترینو در حد جرم صفر را در نظر می‌گیریم که مربوط به بر هم کنش با یک میدان پیچش و با وجود نوترینوهای راست دست است.