بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه پیام نور

دانشکده علوم

گروه ریاضی

پایان نامه:

برای دریافت درجه کارشناسی رشته ریاضی کاربردی - آنالیز عددی

عنوان:

تجزیه LU با تکرار پالایش یافته برای حل دستگاههای خطی اسپارسی

پژوهشگر: *راهله شکرپور*

استاد راهنما: *آقای دکتر حسین خیری*

شهریور ماه ۱۳۸۶

باسمه تعالی

دانشگاه جامع پیام نور

استان آذربایجان شرقی

جمهوری اسلامی ایران

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

تاریخ ....

شماره ....

پیوست ....

تصویب نامه پایان نامه

پایان نامه تحت عنوان: تجزیه LU با تکرار پالایش یافته برای حل دستگاه های خطی اسپارسی.

که توسط راهله شکرپور **تهیه و به هیأت داوران ارائه گردیده است مورد تأئید می باشد.**

تاریخ دفاع: ۸۶/۰۶/۱۸ **نمره :** ۱۹,۵ نوزده و نیم **درجه ارزشیابی:** عالی

اعضای هیأت داوران:

نام و نام خانوادگی	هیأت داوران	مرتبه علمی	امضاء
۱- دکتر حسین خیری	استاد راهنما	استادیار	
۲- —	استاد راهنمای همکار یا مشاور	—	
۳- دکتر مهرداد لکستانی	استاد ممتحن (داور)	استادیار	
۴- دکتر داریوش صادق زاده	نماینده گروه آموزشی	مربی	

(نمونه تصویب نامه پایان نامه)

تقدیر و تشکر:

حمد و سپاس خالق یکتا را که توفیق فراگیری علم و دانش را براین بنده حقیر منت نهاد.

وجود عالم هستی و تمامی حرکات و تغییرات آن نشات گرفته از سنت هایی است که در عالمی ورای این عالم آفریده شده اند و شناخت این سنت های غیر حسی، لازمه همیشگی قدرت یافتن و رشد بشر است.

بیش از هر چیز لازم می دانم که از زحمات استاد ارجمندم جناب آقای دکتر حسین خیری، عضو هیئت علمی دانشگاه تبریز، که راهنمائی این پایان نامه را بر عهده داشتند و همچنین از جناب آقای دکتر مهرداد لکستانی به دلیل قبول داوری این پایان نامه تشکر می نمایم.

همچنین تشکر صمیمانه خود را از **پدر** و **مادرم** و خانواده ام به خاطر حمایت های بی دریغشان ابراز می دارم.

در نهایت حاصل کار خود را تقدیم می کنم به:

همسر مهربانم

و

پسر عزیزم (کسری)

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول

فصل دوم

فصل سوم

ضمیمه

۲. مثالهای عددی

واژه نامه

مراجع

نام خانوادگی دانشجو: شکرپور نام : راهله شماره دانشجوئی: ۸۴۸۱۰۱۲۰٤٥

عنوان پایان نامه: تجزیه LU با تکرار پالایش یافته برای حل دستگاههای خطی اسپارسی.

استاد راهنما: آقای دکتر *حسین خیری استیار.*

استاد مشاور:-----

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد رشته : ریاضی کاربردی

گرایش : آنالیزعددی دانشگاه : پیام نور تبریز

دانشکده : علوم تاریخ فارغ التحصیلی : ۸٦/٦/۱۸ تعداد صفحه : ٦۰

کلید واژه ها : تجزیه LU با تکرار پالایش یافته ($LUIR$)، تجزیه LU با جواب مستقیم ($LUDS$)، استراتژی توانهای ماتریس بولین (PBS)، فیل اینس ($fill-ins$).

چکیده:

در این مقاله برای حل دستگاه معادلات خطی $Ax = b$ که ماتریس ضرائب آن یعنی A بزرگ و اسپارس هست دو روش تجزیه LU با تکرار پالایش یافته ($LUIR$) و تجزیه LU با جواب مستقیم ($LUDS$) که بدون تکرار پالایش یافته است، مورد مقایسه قرار می گیرند.

با مثالهای عددی نشان می دهیم که استفاده از تکنیک ماتریس اسپارس زمان محاسبه و حافظه مورد نیاز برای ذخیره را کاهش می دهد و از استراتژی توانهای ماتریس بولین (PBS) برای کنترل حالت اسپارسیتی استفاده می شود.

فصل اول

۱. تعاریف:

تعریف ۱-۱: ماتریس مربع A را بالا مثلثی گویند هرگاه عناصر زیر قطر آن صفر باشد یعنی:
$a_{ij}=0$ به ازای $i=j+1, j+2,...n$

تعریف ۱-۲: ماتریس مربع A را پائین مثلثی گویند هرگاه عناصر بالای قطر آن صفر باشد یعنی: $a_{ij}=0$ به ازای $i=1,2,...,j-1$

تعریف ۱-۳: ماتریس مربع A را قطری گویند هرگاه عناصرغیرقطری آن صفر باشد.

تعریف ۱-٤: ماتریس مربعی A را معکوس پذیر نامند، در صورتیکه ماتریس مربعی B طوری وجود داشته باشد که $AB=BA=I$. معکوس A را با A^{-1} نشان می دهند.

تعریف ۱-۵: ماتریسی که از تغییر مکان سطر های یک ماتریس همانی حاصل شود، ماتریس جایگشتی می نامند.

مثال ۱-۱: $P=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}_{3\times3}$ یک ماتریس جایگشت۳×۳ است.

تعریف ۱-٦: ترانهاده یک ماتریس $m\times n$ ، A که با A^T نشان داده می شود ماتریسی $n\times m$ است که درآیه های آن عبارتند از $(A^T)_{ij}=(A)_{ji}$. ماتریسی که ترانهاده آن با خودش برابر باشد متقارن نامیده می شود.

تعریف ۱-۷: ماتریس متقارن $n\times n$، A را معین مثبت گوئیم اگر به ازای هر بردار ستونی n بعدی $x\neq 0$، $x^t Ax>0$.

تعریف ۱-۸: شعاع طیفی، $\rho(A)$، ماتریس A بصورت $\rho(A)=\max|\lambda|$ تعریف می شود، که درآن λ یک مقدار ویژه A است.

تعریف ۱-۹: عدد شرطی $\kappa(A)$، ماتریس نامنفرد A نسبت به نرم $\|\ .\ \|$ بصورت زیر تعریف می شود:

$$\kappa(A)=\|A\|\times\|A^{-1}\|$$

و با توجه با تعریف بالا و خاصیت ماتریس همانی داریم:

$$1=\|I\|=\|AA^{-1}\|\le\|A\|\|A^{-1}\|=\kappa(A)\Rightarrow\kappa(A)\ge 1$$

تعریف ماتریس اسپارس ۱-۱۰: ماتریسی که تعداد درآیه های صفرآن نسبت به سایر درآیه ها بیشتر باشد اسپارس گفته می شود.

تعریف فیل اینس۱-۱۱[1]: در روند تجزیه ماتریس های اسپارس، تبدیل درآیه های صفر به غیر صفر را فیل اینس می نامند.

تعریف ماتریس بولیئن۱-۱۲: ماتریسی که درآیه های آن ۰ و ۱ باشد ماتریس بولیئن گویند.

تعریف ماتریس چگال۱-۱۳: ماتریسی که تعداد درآیه های غیر صفرآن نسبت به درآیه های صفر بیشتر باشد چگال گفته می شود.

قضیه۱-۱: هرگاه A یک ماتریس $n\times n$ معین مثبت باشد، آنگاه A دارای تجزیه ای بصورت $A=LL^T$ است که درآن L یک ماتریس پائین مثلثی است.

۲. حل عددی دستگاه معادلات خطی :

حل بسیاری از مسائل در علوم مهندسی به حل دستگاه معادلات بفرم زیر منجر می گردد:

$$\begin{aligned}
a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n&=b_1\\
a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n&=b_2\\
&\vdots\\
a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots+a_{nn}x_n&=b_n
\end{aligned}$$

که در آن $x_1,x_2,\ldots x_n$ مجهول و بقیه معلوم هستند.

دستگاه فوق را به شکل ماتریسی $Ax=b$ نیز نشان می دهند که در آن

$$A=\begin{bmatrix}a_{11}&\ldots&a_{1n}\\ \vdots&&\\ a_{n1}&\ldots&a_{nn}\end{bmatrix},x=\begin{bmatrix}x_1\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix},b=\begin{bmatrix}b_1\\ \vdots\\ b_n\end{bmatrix}$$

[1]Fill ins

A را ماتریس ضرائب و x را بردار مجهول و b را مقادیر سمت راست می نامند.
در این دستگاه باید n معادله مستقل خطی باشند تا یک جواب منحصر بفرد موجود باشد و شرط لازم و کافی برای بروز این حالت ناصفر بودن دترمینان ماتریس ضرائب است.
حل این دستگاه وقتی n کوچک باشد با روشهای جایگزینی و کرامر بسیار ساده است ولی در صورتی که n بزرگ باشد حل این نوع مسائل به روشهای ذکر شده بسیار پیچیده و مستلزم وقت بسیار خواهد بود. لذا برای حل این مسائل از روشهای عددی که نوشتن برنامه های رایانه ای آنها نیز ساده است استفاده می گردد. روشهای عددی عموما به دو دسته مستقیم و تکراری تقسیم می گردند
اگر دستگاه معادلات بفرم زیر باشد:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1,n-1}x_{n-1} + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{n-1,n-1}x_{n-1} + a_{n-1,n}x_n = b_{n-1}$$

$$a_{nn}x_n = b_n$$

و $i = 1,...,n$ ، $a_{ii} \neq 0$ یعنی ماتریس ضرائب بالا مثلثی با اعضای قطری ناصفر باشد، در این حالت دستگاه با استفاده از روابط بازگشتی زیر حل خواهد شد:

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}x_j}{a_{ii}} \qquad i = n,...,1$$

این عمل را جایگذاری پسرو می نامند.
همچنین اگر دستگاه معادلات بفرم زیر باشد:

$$a_{11}x_1 = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2$$
$$\vdots$$
$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n$$

و $i=1,\dots,n$, $a_{ii}\neq 0$ یعنی ماتریس ضرائب پائین مثلثی با اعضای قطری ناصفر باشد. در این حالت دستگاه با استفاده از روابط بازگشتی زیر حل خواهد شد:

$$x_i=\frac{b_i-\sum_{j=1}^{i-1}a_{ij}x_j}{a_{ii}} \qquad i=1,2,\dots,n$$

این عمل را جایگذاری پیشرو می نامند.

در حل دستگاههائی که ماتریس ضرائب آنها اسپارس است به منظور کاهش زمان و حافظه مورد نیاز برای ذخیره و اینکه درآیه های صفر به دیگر درآیه ها ضرب نشوند بجای جایگذاری پیشرو و پسرو معمولی از الگوریتم های (۱-۲ و ۱-۳) بخش ضمیمه استفاده می کنیم و برای ضرب یک ماتریس به بردار از الگوریتم (۱-٤) بخش ضمیمه استفاده می کنیم.

در صورتی که در حالتهای فوق بعضی از عناصر قطری صفـر باشد ماتریس ضرائب منفرد بوده و دستگاه معادلات جواب یکتا ندارد.

با توجه به سادگی حل دستگاههای مثلثی تلاش خواهیم کرد تا دستگاه $Ax=b$ را بفرم $Ux=b_1$ و یا $Lx=b_2$ در آوریم که در آن U ماتریس بالا مثلثی و L ماتریس پائین مثلثی است و سپس با کمک جایگذاری پسرو و یا پیشرو مقادیر مجهول را محاسبه نمائیم.

۲-۱ روش حذفی گاوس:

یک روش مستقیم برای حل دستگاه معادلات خطی است که در آن ماتریس ضرائب به یک ماتریس مثلثی تبدیل گردیده و سپس دستگاه معادلات با جایگذاری پسرو و یا پیشرو حل می گردد.

اگر با انجام اعمال حذفی ماتریس ضرائب را به ماتریس قطری تبدیل کرده و سپس مقادیر مجهول را بدست آوریم این روش را گاوس- ژردن می نامند. در این روش باید توجه کرد که در بالا مثلثی کردن ماتریس ضرائب باید صفر کردن عناصر بصورت ستونی انجام گیرد تا در هر مرحله صفر جدیدی که ایجاد می گردد صفر های قبلی را تغییر ندهد. بعبارت دیگر در

این روش ابتدا کلیه عناصر ستون اول که در زیر قطر قرار دارند باید صفر گردند و آنگاه این عمل برای ستون های دوم و سوم و.. صورت پذیرد . در پائین مثلثی کردن ماتریس ضرائب از ستون آخر آغاز می کنیم و در آنجا نیز عمل صفر کردن را بصورت ستونی برای اعضای بالای قطر انجام می دهیم.

۲-۱-۱ محورگیری جزئی:

یکی از راههای کاهش خطا در حل دستگاه معادلات خطی محورگیری جزئی است. فرض کنید در مرحله p-ام روش حذفی گاوس هستیم و می خواهیم عناصر زیر قطر ستون p-ام را صفر کنیم. در این مرحله ماتریس افزوده به فرم زیر است:

$$\left[\begin{array}{cccccc|c} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & \cdots & a_{1p}^{(1)} & \cdots & a_{nn}^{(1)} & b_1^{(1)} \\ 0 & a_{22}^{(2)} & \cdots & a_{2p}^{(2)} & \cdots & a_{2n}^{(2)} & b_2^{(2)} \\ & & & a_{pp}^{(p)} & \cdots & a_{pn}^{(p)} & b_p^{(p)} \\ & & & & & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & a_{np}^{(p)} & \cdots & a_{nn}^{(p)} & b_n^{(p)} \end{array}\right]$$

اگر در این مرحله بیش از یک عنصر ناصفر در ستون p-ام واقع بر قطر و یا در زیر آن موجود باشد آنگاه سطری را که دارای بزرگترین عنصر از نظر قدر مطلق در زیر قطر ستون p-ام است با سطر p-ام جابجا می کنیم و بدین ترتیب عضو محوری از سایر عناصر زیر قطر ستون p-ام از نظر قدرمطلق بزرگتر خواهد بود. به عبارت دیگر:

اگر $k \geq p$ $\quad |a_{kp}| = \max\left\{|a_{pp}|, |a_{p+1,p}|, \cdots |a_{n,p}|\right\}$ آنگاه سطر k- ام را با سطر p-ام جابجا می کنیم. این عمل را محورگیری جزئی می نامند و برای جلوگیری از رشد خطا مناسب است.

لازم به توضیح است که تکنیک محورگیری جزئی برای حل دستگاه معادلات خطی مقید است اما کافی نمی باشد و ممکن است با انجام محورگیری جزئی نیز جوابهای بدست آمده

دارای خطای زیاد باشد برای رفع این مشکل و کاهش خطا از عملی بنام مقیاس کردن کمک می گیریم.

۲-۱-۲ مقیاس کردن:

فرض کنید در مرحله k-ام روش حذفی گاوس هستیم قبل از محورگیری و صفر کردن عناصر زیر قطر ستون k-ام ابتدا هرسطر ماتریس افزوده را بر بزرگترین عنصر ماتریس $A^{(k)}$ از نظر قدر مطلق در همان سطر تقسیم می کنیم. در اینصورت عناصر ماتریس $A^{(k)}$ همگی کوچکتر یا مساوی یک خواهد بود. این عمل را مقیاس کردن می نامند.

به عبارت دیگر اگر

$$s_i = \max \left|a_{ij}^{(k)}\right| \quad , \quad i=1,\cdots,n \qquad , i \le j \le n$$

آنگاه تمام عناصر سطر i-ام ماتریس $A^{(k)}$ را بر s_i تقسیم می کنیم و سپس عمل محورگیری و صفر کردن عناصر را پی می گیریم.

۲-۱-۳ محور گیری کلی:

برای تعیین عضو محوری می توان به گونه دیگری نیز عمل نمود و آن انتخاب بزرگترین عنصر از زیر ماتریس باقیمانده است به عبارت دیگر اگر

$$\left|a_{pq}^{(k)}\right| = \max \left|a_{ij}^{(k)}\right| \quad , \qquad k \le i, j \le n$$

آنگاه با تعویض سطرهای k-ام و p-ام و تعویض ستون های k-ام و q-ام $u_{pq}^{(K)}$ را به عنوان عضو محوری انتخاب کرده و محاسبات را ادامه می دهیم. این روش را محور گیری کلی می نامند.

محورگیری کلی به دلیل تعداد مقایسه های لازم برای تعیین عضو محورگیری برای دستگاههای معمولی توصیه نمی گردد زیرا این کار مستلزم صرف زمان بسیار زیاد است و تنها برای دستگاههای مورد استفاده قرار می گیرد که ارزش صرف این زمان را داشته باشد.

قضیه ۱-۲ : هرگاه A یک ماتریس معین مثبت و یا اکیدا قطر غالب باشد آنگاه A نامنفرد است و روش حذفی گاوس را می توان روی دستگاه خطی $Ax=b$ برای یافتن جواب یکتای آن بدون تعویض سطر و ستون انجام داد و محاسبات نسبت به رشد خطای گرد کردن پایدار است.

۲-۲ تجزیه مثلثی ماتریس:

اگر بتوان ماتریس A را مستقیما به حاصلضرب ماتریس های پائین مثلثی L و بالا مثلثی U تجزیه کرد، آنگاه می توان جواب دستگاه $Ax=b$ را به سادگی بدست آورد.
فرض کنید A بصورت LU تجزیه شده باشد در این صورت داریم: $(LU)x=b$ و با فرض $Y=Ux$ می توان نوشت $LY=b$. چون L ماتریس پائین مثلثی است پس بردار Y براحتی با استفاده از جایگذاری پیشرو قابل محاسبه است. با معلوم شدن Y و از حل دستگاه بالا مثلثی $Ux=Y$ بردار مجهول x با استفاده از جایگذاری پسرو بدست می آید.

برای حل دستگاه $Ax=b$ می توان ابتدا A را بصورت LU تجزیه نمود و سپس با استفاده از روش اشاره شده در پاراگراف قبلی مقدار مجهول بردار x را بدست آورد.

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} l_{11} & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & l_{nn} \end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & u_{nn} \end{pmatrix}=LU$$

در اینجا هدف تعیین مقادیر مجهول l_{ij} و u_{ij} است بطوری که رابطه بالا برقرار باشد. با ضرب ماتریس های L و U داریم:

$$a_{ij}=\sum_{k=1}^{n} l_{ik}u_{kj} \qquad ,i=1,\cdots,n \qquad ,j=1,\cdots,n$$

برای تجزیه A بصورت LU روشهای متعددی وجود دارد که در ادامه به بعضی از آنها می پردازیم.

۲-۲-۱ روش دولیتل[۲]:

در این تجزیه مقادیر قطری L را عدد ۱ انتخاب می کنیم. فرض کنید در تجزیه A نیازی به تعویض سطر نباشد در این صورت:

$$L.U=\begin{pmatrix}1 & 0 & \dots & 0\\ l_{21} & 1 & \dots & 0\\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots\\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & 1\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n}\\ 0 & u_{22} & \dots & u_{2n}\\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots\\ 0 & \dots & 0 & u_{nn}\end{pmatrix}$$

با انجام ضرب بالا می توان مولفه های ماتریس U و L را از رابطه بازگشتی زیر بدست آورد:

$$u_{rj}=a_{rj}-\sum_{k=1}^{r-1}l_{rk}u_{kj}\quad,\qquad j=r,\dots,n$$

$$l_{ir}=\frac{a_{ir}-\sum_{k=1}^{r-1}l_{ik}u_{kr}}{u_{rr}}\quad,\qquad i=r+1,\dots,n$$

۲-۲-۲ روش کروت[۳]:

این تجزیه نیز مانند دولیتل ماتریس A را به حاصلضرب LU تجزیه می کند با این تفاوت که در این تجزیه مقادیر قطری ماتریس U برابر یک اختیار می شوند.

$$L.U=\begin{pmatrix}l_{11} & 0 & \dots & 0\\ l_{21} & l_{22} & \ddots & \vdots\\ \vdots & \vdots & \ddots & 0\\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & l_{nn}\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}1 & u_{12} & \dots & u_{1n}\\ 0 & 1 & \dots & u_{2n}\\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots\\ 0 & .. & 0 & 1\end{pmatrix}$$

---

2 *Doolittle*

3 *Crout*

۲-۲-۳ روش چولسکی [4]

این تجزیه نیز مانند دولیتل و کروت ماتریس A را به حاصلضرب LU تجزیه می کند با این تفاوت که در این تجزیه مقادیر قطری ماتریس های U و L با هم برابر هستند یعنی، به ازای هر یک از مقادیر i ، $u_{ii} = l_{ii}$.

۲-۲-٤ کاربرد تجزیه بصورت LU:

فرض کنید می خواهیم چندین دستگاه معادله را حل کنیم که ماتریس ضرائب همگی آنها یکسان است و تنها تفاوتشان در مقادیر سمت راست می باشد. به بیان دیگر هدف حل دستگاههای معادلات:

$$
\begin{aligned}
&Ax = b_1 \\
&Ax = b_2 \\
&\vdots \\
&Ax = b_m
\end{aligned}
$$

است. در این حالت استفاده از روش تجزیه مثلثی LU مناسب است زیرا ماتریس A تنها یکبار بصورت LU تجزیه شده و سپس می توان هر دستگاه را با جایگذاری پیشرو و پسرو حل نمود.

اگر بخواهیم چنین مسئله ای را با روش حذفی گاوسی حل کنیم در این حالت ماتریس افزوده ای بفرم $[A|b_1 b_2 \ldots b_m]$ تشکیل می دهیم و سپس با اعمال سطری مقدماتی ماتریس A را به ماتریس بالا مثلثی تبدیل می کنیم. ماتریس افزوده جدید به فرم $[U|b_1^{(n)} b_2^{(n)} \ldots b_m^{(n)}]$ خواهد بود. با حل دستگاههای مثلثی

[4] *Choleski*

$$Ux = b_1^{(n)}$$
$$\vdots$$
$$Ux = b_m^{(n)}$$

مقادیر مجهول را برای هر دستگاه بطور جداگانه ای محاسبه می کنیم.
لازم به ذکر است که در بعضی از مواقع کلیه مقادیر سمت راست از ابتدا مشخص نمی باشد و بعضی از مقادیر سمت راست پس از حل یک دستگاه از معادلات قبلی مشخص می شود. در چنین حالاتی بهتر است از روش تجزیه LU کمک بگیریم چون در روش حذفی گاوس مجبوریم برای دستگاه دوم تمام محاسبات را از ابتدا انجام دهیم.

۲-۲-۵ یافتن وارون یک ماتریس:

فرض کنید A ماتریسی از مرتبه n و نامنفرد باشد در این صورت می توان برای یافتن وارون A از روش حذفی گاوس یا روش تجزیه LU استفاده کرد. هدف یافتن ماتریسی چون B است بطوریکه $AB = I_n$ اگر B_i ستون i-ام ماتریس B و I_i ستون i-ام ماتریس همانی I_nباشد آنگاه یافتن ماتریس Bمعادل حل دستگاههای زیر است:

$$AB_1 = I_1$$
$$\vdots$$
$$AB_n = I_n$$

با حل هر یک از دستگاههای فوق یک ستون از ماتریس B محاسبه می گردد. در واقع در اینجا مسئله حل دستگاههای معادلات خطی با چند طرف ثانی مطرح است که در قسمت قبل شرح داده شد.