به‌نام خدا

دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده‌ی فیزیک

مطالعه نقض تقارن لورنتس

رساله‌ی دکتری فیزیک

ایمان مطیع

استاد راهنما

دکتر منصور حقیقت

مهر ماه ۱۳۹۱

دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده‌ی فیزیک

رساله‌ی دکتری رشته‌ی فیزیک

تحت عنوان

مطالعه نقض تقارن لورنتس

توسط

ایمان مطیع

در تاریخ ۱۳۹۱/۰۷/۱۲ توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهایی قرار گرفت.

۱—استاد راهنمای پایان‌نامه	دکتر منصور حقیقت
۲—استاد مشاور پایان‌نامه	دکتر فرهنگ لران
۳—استاد مدعو	دکتر صدیقه دلدار
۴—استاد مدعو	دکتر سید محمد زبرجد
۵—استاد ممتحن داخلی	دکتر مسلم زارعی
سرپرست تحصیلات تکمیلی	دکتر مجتبی علایی

تشکر و قدردانی

با سپاس فراوان از

همسر عزیزم که در طول دوره دکترا همراه من بود

خانواده عزیز خود و همسرم، به خاطر محبت‌ها و حمایت‌هایشان

از استاد راهنمای گرامی‌ام، آقای دکتر منصور حقیقت به خاطر راهنمایی‌های ارزشمندشان در دوره دکترا

استاد گرامی‌ام، آقای دکتر فرهنگ لران، به پاس رهنمودهای ارزنده شان

پروفسور روفینی[1] و پروفسور شوئه[2]، به خاطر راهنمائی هایشان در دوره فرصت مطالعاتی

اساتید داور خانم دکتر دلدار، آقای دکتر زبرجد و آقای دکتر زارعی، به‌خاطر مطالعه پایان‌نامه

و همه اساتید دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی اصفهان، به خاطر آن‌چه در طول این دوره از آنها آموختم

و همه دوستانم، به خاطر همفکری‌ها و هم‌دلی‌هایشان بویژه آقایان روح ا.. محمدی، احسان باورساد، زهرا رضایی، مهدی صادق، علی خیراندیش، روح ا... احمدی، حسین محمدزاده و داوود طغرایی.

[1] R. Ruffini

[2] S. S. Xue

کلیهٔ حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات،
ابتکارات و نوآوری‌های ناشی از تحقیق موضوع این
پایان‌نامه متعلق به دانشگاه صنعتی اصفهان است.

تقدیم به همسر مهربانم

فهرست مندرجات

۱ مقدمه ۲

۲ مدل استاندارد تعمیم‌یافته ۵

۲—۱ تعریف نقض تقارن لورنتس ۵

۲—۲ مدل استاندارد تعمیم‌یافته SME ۸

۳ تولید قطبش دایروی تابش پس‌زمینه کیهانی در حضور اثرات نقض لورنتس ۱۳

۳—۱ مقدمه ۱۴

۳—۲ پارامترهای استوکس و معادله بولتزمن ۱۶

۳—۳ تولید قطبش دایروی CMBR در حضور اثرات نقض لورنتس ۲۱

۳—۳—۱ بخش فوتونی ۲۲

۳—۳—۲ بخش الکترونی ۲۵

۳–۴ بحث و نتیجه‌گیری ۳۶

۴ رشد ممان دوقطبی الکتریکی الکترون در مدل استاندارد تعمیم‌یافته ۳۸

۴–۱ مقدمه ۳۹

۴–۲ تابع ساختارهای الکترومغناطیسی ۴۲

۴–۳ محاسبه EDM الکترون در مدل استاندارد تعمیم‌یافته ۴۵

۴–۴ نتیجه‌گیری ۴۹

۴–۵ جزئیات محاسبهٔ eEDM ۵۰

۴–۵–۱ اتحادها ۵۴

۵ تصحیح g–فاکتور مئون در مدل استاندارد تعمیم‌یافته ۵۶

۵–۱ مقدمه ۵۷

۵–۲ توابع ساختار الکترومغناطیسی ۵۹

۵–۳ محاسبه g–فاکتور مئون در مدل استاندارد تعمیم‌یافته ۶۱

۵–۴ نتیجه‌گیری ۶۷

۵–۵ جزئیات محاسبهٔ ممان دوقطبی مغناطیسی مئون ۶۸

۵–۵–۱ اتحادها ۷۱

۶ نوسان نوترینوهای پرانرژی به واسطه اثرات نقض لورنتس ۷۳

۶–۱ مقدمه ۷۴

۶–۲ بوزون‌ها و فرمیون‌ها در فضا–زمان گسسته ۷۵

۶–۳ اثرات نقض تقارن لورنتس در نوسان نوترینوهای پرانرژی ۷۹

۶–۴ احتمال تبدیل نوترینو ۸۱

۶–۵ نتیجه‌گیری ۸۳

۷ نتیجه‌گیری ۸۶

A مدل موثر نقض خودبه‌خودی تقارن CPT ۸۹

چکیده

در این رساله، نشان دادیم که اگر اثرات نقض لورنتس در مدل استاندارد تعمیم‌یافته را در نظر بگیریم، فوتون‌های تابش ریزموج پس‌زمینه کیهانی (CMBR)، قطبش دایروی کوچکی بدست می‌آورند. از محاسبه‌ی پراکندگی کامپتون CMBR در حضور اثرات نقض لورنتس، تصحیحات جدیدی بدست می‌آید که می‌توانند سبب غیرصفر شدن معادله تحول پارامتر استوکس V گردند. در مدل استاندارد تعمیم‌یافته جملاتی وجود دارند که به‌طور صریح تقارن CP را نقض می‌کنند. در این میان به منظور محاسبه ممان دوقطبی الکتریکی الکترون(eEDM)، جمله CPT زوج $d_{\mu\nu}$ را در نظر گرفته‌ایم و نشان دادیم که توابع ساختار علاوه بر تکانه انتقالی به اسکالرهای لورنتسی دیگری نیز وابسته هستند که از ترکیب چهار–بردار تکانه الکترون و ضریب نقض لورنتس $d_{\mu\nu}$ ساخته می‌شوند. وابستگی تابع ساختار دوقطبی الکتریکی الکترون به انرژی، منجر به رشد eEDM در انرژی‌های بالا می‌شود. نشان دادیم که در حد $\frac{|d|p^2}{m_e^2} \sim 1$، ممان دوقطبی الکتریکی الکترون می‌تواند به بزرگی $10^{-14} e\,\mathrm{cm}$ باشد. جمله $c_{\mu\nu}$ در لاگرانژی SME را در نظر گرفتیم و سهم آن را در g–فاکتور مئون بررسی کردیم. نشان دادیم که توابع ساختار علاوه بر تکانه انتقالی، تابع اسکالرهای لورنتسی جدیدی هستند که بوسیله ضریب نقض لورنتس $c_{\mu\nu}$ و چهار–تکانه مئون ساخته می‌شوند. با استفاده از پارامترهای آزمایشگاهی، همچون اندازه تکانه مئون و اختلاف موجود بین مقدار اندازه‌گیری شده و مقدار نظری پیش‌بینی شده ممان مغناطیسی غیرعادی مئون، حد 10^{-10} را برای ضریب نقض لورنتس $c_{\mu\nu}$ مئون بدست می‌آید. این حد با سایر حدودی که پیش از این برای $c_{\mu\nu}$ مئون، از روش‌های دیگر تعیین شده بود، سازگار است. در مقیاس پلانک، فضا–زمان دیگر پیوسته نیست بلکه گسسته است. در نتیجه تقارن لورنتس در انرژی‌های بسیار بالا شکسته می شود. الگوی نوسان نوترینو، ناشی از نقض تقارن لورنتس در فضا–زمان گسسته را مطالعه کردیم و با الگوی نوسان عادی نوترینو که ناشی از جمله جرمی است، مقایسه نمودیم. ما دریافتیم که طرح نوسان نوترینو در انرژی‌های خیلی بالا متفاوت از طرح نوسان معمولی نوترینو است.

کلمات کلیدی: نقض تقارن لورنتس، مدل استاندارد تعمیم‌یافته، قطبش دایروی تابش پس‌زمینه کیهانی، ممان دوقطبی الکتریکی، g–فاکتور مئون، نوسان نوترینوهای پرانرژی.

فصل ۱

مقدمه

نسبیت یکی از موفق‌ترین نظریه‌های قرن گذشته بوده است و مبنای فیزیک نوین می‌باشد. هسته اصلی نسبیت، تقارن لورنتس است. یعنی نسبیت تحت تبدیلات گروه لورنتس، که شامل خیز[1] و دوران[2] است، ناوردا می‌باشد.

در دهه گذشته تلاش‌های بسیاری در جهت آزمودن ناوردایی لورنتس صورت گرفته است. وجود آزموده‌های آزمایشگاهی بسیار دقیق به همراه اثبات کلی قضیه CPT (برای نظریه‌های دارای تقارن لورنتس) بیان می‌کند که مشاهده نقض لورنتس و نقض CPT یک علامت و نشانه‌ی مهم برای فیزیک جدید می‌باشد. در این حالت، فرآیندهای نظری ممکنی که در آن‌ها تقارن لورنتس و CPT نقض می‌گردند نیز جذاب خواهند بود. نوشتن یک توصیف پدیده‌شناختی[3] از نقض تقارن لورنتس و CPT، بدون تلاش برای تولید یک نظریه سازگار، نسبتاً آسان است. هرچند بدون داشتن یک نظریه‌ی اساسی نمی‌توان دانست که آیا این توصیف پدیده‌شناختی به طبیعت مربوط می‌شود یا نه. در مقابل یافتن

[1] Boost

[2] Rotation

[3] Phenomenological

نسخه‌ای نظری برای نقض لورنتس و نقض CPT نسبتاً دشوار می‌باشد زیرا تقارن لورنتس و CPT عمیقاً در ساختار نظریه‌های نوین طبیعت، ریشه کرده است. بیشتر نظریه‌های پیشنهادی در مورد نقض تقارن لورنتس و CPT، یا شامل تجدید نظرهای بنیادی در نظریه‌ی میدان کوانتمی می‌باشند و یا تحقیق آنها در طبیعت بعید به نظر می‌رسد. بنابراین نظریه‌ای مطلوب است که با قیدهای آزمایشگاهی و نظریه میدان کوانتومی سازگار باشد.

یکی از نظریه‌های مورد توجه، مدل استاندار تعمیم‌یافته[4] (SME) می‌باشد که ما نیز با استفاده از این نظریه، به بررسی نقض تقارن‌های لورنتس و CPT می‌پردازیم. SME به زبان ساده، علاوه بر تمام جملات مدل استاندارد (SM)، شامل عمومی‌ترین جملات ممکنی است که می‌توانند سبب نقض تقارن لورنتس گردند. این جملات به گونه‌ای هستند که شرط‌های ناوردایی پیمانه‌ای $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ و توان—شماری بازبهنجارپذیری [5] را ارضا می‌کنند [۱، ۲، ۳]. البته از آنجایی که ما در جهانی زندگی می‌کنیم که ناوردایی لورنتس یک تقارن تقریباً کامل است، لذا انتظار می‌رود که اثرات نقض تقارن لورنتس، در چارچوب ما بسیار کوچک باشند.

مقیاس این نظریه‌ی بنیادی که شامل گرانش نیز می‌باشد، همان مقیاس پلانک M_P است [۱]، که ۱۷ مرتبه‌ی بزرگی، بزرگتر از مقیاس الکتروضعیف M_W در مدل استاندارد است. از این‌رو به نظر می‌آید که نشانه‌های آزمایشگاهی ناشی از این نظریه‌ی بنیادی، احتمالاً باید به نسبت $r \simeq \frac{m_W}{M_P} \simeq 10^{-17}$ تضعیف شده باشد. لذا انتظار داریم که اثرات نقض تقارن لورنتس خود را در انرژی‌های بسیار بالا نشان دهند. البته اکنون آزمایش‌های بسیار دقیق، نقش انرژی‌های بالا را بازی می‌کنند و آشکارسازی این اثرات بسیار کوچک در مقیاس انرژی حاضر، نیازمند آزمایش‌هایی با حساسیت‌های استثنایی است.

برای تشخیص نشانه‌های نقض لورنتس، یک رهیافت موثر این است که مدل استاندارد تعمیم‌یافته را برای اثرهایی که فیزیک مدل استاندارد معمولی قادر به توصیف آنها نیست و یا در توصیف آنها دچار کاستی‌هایی است ، بیازماییم. زیرا در غیر این‌صورت اثرات برهمکنش‌های ناشی از مدل استاندارد

[4] Standard Model Extension

[5] Power-counting renormalizability

معمولی غالب خواهند شد و برهمکنش‌های نقض لورنتس حائز اهمیت نخواهند بود.

با توجه به این مطالب، به محاسبه اثرات این مدل در تولید قطبش دایروی تابش ریزموج پس‌زمینه کیهانی[6] (CMBR)، ممان دوقطبی الکتریکی الکترون[7]، محاسبه g−فاکتور مئون[8] و نوسان نوترینوهای بسیار پرانرژی[9] پرداخته‌ایم. در انجام این محاسبات از این نکته استفاده کرده‌ایم که در مدل استاندارد تعمیم‌یافته به‌واسطه حضور برهمکنش‌های جدید، راس‌ها[10]، توابع موج ذرات و رابطه پاشندگی[11] تغییر می‌کنند.

این رساله از بخش‌های زیر تشکیل شده است. در فصل دوم، ابتدا نقض تقارن لورنتس را تعریف کرده و مقصودمان را از نقض تقارن لورنتس، شرح می‌دهیم و سپس به توصیف مدل استاندارد تعمیم‌یافته می‌پردازیم. فصل سوم به اثرات نقض لورنتس در تولید قطبش دایروی تابش ریزموج پس‌زمینه کیهانی می‌پردازد و در این فصل به‌طور صریح، سهم و نقش برخی از جملات SME را در قطبش دایروی CMBR بررسی می‌کنیم. در فصل چهارم، به محاسبه ممان دوقطبی الکتریکی الکترون در مدل استاندارد تعمیم‌یافته پرداخته و با توجه به داده‌های آزمایشگاهی، بر روی ضریب نقض لورنتس مربوطه، حد می‌گذاریم. در فصل پنجم، تصحیح g−فاکتور مئون در مدل استاندارد تعمیم‌یافته بررسی شده است. نوسان نوترینوهای بسیار پرانرژی در حضور اثرات نقض لورنتس نیز در فصل ششم مطالعه شده است و در فصل هفتم، نتیجه‌گیری و جمع‌بندی آورده شده است.

---

[6] Cosmic Microwave Background Radiation

[7] Electron's electric dipole moment

[8] Muon g-factor

[9] High energy neutrino oscillation

[10] Vertex

[11] Dispersion relation

فصل ۲

مدل استاندارد تعمیم‌یافته

در این فصل به توصیف مدل استاندارد تعیم‌یافته (SME)، به‌عنوان یک مدل موثر در توصیف نقض لورنتس می‌پردازیم و لاگرانژی این مدل را شرح می‌دهیم. اما پیش از آنکه به بحث نقض لورنتس از طریق SME بپردازیم، لازم است معنی و مفهوم نقض لورنتس را توضیح دهیم.

۲—۱ تعریف نقض تقارن لورنتس

در این بخش تبدیلات لورنتس را شرح داده و براساس آن، نقض لورنتس را تعریف می‌کنیم و برای ایجاد شهود بهتر از آنچه که نقض لورنتس نامیده می‌شود، مثال‌هایی را مطرح می‌نماییم. تبدیلات لورنتس را می‌توان به دو صورت زیر در نظر گرفت

۱— تبدیلات لورنتس ناظر[1](تبدیلات غیرفعال[2])

این نوع تبدیلات لورنتس مربوط به مختصات است و شامل خیز و دوران از یک چارچوب به چارچوب مختصات دیگر می‌شود. ناوردایی تحت این نوع تبدیلات لورنتس از این جهت اهمیت دارد که

[1] Observer lorentz transformation

[2] Passive

فیزیک مستقل از انتخاب ناظر یا چارچوب می‌باشد. به‌عنوان مثال جرم و اسپین و سایر خصوصیت‌های ذره، از موقعیت مستقل خواهند بود. این مطلب در واقع یک اصل می‌باشد که ما آن را حفظ می‌نماییم. بنابراین در سراسر این رساله، ناوردایی تحت تبدیلات لورنتس ناظر را خواهیم داشت.

مشاهده‌پذیرهای فیزیکی بوسیله یک تانسور یا میدان اسپینوری $\phi(x)$ داده می‌شوند و قوانین فیزیکی به صورت معادلات هموردا[3] نوشته می‌شوند، که‌از اصل کنش[4] بدست می آیند.

کنش معمولاً دارای شکل زیر است

$$S[g,\phi(x)] = \int_M L(g,\phi(x),\nabla\phi(x)), \qquad (۱-۲)$$

که باید تحت تبدیلات مختصات $x^\mu \to x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu$ و $\phi(x) \to \phi'(x) = M(\Lambda)\phi(\Lambda^{-1}x)$، یک اسکالر لورنتسی باشد ($M(\Lambda)$ نمایشی از گروه لورنتس است) و M منیفولد[5] فضا—زمان است که از طریق متریک g توصیف می‌شود. شرط اسکالر بودن S، باعث می‌شود که معادله حرکت تحت تبدیلات ناظر ناوردا بماند. بنابراین با اعمال خیز و دوران بین چارچوب‌های اینرسی، مشاهده‌پذیرها به لحاظ فیزیکی معادل خواهند بود.

۲ — تبدیلات لورنتس ذره[6](تبدیلات فعال[7])

در این تبدیلات به‌جای اینکه چارچوب‌های لخت را خیز و دوران دهیم، در یک چارچوب لخت معین به بررسی اثرات خیز و دروان روی ذره یا میدان با تکانه و جهت اسپین مشخص می‌پردازیم. به این نوع تبدیلات لورنتس که مربوط به ذره یا میدان است، تبدیلات لورنتس ذره می‌گویند [۲].

برای یک ذره آزاد، تبدیلات لورنتس ذره با تبدیلات لورنتس ناظر معادل می‌باشند. اما برای ذره‌ای که در برهمکنش با میدان پس‌زمینه می‌باشد این ارتباط دیگر برقرار نیست. برای درک اختلاف بین این دو نوع تبدیل، ذره بارداری به جرم m و بار q را در نظر بگیرید که در مسیر دایروی عمود بر میدان

---

[3] Covariant

[4] Action

[5] Manifold

[6] Particle lorentz transformation

[7] Active

مغناطیسی B حرکت می‌کند. معادله حرکت آن عبارت است از

$$m\frac{dv^{\mu}}{d\tau} = qF^{\mu\nu}v_{\nu}, \qquad (۲-۲)$$

که v^{μ} چهار–بردار سرعت ذره است و $A^{\mu} = (\phi, \vec{A})$، $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ و $F_{\mu\nu} = \partial_{[\mu}A_{\nu]}$ می‌باشد. این معادله حرکت، یک معادله هموردا است. بنابراین در تمام چارچوب‌های مرجع یا سیستم‌های مختصات برقرار است. حال فرض کنید که یک تبدیل لورنتس ذره یا به بیان دقیق‌تر، خیزی در امتداد مسیر بار اعمال شود. این تبدیل بدون هرگونه تغییری در میدان مغناطیسی خارجی، سبب افزایش تکانه بار خواهد شد و باعث حرکت آن بر روی دایره‌ی بزرگتری می‌شود. در مقابل یک خیز ناظر در امتداد مسیر ذره، نتیجه کاملاً متفاوتی خواهد داشت. زیرا این نوع خیز سبب ایجاد میدان الکتریکی می‌شود و به واسطه میدان الکتریکی القایی، مسیر حرکت ذره دیگر دایروی نخواهد بود.

برای درک بهتر نقض تقارن لورنتس ذره، به‌عنوان مثال جمله a_{μ} در لاگرانژی مدل استاندارد تعمیم‌یافته را در نظر می‌گیریم، برای سایر جملات این مدل نیز می‌توان به‌طور مشابه این بحث را مطرح کرد. اگر ماتریس یونیتاری U را به عنوان تبدیل لورنتس ذره در نظر بگیریم، در این حالت تحت این تبدیل خواهیم داشت

$$\begin{aligned}\bar{\psi}(x)\gamma^{\mu}a_{\mu}\psi(x) &= U[\bar{\psi}(x)\gamma^{\mu}a_{\mu}\psi(x)]U^{-1} \\ &= [U\bar{\psi}(x)U^{-1}][U\gamma^{\mu}U^{-1}][Ua_{\mu}U^{-1}][U\psi(x)U^{-1}], \qquad (۳-۲)\end{aligned}$$

که γ^{μ} همانند یک بردار تحول می یابد و a_{μ} تحت تبدیلات لورنتس ذره تغییر نمی‌کند، لذا داریم

$$\begin{aligned}\bar{\psi}(x)\gamma^{\mu}a_{\mu}\psi(x) &= [\bar{\psi}(\Lambda x)S^{-1}][(\Lambda)^{\mu}_{\lambda}\gamma^{\lambda}]a_{\mu}[S\psi(\Lambda x)] \\ &= \bar{\psi}(\Lambda x)[(\Lambda)^{\mu}_{\lambda}\gamma^{\lambda}]a_{\mu}\psi(\Lambda x), \qquad (۴-۲)\end{aligned}$$

همانطور که مشاهده می‌شود لاگرانژی مربوطه تحت تبدیلات لورنتس ذره ناوردا نمی‌ماند.

در این رساله نقض تقارن لورنتس، با در نظر گرفتن یک میدان برداری پس‌زمینه b^{μ} مطرح می‌شود که ذرات با آن برهمکنش می‌نماید. تحت تبدیلات ناظر این چهار کمیت به عنوان مولفه‌های یک

چهار–بردار تبدیل می‌شوند، اما تحت تبدیلات ذره به‌صورت چهار اسکالر تبدیل می‌گردند.

با توجه به مطالب گفته شده، در سراسر این رساله منظور از نقض تقارن لورنتس، نقض تقارن لورنتس ذره می‌باشد و تقارن لورنتس ناظر پایسته است.

۲–۲ مدل استاندارد تعمیم‌یافته SME

مدل استاندارد کمینه (MSM)[8] $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$، هر چند بطور پدیده‌شناختی [9] نظریه‌ای موفق بوده است، اما مسائل بسیاری را بدون پاسخ می‌گذارد. از جمله این مسائل که در این رساله به آنها اشاره شده است، بحث ممان دوقطبی الکتریکی الکترون، انحراف بین مقدار آزمایشگاهی و نظری (محاسبات مدل استاندارد) در g–فاکتور مئون و نوسان نوترینو می‌باشد.

بر همین اساس دانشمندان به بررسی فیزیک‌های جدیدی شامل نقض تقارن لورنتس می‌پردازند. در این نظریه‌ها شکست تقارن لورنتس به این صورت است که خلاء دارای مقدار انتظاری غیر صفری است که این مقدار انتظاری خلاء، با تانسورهای لورنتسی توصیف می‌شوند. در واقع شکست تقارن لورنتس را به‌صورت خودبخودی در نظر می‌گیریم. نکته‌ی مهم این است که تقارن لورنتس، به‌عنوان خاصیتی از نظریه بنیادی باقی می‌ماند، زیرا شکست تقارن لورنتس به‌صورت خودبخودی است یعنی انتظار می‌رود که جنبه‌های مختلف نظریه‌های مرسوم، در نظریه‌ی موثر در انرژی پایین برقرار باشند. اگر مقادیر انتظاری خلاء یا همان تانسورهای لورنتسی را ثابت در نظر بگیریم یعنی تابع زمان و مکان نباشند، در این صورت تقارن انتقالی را خواهیم داشت و در نتیجه انرژی و تکانه همانند حالت معمولی پایسته می‌مانند.

جنبه مهم دیگر شکست خودبخودی تقارن این است که هم نظریه بنیادی و هم نظریه موثر در انرژی پایین، تحت تبدیلات ناظر ناوردا می‌مانند. وجود مقدار انتظاری غیر صفر تانسور تنها سبب نقض ناوردایی تبدیلات لورنتس ذره می‌گردد، یعنی دوران‌ها و خیزهای یک ذره یا میدان موضعی، در مقدار انتظاری خلاء تغییری ایجاد نمی‌کنند.

---

[8] Minimal Standard Model

[9] Phenomenologically

حال از این چارچوب نظری نقض خودبخودی تقارن لورنتس، استفاده کرده و کلی‌ترین تعمیم مدل استاندارد کمینه $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ که تقارن لورنتس و CPT در آن نقض می‌شود را تشکیل می‌دهیم.

این تعمیم بدین صورت است که جملات نقض لورنتس ممکنی که از شکست خودبخودی تقارن در سطح نظریه بنیادی بدست می آیند را به لاگرانژی مدل استاندارد اضافه می‌کنیم. این جملات، ناوردایی پیمانه‌ای[10] $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ و توان—شماری بازبهنجارپذیری را حفظ می‌کنند[۱، ۳].

شکل کلی جملات نقض لورنتس بدین صورت است که بخشی نقش ضرایب جفت‌شدگی[11] را بازی می‌کنند و بخش دیگر از میدان‌های پایه در مدل استاندارد ساخته شده‌اند. بخشی که به صورت ضرایب جفت‌شدگی عمل می‌کنند، اندیس‌های فضا—زمانی دارند که خصوصیت‌های مقادیر انتظاری غیر صفر نظریه بنیادی، تحت تبدیلات لورنتس ناظر را منعکس می‌کنند. بخش میدان، ممکن است شامل مشتقات هموردا باشد و در مورد میدان‌های فرمیونی، ماتریس‌های گاما را نیز در بر می‌گیرند.

ناوردایی پیمانه‌ای ایجاب می‌کند که بخش میدانی تحت $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ یکتا[12] باشند و همچنین بر اساس شرط توان—شماری بازبهنجارپذیری، توان آنها نباید بیشتر از ۴ باشد. پس برای جمله‌ای از بخش میدان که دارای بعد n است، ضرایب جفت‌شدگی آن باید دارای بعد $4-n$ باشد. بدلیل آنکه مدل استاندارد تعمیم‌یافته، از شکست خودبخودی تقارن لورنتس یک نظریه بنیادی هموردا نشات گرفته است، پس تمام جملات ناقض لورنتس باید تحت تبدیلات لورنتس ناظر، یکتا باشند. یعنی اندیس‌های بخش میدان باید با اندیس‌های ضرایب جفت‌شدگی انطباق[13] داشته باشند.

براساس قضیه CPT، نظریه‌هایی که تقارن لورنتس دارند حتماً تقارن CPT نیز دارند، بنابراین نظریه‌هایی که در آنها تقارن CPT شکسته می‌شود، حتماً تقارن لورنتس نیز در آنها شکسته خواهد شد. اما عکس این قضیه برقرار نیست پس اگر تقارن CPT وجود داشته باشد، نمی توان گفت که حتماً تقارن

[10] Gauge invariancy

[11] Coupling coefficient

[12] Singlet

[13] Couple

لورنتس را نیز داراست [۲، ۴].

با توجه به این مطلب، جملات مدل استاندارد تعمیم‌یافته را می‌توان به دو دسته تقسیم‌بندی نمود

الف) جملاتی که تحت CPT زوج می‌باشند.

ب) جملاتی که تحت CPT فرد هستند[14].

پس به‌طور طبیعی جملات SM را در بخش CPT زوج، می‌توان یافت [۲].

در SME تابع موج لپتون‌ها[15] و کوارک‌های[16] چپ—دست و راست—دست به همان صورت مدل استاندارد تعریف می‌شوند [۱، ۵]

$$L_A = \begin{pmatrix} \nu_A \\ l_A \end{pmatrix}_L , \qquad R_A = (l_A)_R,$$

$$Q_A = \begin{pmatrix} u_A \\ d_A \end{pmatrix}_L , \qquad U_A = (u_A)_R \ , \qquad D_A = (d_A)_R \quad , \qquad (۵-۲)$$

که

$$\psi_L \equiv \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\psi, \qquad \psi_R \equiv \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\psi, \qquad (۶-۲)$$

و $A = 1, 2, 3$ برچسب‌های طعم[17] می‌باشند و در معادله (۲—۵)

$$\begin{aligned} l_A &\equiv (e, \mu, \tau), \qquad \nu_A \equiv (\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau) \\ u_A &\equiv (u, c, t), \qquad d_a \equiv (d, s, b). \end{aligned} \qquad (۷-۲)$$

در این رساله بخش الکترودینامیک کوانتومی[18](QED)، در مدل استاندارد تعمیم‌یافته مورد توجه ما است، زیرا QED در آزمایش‌های متفاوت و با دقت بسیار بالایی آزموده شده است. از این رو تنها بخش QED لاگرانژی SME را در نظر می‌گیریم و برای بدست آوردن QED تعمیم‌یافته، کافی است تا بعد از شکست

[14] در پیوست A، یک مدل موثر برای نقض تقارن CPT معرفی شده است.

[15] Leptom

[16] Quark

[17] Flavor

[18] Quantum Electro Dynamic

$SU(2) \times U(1)$، میدان‌های پیمانه‌ای G_μ برای گلوئون‌ها[19]، $W_\mu^\pm$ و Z_μ^0 مربوط به برهمکنش ضعیف و میدان هیگز[20] (البته بجز مقدار انتظاری دوگان هیگز که جرم فرمیون‌ها را تولید می‌کند) را صفر قرار دهیم. تنها بوزون باقی‌مانده فوتون است که واسط برهمکنش الکترومغناطیس است. پس از اعمال این محدودیت‌ها، بخش QED لاگرانژی مدل استاندارد تعمیم‌یافته، که شامل لاگرانژی QED معمولی بعلاوه جملات CPT زوج و فرد است، را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$L_{lepton-photon}^{QED} = i\bar{l}_A\gamma^\mu\vec{D}_\mu l_A - m_A\bar{l}_A l_A - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \qquad (۸-۲)$$

$$\begin{aligned} L_{lepton}^{CPT-even} = -\frac{1}{2}(H_l)_{\mu\nu AB}\bar{l}_A\sigma^{\mu\nu}l_B &+ i(c_l)_{\mu\nu AB}\bar{l}_A\gamma^\mu\vec{D}^\nu l_B \\ &+ i(d_l)_{\mu\nu AB}\bar{l}_A\gamma_5\gamma^\mu\vec{D}^\nu l_B, \qquad (۹-۲) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{lepton}^{CPT-odd} &= -(a_l)_{\mu AB}\bar{l}_A\gamma^\mu l_B - (b_l)_{\mu AB}\bar{l}_A\gamma_5\gamma^\mu l_B \\ &+ ie_\nu\bar{l}\vec{D}^\nu l - f_\nu\bar{l}\gamma_5\vec{D}^\nu l + ig_{\lambda\mu\nu}\bar{l}\sigma^{\lambda\mu}\vec{D}^\nu l, \qquad (۱۰-۲) \end{aligned}$$

که در این معادله‌ها $D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$ و شدت میدان[21] به شکل معمول آن $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ تعریف می‌شود. $(H_l)_{\mu\nu AB}$ در فضای نسل[22] هرمیتی است و نسبت به مولفه‌های فضا—زمان پادمتقارن است و دارای بعد جرم می‌باشد. ضرایب هرمیتی بدون بعد $(c_l)_{\mu\nu AB}$ و $(d_l)_{\mu\nu AB}$ اصولاً دارای مولفه‌های فضا—زمانی متقارن و پادمتقارن می‌باشند و در ضمن بدون تریس هستند. ضرایب جفت‌شدگی $(a_l)_{\mu AB}$ و $(b_l)_{\mu AB}$ هرمیتی و از بعد جرم می‌باشند و در نهایت ضرایب جفت شدگی e_ν، f_ν و $g_{\lambda\mu\nu}$ حقیقی و بدون بعد هستند. اگر بقای عدد لپتونی را اعمال کنیم همه ضرایب جفت‌شدگی در فضای طعم، قطری خواهند بود.

---

[19] Gluon

[20] Higgs

[21] Field strength

[22] Generation