به نام خداوند بخشنده مهربان

دانشگاه آزاد اسلامی

واحد تهران مرکزی

دانشکده علوم پایه، گروه ریاضی

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد(M. Sc)

ریاضی کاربردی گرایش آنالیز عددی

عنوان:

روشی برای حل جواب های سیستم های دینامیکی دیفرانسیل ماتریس خطی با ماتریس های فازی

استاد راهنما:

دکتر محمد علی فریبرزی عراقی

استاد مشاور:

دکتر مجید امیر فخریان

پژوهشگر:

کاملیا صادقی گرمارودی

تابستان ۱۳۹۲

تقدیم به:

پدرم به استواری کوه

مادرم به زلالی چشمه

همسرم به صمیمیت باران

و با تشکر از زحمات بی دریغ خواهر عزیزم سرکار خانم کیمیا صادقی گرمارودی.

تقدیر و تشکر

حمد و ستایش ایزد منان را سزاست که هدایت انسان ها را با تقدیس علم و قلم آغاز نمـود. و توفیـق تدوین این پایان نامه را به من عطا کرد. برخود واجب می دانم که از راهنمایی های ارزنده **جناب آقای دکتر محمد علی فریبرزی عراقی** استاد محترم راهنما که در طی نگارش ایـن مجموعـه بـی دریغانـه راهنمایم بودند و از **جناب آقای دکترمجید امیر فخریان** استاد محترم مشاور، صمیمانه قدردانی نمـوده و همچنین از **سرکار خانم دکترمعصومه خضرلو** بخاطر قبول داوری این پایان نامه قدردانی نموده و توفیق روز افزون ایشان را از درگاه خداوند متعال خواستارم .

معاونت پژوهش و فناوری

به نام خدا

منشور اخلاق پژوهش

با یاری از خداوند سبحان و اعتقاد به این که عالم محضر خداست و همواره ناظر بر اعمال انسان و به منظور پاس داشت مقام بلند دانش و پژوهش و نظر به اهمیت جایگاه دانشگاه در اعتلای فرهنگ و تمدن بشری، ما دانشجویان و اعضاء هیات علمی واحدهای دانشگاه آزاد اسلامی متعهد می گردیم اصول زیر را در انجام فعالیت های پژوهشی مد نظر قرار داده و از آن تخطی نکنیم:

۱- اصل برائت: التزام به برائت جویی از هرگونه رفتار غیرحرفه ای و اعلام موضع نسبت به کسانی که حوزه علم و پژوهش را به شائبه های غیرعلمی می آلایند.

۲- اصل رعایت انصاف و امانت: تعهد به اجتناب از هرگونه جانب داری غیر علمی و حفاظت از اموال، تجهیزات و منابع در اختیار.

۳- اصل ترویج: تعهد به رواج دانش و اشاعه نتایج تحقیقات و انتقال آن به همکاران علمی و دانشجویان به غیر از مواردی که منع قانونی دارد.

۴- اصل احترام: تعهد به رعایت حریم ها و حرمت ها در انجام تحقیقات و رعایت جانب نقد و خودداری از هر گونه حرمت شکنی.

۵- اصل رعایت حقوق: التزام به رعایت کامل حقوق پژوهشگران و پژوهیدگان (انسان، حیوان و نبات) و سایر صاحبان حق.

۶- اصل رازداری: تعهد به صیانت از اسرار و اطلاعات محرمانه افراد، سازمان ها و کشور و کلیه افراد و نهادهای مرتبط با تحقیق.

۷- اصل حقیقت جویی: تلاش در راستای پی جویی حقیقت و وفاداری به آن و دوری از هرگونه پنهان سازی حقیقت.

۸- اصل مالکیت مادی و معنوی: تعهد به رعایت کامل حقوق مادی و معنوی دانشگاه و کلیه همکاران پژوهش.

۹- اصل منافع ملی: تعهد به رعایت مصالح ملی و در نظر داشتن پیشبرد و توسعه کشور در کلیه مراحل پژوهش.

دانشگاه آزاد اسلامی

سازمان مرکزی

دانشگاه آزاد اسلامی

تاریخ:..........

شماره:...........

پیوست:..........

تعهد نامه اصالت رساله یا پایان نامه

اینجانب **کاملیا صادقی گرمارودی** دانش آموخته مقطع کارشناسی ارشد ناپیوسته در رشته **ریاضی کاربردی** که در تاریخ **۹۲/۶/۱۶** از پاین نامه خود تحت عنوان **روشی برای حل جواب های سیستم های دینامیکی دیفرانسیل ماتریس خطی با ماتریس های فازی با** کسب نمره **۱۷/۷۵ و** درجه **بسیار خوب** دفاع نموده ام متعهد می شوم:

۱) این پایان نامه حاصل تحقیق اینجانب بوده و در مواردی که از دستاورد های علمی و پژوهشی دیگران (اعم از پایان نامه، کتاب، مقاله و ...) استفاده نمو ده ام، مطابق ضوابط و رویه موجود ، نام منبع مورد استفاده و سایر مشخصات آن را در فهرست مربوطه ذکر و درج کرده ام.

۲) این پایان نامه قبلاً برای دریافت هیچ مدرک تحصیلی (هم سطح،پایین تر یا بالاتر) در سایر دانشگاه ها و موسسات آموزش عالی ارائه نشده است.

۳) چنان چه بعد از فراغت از تحصیل، قصد استفاده و هر گونه بهره برداری اعم از چاپ کتاب، ثبت اختراع و... از این پایان نامه داشته باشیم، از حوزه معاونت پژوهشی واحد مجوزهای مربوطه را اخذ نمایم.

٤) چنان چه در هر مقطعی زمانی خلاف موارد فوق ثابت شود، عواقب ناشی از آن را می پذیرم و واحد دانشگاهی مجاز است با اینجانب مطابق ضوابط و مقررات رفتار نموده و در صورت ابطال مدرک تحصیلی ام هیچگونه ادعایی نخواهم داشت.

نام و نام خانوادگی: **کاملیا صادقی گرمارودی**

تاریخ و امضا:

بسمه تعالی

درتاریخ :۹۲/۶/۱۶

دانشجوی کارشناسی ارشد خانم **کاملیا صادقی گرمارودی** از پایان نامه خود دفاع نموده و با نمره **۱۷/۷۵** بحروف **هفده و هفتاد وپنج** با **درجه بسیار خوب** مورد تصویب قرار گرفت .

امضاء استاد راهنما

فهرست مطالب

عنوان شماره صفحه

فصل دوم: معادلات دیفرانسیل فازی و مشتقات فازی

فصل سوم:دستگاه های دینامیکی دیفرانسیل ماتریس خطی

چکیده:

در این پایان نامه، سیستم های دینامیکی دیفرانسیل فازی مرتبه ی اول خطی را بررسی می کنیم که در آن ها ماتریس ضرایب، ماتریس فازی فرض شده اند. از عدد مختلط برای نمایش مجموعه های α- برش از سیستم فازی استفاده می کنیم و جواب هایی بوسیله بکار گرفتن چنین نمایشی فراهم می کنیم که برای محاسبات عملی مناسب است و همچنین مفاهیمی برای نظریه ی معادلات دیفرانسیل فازی دارد. مثال هایی برای نشان دادن جامع بودن نظریه مطرح شده اند و می توان به وضوح شاهد به وجود آمدن شرایط جدیدی بود. در نهایت بعضی خاصیت های سیستم های دینامیکی دو بعدی و تصاویر فاز آن ها را نمایش می دهیم. در پایان نتایجی را برای تحقیق بیشتر در زمینه ی سیستم های دینامیکی فازی مطرح می کنیم.

مقدمه: [۵۹]

این پایان نامه برگرفته از مقاله ی زیر است:

B.Ghazanfari, S.Niazi, A.G. Ghazanfari, A Method to solve Linear matrix differential dynamical systems with fuzzy matrices. Applied Mathematical Modelling 36 (2012) 348-356

وقتی در سال ۱۹٦۵ پروفسور لطفی زاده استاد ایرانی الاصل دانشگاه کالیفرنیا، برکلی اولین مقاله ی خود را در زمینه ی فازی تحت عنوان "مجموعه های فازی" منتشر کرد، هیچکس نمی توانست باور کند که این مقاله جرقه ی اولیه از پرتوی یک جهان بینی جدید در عرصه ی ریاضیات و علوم و اولین قدم در معرفی بینشی نو و واقع گرایانه از جهان، در چهارچوب مفاهیمی کاملاً بدیع، اما بسیار سازگار با طبیعت انسان باشد.

تفکر فازی با الهام از فلسفه ی شرقی، جهان را همان گونه که هست معرفی می کند. در فلسفه ی ارسطویی که در مقابل فلسفه ی شرق قرار دارد، همه چیز به دو دسته سیاه و سفید، آری و نه تقسیم می شود. در این فلسفه هیچ گونه حالت میانه ای وجود ندارد و مرزها مشخص و تعریف شده است. درتفکر فازی مرز مشخصی وجود ندارد و تعلق عناصر مختلف به مفاهیم و موضوعات گوناگون نسبی است.

اکثر چیزهایی که درست به نظر می رسند "نسبتا" درست هستند. در مورد صحت و سقم پدیده های واقعی همواره درجاتی از "عدم قطعیت" صدق می کند. به عبارت دیگر پدیده های واقعی تنها سیاه و سفید نیستند، بلکه تا اندازه ای "خاکستری"هستند.

اصل فازی بیان می دارد که همه چیز نسبی است. حالت فازی تمام مرزها و محدوده ها را مبهم می کند. حالت فازی نامی رسمی در علوم داردو آن را حالت چند ارزشی نامند.عکس حالت فازی، حالت دو ارزشی یا دو مقداری است که در آن برای هر سوالی دو پاسخ می تواند وجود داشته باشد، درست یا نا درست، صفر یا یک. فازی بودن به معنای چند ارزشی بودن است، یعنی به جای حالت های دودویی، سایه های نامحدودی از خاکستری بین سیاه و سفید داریم.

"دکترلطفی عسگر زاده" نام فازی[۱] را روی این مجموعه های گنگ یا چند ارزشی قرار داد، مجمو عه هایی که اجزای آن ها به درجات مختلفی به آن ها تعلق دارند.

مغز ما پر از مجمو عه های فازی است.ما در فضای مجموعه های فازی کار می کنیم و هر یک مرزهای فازی خود را به روش های مختلف تعریف و با مثال های متفاوت مشخص می کنیم. ما اجزای جهان را در قالب مجمو عه های فازی انباشته می کنیم. تفکر ما کار با این مجمو عه هاست. این همان چیزی است که منطق فازی نام دارد.

در این پایان نامه، سیستم های دینامیکی ماتریسی فازی مرتبه ی اول خطی بیان می شود که در آن ها ماتریس ضرایب، ماتریس فازی فرض شده است. سیستم های دینامیکی فازی بر پایه ی معادلات دیفرانسیل فازی به طور گسترده ای در سیستم های کنترل فازی و شاخه هایی از سیستم های دینامیکی غیر خطی فازی و دستگاه های مصنوعی به کار برده می شود. بر این اساس موضوع مذکور جهت تحقیق مورد توجه قرار گرفته که در آن از نمایش عدد مختلط α–برش های دستگاه فازی استفاده می شود که به طور مستقیم به ماتریس دستگاه غیر فازی اصلی به دست آمده از α– برش های دستگاه فازی مربوط می شود.

در این صورت جواب سیستم های دینامیکی دیفرانسیل فازی مرتبه ی اول را که به صورت

---

[۱] Fuzzy

$$\begin{cases} M'(t) = AM(t) \\ M(\cdot) = M_{\cdot} \end{cases}$$

هستند به دست می آید که در آن A ماتریس فازی مربعی، $M(t)$ ماتریس توابع مجهول و $M_{\cdot} \in \mathbb{R}^{n\times m}$ ماتریس معلومات قطعی می باشند.

ما توجه خود را به بررسی سیستم دینامیکی دو بعدی و تصویر فاز آن ها با حل مثال متمرکز می کنیم.

این پایان نامه در چهار فصل تنظیم شده است که به صورت زیر می باشد:

در فصل اول، مفاهیم اولیه در مجموعه های فازی آورده شده است.در فصل دوم، معادلات دیفرانسیل و مشتقات فازی و روش های مربوط به آن ها بیان شده است.در فصل سوم، روشی برای حل جواب های سیستم های دینامیکی دیفرانسیل ماتریسی خطی با ماتریس های فازی آورده شده است.در فصل چهارم، مثال های عددی مربوط به روش فوق عنوان شده است.

فصل اول

مروری بر مفاهیم اولیه در مجموعه های فازی

۱-۱ مجموعه های فازی:

نظریه ی مجموعه های فازی، یک تعمیم و گسترش طبیعی نظریه ی مجموعه های معمولی است که در یک قالب جدید ریاضی برای صورت بندی، تجزیه و تحلیل مفاهیم موافق با زبان و فهم طبیعی انسان ها بیان شده است. همان طوری که می دانید، مجموعه های واقعی را می توان به کمک یک تابع مشخصه ی $\widetilde{A}(x)$ که نشان دهنده ی تعلق داشتن یا نداشتن x در مجموعه ی $\widetilde{A}$ است نمایش داد. اگر برای یک مجموعه ی $\widetilde{A}$ و عضو x داشته باشیم $\widetilde{A}(x) = \frac{۱}{۲}$ آن گاه نمی توانیم به طور قطع و یقین اعلام نماییم که عضو x متعلق به $\widetilde{A}$ هست یا نه. می توان گفت هم عضو $\widetilde{A}$ هست هم نیست. پس می توان برد تابع عضویت را از $\{۰,۱\}$ به $[۰,۱]$ توسیع داد.

تعریف مجموعه های فازی

فرض کنیم X مجموعه ای نا تهی باشد. هر زیر مجموعه ای از X را توسط یک تابع $\widetilde{A}: X \to [۰,۱]$ به نام تابع عضویت معین می کنیم. $\widetilde{A}(X)$ نشان دهنده ی میزان تعلق داشتن x به مجموعه ی فازی $\widetilde{A}$ می باشد.

فرض کنیم X یک مجموعه ی مرجع و $\widetilde{A}$ زیر مجموعه ای فازی از آن باشد که تابع عضویت آن با $\widetilde{A}(x)$ نمایش داده می شود.

نمادگذاری

برای نشان دادن مجموعه های فازی روش های رایجی است. با توجه به تعریف بالا می توانیم آن را به صورت یک مجموعه ای از زوج های مرتب ، به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$\widetilde{A} = \{(x, \widetilde{A}(x)) \mid x \in X\} \qquad (۱-۱)$$

تعاریف مقدماتی:

فرض کنید X یک مجموعه ی مرجع و $\widetilde{A}$ زیر مجموعه ای فازی از آن با شد که تابع عضویت آن را با $\widetilde{A}(x)$ نمایش می دهیم.

تعریف تکیه گا ه :

مجموعه ی نقاطی از X که $\widetilde{A}(x) > ۰$ ، تکیه گاه عدد فازی $\widetilde{A}$ نامیده می شود. یعنی:

$$\mathrm{SUPP}(\widetilde{A}) = \{x | \widetilde{A}(x) > ۰\} \tag{۱-۲}$$

تعریف ارتفاع :

نقطه ای از X که دارای بالاترین درجه ی عضویت می باشد را در نظر می گیریم. مقدار این درجه ی عضویت را ارتفاع مجموعه ی $\widetilde{A}$ می نامیم.

$$M = \sup\{\widetilde{A}(x) | x \in X\} \tag{۱-۳}$$

تعریف مجموعه ی نرمال :

مجموعه ی $\widetilde{A}$ را نرمال گوییم اگر و فقط اگر ارتفاع آن برابر یک با شد. یعنی :

$$\sup\{\widetilde{A}(x) | x \in X\} = ۱ \tag{۱-٤}$$

در غیر این صورت آن را غیر نرمال (زیر نرمال) می نامیم. بدیهی است که هر مجموعه ی فازی غیر نرمال $\widetilde{A}$ را می توان با تقسیم $\widetilde{A}(x)$ بر ارتفاع $\widetilde{A}$ ، نرمال کرد . اگر x عنصری باشد که برای آن $\widetilde{A}(x) = \frac{۱}{۲}$ باشد، x را یک نقطه ی گذر (معبر) $\widetilde{A}$ می گوییم .

عملگرهایی برای مجموعه ها ی فازی :

در تمامی موارد زیر ، X یک مجموعه ی مرجع و $\widetilde{A}$ ، $\widetilde{B}$و... زیر مجموعه ها ی فازی آن به ترتیب با توابع عضویت $\widetilde{A}(x)$،$\widetilde{B}(x)$ و... می باشند.

تعریف مجموعه ی فازی تهی :

مجموعه ی فازی $\widetilde{A}$ را تهی گویند اگر برای هر$x \in X$ ، $\widetilde{A}(x) = ۰$.

۱-۲-۲ تعریف مجموعه ی فازی تام :

مجموعه ی فازی $\widetilde{A}$ را تام گویند اگر برای هر$x \in X$ ، $\widetilde{A}(x) = ۱$.

۱-۲-۳ مجموعه های فازی مساوی :

دو مجموعه ی فازی $\widetilde{A}$ و$\widetilde{B}$ را مساوی گوییم و می نویسیم $\widetilde{A} = \widetilde{B}$ اگر برای هر $x \in X$ ،

$$\widetilde{A}(x) = \widetilde{B}(x)$$

۱-۲-٤ اجتماع مجموعه ها ی فازی:

اجتماع مجموعه های فازی $\widetilde{A}$ و$\widetilde{B}$ را به صورت یک مجموعه ی فازی با تابع عضویت زیرتعریف می کنیم:

$$\left(\widetilde{A} \cup \widetilde{B}\right)(x) = \max\left\{\widetilde{A}(x), \widetilde{B}(x)\right\} = \widetilde{A}(x) \vee \widetilde{B}(x) \qquad (۱-٥)$$

۱-۲-۵ اشتراک مجموعه ها ی فازی :

اشتراک مجموعه های فازی $\widetilde{A}$ و $\widetilde{B}$ را به صورت مجموعه ی فازی با تابع عضویت زیرتعریف می کنیم :

$$\left(\widetilde{A} \cap \widetilde{B}\right)(x) = \min\left\{\widetilde{A}(x), \widetilde{B}(x)\right\} = \widetilde{A}(x) \wedge \widetilde{B}(x) \qquad (۱-٦)$$

توجه می کنیم تعاریف متمم، اجتماع و اشتراک تعریف شده در بالا تنها راه ممکن برای تعریف این اصطلاحات نبوده و یکی از ساده ترین تعاریفی است که توسط زاده در سال ۱۹٦۵ میلادی ارائه گردیده است و به طور وسیعی به کار برده شده است.

۱-۲-٦ جمع جبری دو مجموعه ی فازی :

جمع دو مجموعه ی فازی $\widetilde{A}$ و $\widetilde{B}$ را با $\widetilde{A} + \widetilde{B}$ نشان داده و به صورت زیر تعریف می کنیم :

$$\left(\widetilde{A} + \widetilde{B}\right)(x) = \widetilde{A}(x) + \widetilde{B}(x) - \widetilde{A}(x) \cdot \widetilde{B}(x) \qquad (۱-۷)$$

۱-۲-۷ جمع کراندار دو مجموعه ی فازی :

جمع کراندار دو مجموعه ی فازی $\widetilde{A}$ و$\widetilde{B}$ را با $\widetilde{A} \oplus \widetilde{B}$ نمایش داده و به صورت زیر تعریف می کنیم :

$$\left(\widetilde{A} \oplus \widetilde{B}\right)(x) = \min\left\{۱, \widetilde{A}(x) + \widetilde{B}(x)\right\} \qquad (۱-۸)$$

۱-۲-۸ تفاضل کراندار دو مجموعه ی فازی:

تفاضل کراندار دو مجموعه ی فازی $\widetilde{A}$ و $\widetilde{B}$ را با $\widetilde{A} - \widetilde{B}$ نشان داده و به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\left(\widetilde{A} - \widetilde{B}\right)(x) = \max\left\{۰, \widetilde{A}(x) + \widetilde{B}(x)\right\} \qquad (۱-۹)$$

۱-۲-۹ تعریف حاصلضرب جبری دو مجموعه ی فازی:

حاصلضرب جبری دو مجموعه ی فازی $\tilde{A}$ و $\tilde{B}$ را با $\tilde{A}.\tilde{B}$ نشان داده و به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\left(\tilde{A}.\tilde{B}\right)(x) = \tilde{A}(x).\tilde{B}(x) \qquad (۱-۱۰)$$

با شرط اینکه $\tilde{A}$ و $\tilde{B}$ هر دو روی x تعریف شوند.

۱-۲-۱۰ تعریف ضرب اسکالر دو مجموعه ی فازی:

اگر $\alpha \in [۰,۱]$ یک اسکالر و $\tilde{A}$ مجموعه ی فازی باشد، ضرب اسکالر را که با $\alpha\tilde{A}$ نشان داده می شود به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\left(\alpha\tilde{A}\right)(x) = \alpha\tilde{A}(x) \qquad (۱-۱۱)$$

۱-۲-۱۱ تعریف توان m ام

توان m ام یک مجموعه ی فازی $\tilde{A}$ را با $\widetilde{A^m}$ نشان داده و به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$(\widetilde{A^m})(x) = \left[\tilde{A}(x)\right]^m \qquad , m \geq ۱ \qquad (۱-۱۲)$$

۱-۳ α-برش ضعیف:

فرض کنیم x یک مجموعه ی مرجع و $\tilde{A}$ یک زیر مجموعه ی دلخواه آن باشد :

α-برش ضعیف مجموعه ی فازی $\tilde{A}$ با نماد $[\tilde{A}]_\alpha$ نشان داده می شود و به صورت زیر تعریف می کنیم :