

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

١٣٧٥ هـ - ١٩٥٥ م



دانشکده فنی و مهندسی

گروه مکانیک

پایان نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد رشته مکانیک

گرایش تبدیل انرژی

حل جریان جابجایی آزاد گذرا حول کره با استفاده از DQ-IDQ

استاد راهنما:

دکتر مهران عامری

مؤلف

محمد مقیمی اردکانی

۱۳۸۹/۳/۱۷

استاد راهنما: دکتر مهران عامری
مؤلف: محمد مقیمی اردکانی

آبان ماه ۱۳۸۸

۱۳۷۱۰۰



این پایان نامه
به عنوان یکی از شرایط احراز درجه کارشناسی ارشد به

گروه مکانیک
دانشکده فنی و مهندسی
دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و هیچ گونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شاخته نمی شود.

دانشجو : آقای محمد مقیمی اردکانی

استاد راهنما : آقای دکتر مهران عامری

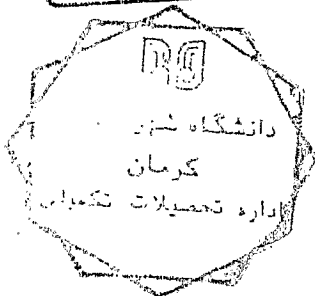
داور ۱ : آقای دکتر محمد رهنما

داور ۲ : آقای دکتر سید عبدالرضا گنجعلیخان نسب

معاونت پژوهشی و تحصیلات تکمیلی یا نماینده دانشکده: آقای دکتر علیرضا سعیدی

دانشگاه شهید باهنر کرمان
دانشکده فنی و مهندسی
معاونت پژوهشی و تحصیلات تکمیلی

حق چاپ محفوظ و مخصوص به دانشگاه شهید باهنر کرمان است.



به پاس تعبیر عظیم و انسانی شان از کلمه ایثار و از خودگذشتگان

به پاس عاطفه سرشار و گرمای امیدبخش وجودشان که در این سردترین روزگاران بهترین پشتیبان است

به پاس قلب های بزرگشان که فریاد رس است و سرگردانی و ترس در پناهشان به شجاعت می گراید

و به پاس محبت های بی دریغشان که هرگز فروکش نمی کند

این پایان نامه را به پدر و مادر عزیزم و خواهران و برادران گرامیم تقدیم می دارم

تشکر و قدردانی:

اعتراف می‌کنم که نه زبان شکر تو را دارم و نه توان تشکر از بندگان تو، و اما بر حسب وظیفه بر خود لازم می‌دانم از یکی از مهربان‌ترین اساتید زندگیم، جناب آقای دکتر مهران عامری که هرگز مرا از خوان بی دریغ اندوخته‌های خویش محروم نگذاشته و همواره رهین محبت‌های پدرانۀ ایشان بوده و خواهم بود، صمیمانه قدردانی نمایم.

اگر در این پایان‌نامه نقاط قوتی وجود دارد مرهون راهنمایی‌های ارزنده استاد ارجمند و مهربانم دکتر مهران عامری بوده، و مسئولیت کلیه ضعف‌ها و لغزش‌ها به عهده اینجانب است. اگرچه جور استاد هرگز بهتر از مهر پدر نیست: اما مهر استاد می‌تواند با مهر پدری برابری کند.

از کلیه اساتید ارجمندم که در طول سال‌های به یادماندنی زندگانی، شاگردی مکتب وزین‌شان را نموده- ام تشکر می‌نمایم. از اساتید ارجمند آقایان دکتر عامری، منصوری، سعیدی، گنجعلیخان‌نسب، حاج عباسی، ملک زاده، محب پور و دکتر گلبهارحقیقی که راهنمایی‌های گران سنگ‌شان چراغ راه بنده در دوران زندگانی بوده است، خاضعانه سپاسگزارم.

و در پایان از خانواده‌ی گرامیم و همه فرشتگانی که بالهای محبت خود را گسترانیدند و با تحمل دشواری‌ها بستری از آسایش برای اینجانب گسترده تا شوق آموختن در من زنده بماند، صمیمانه سپاسگزارم و این نیست جز جلوه‌ای از لطف و رحمت پروردگاری که از ادای شکر حتی یک نعمت او ناتوانم.

کز دست و زبان که برآید

کز عهده‌ی شکرش به در آید

چکیده:

انتقال حرارت جابجایی آزاد یا طبیعی یکی از پدیده‌های با کاربرد بسیار در صنعت و در محیط پیرامون بشریت است. این پدیده به واسطه‌ی کاربرد گسترده‌ی آن مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است و محققین را بر آن داشته تا جریان جابجایی آزاد را بر روی هندسه‌هایی چون صفحه، گوه، بیضی، استوانه، مخروط، کره دنبال کنند. در این میان با توجه به اتفاقاتی که جریان تا رسیدن به حالت دائم طی می‌کند و در کل اهمیت جریان در حالت گذرا این حالت مورد توجه محققین قرار گرفته است که در این میان جریان گذرا اطراف برخی هندسه‌ها از جمله کره کمتر مورد توجه قرار گرفته است. بنابراین در این پایان نامه به بررسی جریان جابجایی آزاد گذرا اطراف کره با در نظر گرفتن میدان مغناطیسی، با در نظر گرفتن جذب و تولید حرارت، با در نظر گرفتن لزجت متغیر با دما و با در نظر گرفتن هدایت حرارتی متغیر با دما پرداخته شده است. از طرفی یکی از بروزترین و کاراترین روش‌های عددی ترکیب مربعات دیفرانسیل تکه‌ای (IDQ) با مربعات دیفرانسیل (DQ) می‌باشد. به علت نوپا بودن این روش تا کنون از آن در حل عددی مسایل انتقال حرارت هدایت گذرا استفاده شده است. در این پایان نامه جریان‌های گذرا اطراف کره با استفاده از این روش عددی بررسی شده است.

کلید واژه:

مربعات دیفرانسیل، مربعات دیفرانسیل تکه‌ای، جابجایی آزاد گذرا، کره، لایه‌ی مرزی

فهرست مطالب

عنوان

صفحه

فصل اول: مقدمه

۱.۱ مقدمه.....	۲
۲.۱ مروری بر کارهای گذشته.....	۴
۳.۱ اهداف پایان نامه.....	۱۵

فصل دوم:

روش مربعات دیفرانسیل و روش مربعات دیفرانسیل تکه‌ای

۱.۲- مقدمه.....	۱۷
۲.۲- انتگرال گیری مربعی.....	۱۸
۳.۲- مربعات دیفرانسیلی.....	۱۹
۴.۲- محاسبه‌ی ضرایب وزنی مشتق مرتبه‌ی اول.....	۱۹
۱.۴.۲- تقریب بلمن.....	۱۹
۱.۱.۴.۲- تقریب اول بلمن.....	۱۹
۲.۱.۴.۲- تقریب دوم بلمن.....	۲۰
۲.۴.۲- تقریب کلی شو.....	۲۱
۵.۲- محاسبه‌ی ضرایب وزنی مشتقات مرتبه‌ی دوم و بالاتر.....	۲۳
۱.۵.۲- ضرایب وزنی مشتق مرتبه‌ی دوم.....	۲۳
۱.۱.۵.۲- تقریب کلی شو.....	۲۳
۲.۵.۲- رابطه‌ی بازگشتی شو برای محاسبه‌ی مشتق مراتب بالاتر.....	۲۴
۳.۵.۲- تقریب ضرب ماتریسی.....	۲۶
۶.۲- اعمال شرایط مرزی.....	۲۷
۷.۲- انواع انتخاب فواصل بین نقاط.....	۲۹
۸.۲- مربعات دیفرانسیل تکه‌ای.....	۳۱
۹.۲- بررسی کارایی روش مربعات دیفرانسیل.....	۳۲
۱.۹.۲- جریان جابجایی آزاد دایم بر روی کره دما ثابت.....	۳۲

- ۱.۱.۹.۲- مدل سازی ریاضی جریان ۳۲
- ۲.۱.۹.۲- گسسته سازی معادلات با استفاده از روش مربعات دیفرانسیل ۳۵
- ۳.۱.۹.۲- نتایج ۳۶

فصل سوم:

جریان جابجایی آزاد گذرا بر روی کره دما ثابت

- ۱.۳- بررسی جریان جابجایی آزاد گذرا اطراف کره ی همدم ۴۰
- ۱.۱.۳- مدل سازی ریاضی جریان ۴۰
- ۲.۱.۳- گسسته سازی معادلات با استفاده از روش مربعات دیفرانسیل ۴۳
- ۳.۱.۳- نتایج ۴۴
- ۲.۳- بررسی جریان جابجایی آزاد گذرا بر روی کره دما ثابت در حضور میدان مغناطیسی ۴۴
- ۱.۲.۳- مدل سازی ریاضی جریان ۴۷
- ۲.۲.۳- نتایج ۴۹
- ۳.۳- بررسی اثر تولید و جذب حرارت بر جریان جابجایی آزاد گذرا بر روی کره دما ثابت ۵۰
- ۱.۳.۳- مدل سازی ریاضی جریان ۵۰
- ۲.۳.۳- نتایج ۵۱
- ۴.۳- بررسی اثر لزجت متغیر با دما بر جریان جابجایی آزاد گذرا بر روی کره دما ثابت ۵۳
- ۱.۴.۳- مدل سازی ریاضی جریان ۵۴
- ۲.۴.۳- نتایج ۵۵
- ۵.۳- بررسی اثر هدایت حرارتی متغیر با دما بر جریان جابجایی آزاد گذرا بر روی کره دما ثابت .. ۵۶
- ۱.۵.۳- مدل سازی ریاضی جریان ۵۷
- ۲.۵.۳- نتایج ۵۹
- ۶.۳- بررسی اثر لزجت و هدایت حرارتی متغیر با دما بر جریان جابجایی آزاد گذرا بر روی کره دما ثابت ۶۰
- ۱.۶.۳- مدل سازی ریاضی جریان ۶۰
- ۲.۶.۳- نتایج ۶۳

۷.۳- بررسی اثر لزجت و هدایت حرارتی متغیر با دما بر جریان جابجایی آزاد گذرا بر روی کره دما ثابت تحت میدان مغناطیسی با در نظر گرفتن تولید و جذب حرارت	۶۳
۱.۷.۳- مدل سازی ریاضی جریان	۶۳
۲.۷.۳- نتایج	۶۷

فصل چهارم:

بحث و نتیجه گیری و پیشنهادات

۱.۴- بحث و نتیجه گیری	۶۹
۲.۴- پیشنهادات	۷۰
فهرست مراجع	۷۲

پیوست ها

جداول	۸۹
اشکال و نمودارها	۹۶

فهرست جداول:

- جدول ۱.۲: بررسی استقلال روش از تعداد گره‌ها در راستای y در $x=0$.
- جدول ۲.۲: بررسی استقلال روش از تعداد گره‌ها در راستای x در $x=90$.
- جدول ۳.۲: مقایسه ی روش DQ-FD با روش DQ-DQ.
- جدول ۴.۲: بررسی نتایج حاصل از $-\frac{\partial \theta}{\partial y}$ با استفاده از DQM.
- جدول ۵.۲: بررسی نتایج حاصل از $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ با استفاده از DQM.
- جدول ۱.۳: بررسی استقلال روش از تعداد گره‌ها در راستای y در حالت دایم کد گذرا در $x=0$.
- جدول ۲.۳: بررسی استقلال روش از تعداد گره‌ها در راستای x در حالت دایم کد گذرا در $x=90$.
- جدول ۳.۳: بررسی استقلال روش از تعداد گره‌ها در راستای τ در حالت دایم کد گذرا در $x=90$.
- جدول ۴.۳: مقایسه ی روش DQ_IDQ با روش DQ_DQ.

فهرست اشکال:

شکل ۱.۲: انتگرال گیری مربعی

شکل ۲.۲: مقایسه‌ی توزیع چبشف-گوس-لوباتو با توزیع یکنواخت در شبکه‌ی 8×15

شکل ۲.۳: چگونگی برخورد روش مربعات دیفرانسیل تکه‌ای با یک تابع زمان‌مند دلخواه

شکل ۴.۲: نحوه‌ی تکه تکه کردن دامنه‌ی محاسباتی در روش مربعات دیفرانسیل تکه‌ای

شکل ۵.۲: نمایی از مسیله مورد مطالعه

شکل ۶.۲: اثر تغییر زاویه بر روند تغییرات پروفیل سرعت (الف) و توزیع دما (ب) در لایه‌ی مرزی

$$\text{با } Pr = 0.7$$

شکل ۱.۳: بررسی روند انتقال حرارت گذرا تا رسیدن به حالت دائم

شکل ۲.۳: روند تغییرات پروفیل سرعت (الف) و توزیع دما (ب) با τ در $x = 30^\circ$ با $Pr = 0.7$

شکل ۳.۳: اثر Pr بر روند تغییرات پروفیل سرعت (الف) و توزیع دما (ب) در حالت دائم در $x = 30^\circ$

شکل ۴.۳: اثر Pr بر روند تغییرات ضریب اصطکاک دیواره (الف) و ناسلت محلی (ب) با τ در

$$x = 30^\circ$$

شکل ۵.۳: روند تغییرات پروفیل سرعت (الف) و توزیع دما (ب) با تغییر τ در

$$x = 30^\circ \text{ با } Pr = 0.7 \text{ و } Nm = 1$$

شکل ۶.۳: اثر Nm بر روند تغییرات پروفیل سرعت (الف) و توزیع دما (ب) در حالت دائم در

$$x = 30^\circ \text{ با } Pr = 0.7$$

شکل ۷.۳: اثر Nm بر روند تغییرات ضریب اصطکاک دیواره (الف) و ناسلت محلی (ب) با τ در

$$x = 30^\circ \text{ با } Pr = 0.7$$

شکل ۸.۳: اثر Nm بر روند تغییرات ضریب اصطکاک دیواره (الف) و ناسلت محلی (ب) در حالت

$$\text{دائم با } Pr = 0.7$$

شکل ۹.۳: روند تغییرات پروفیل سرعت (الف) و توزیع دما (ب) با تغییر τ در

$$x = 30^\circ \text{ با } Pr = 0.7 \text{ و } H = 0.1$$

شکل ۱۰.۳: اثر H بر روند تغییرات پروفیل سرعت (الف) و توزیع دما (ب) در حالت دائم در

$$x = 30^\circ \text{ با } Pr = 0.7$$

شکل ۱۱.۳: اثر H بر روند تغییرات ضریب اصطکاک دیواره (الف) و ناسلت محلی (ب) با τ در

$$Pr = 0.7 \text{ با } x = 30^\circ$$

شکل ۱۲.۳: اثر H بر روند تغییرات ضریب اصطکاک دیواره (الف) و ناسلت محلی (ب) در حالت

$$Pr = 0.7 \text{ با } x = 30^\circ$$

شکل ۱۳.۳: روند تغییرات پروفیل سرعت (الف) و توزیع دما (ب) با تغییر τ در

$$\lambda = -0.3 \text{ و } Pr = 0.7 \text{ با } x = 30^\circ$$

شکل ۱۴.۳: اثر λ بر روند تغییرات پروفیل سرعت (الف) و توزیع دما (ب) در حالت دایم در

$$Pr = 0.7 \text{ با } x = 30^\circ$$

شکل ۱۵.۳: اثر λ بر روند تغییرات ضریب اصطکاک دیواره (الف) و ناسلت محلی (ب) با τ در

$$Pr = 0.7 \text{ با } x = 30^\circ$$

شکل ۱۶.۳: اثر λ بر روند تغییرات ضریب اصطکاک دیواره (الف) و ناسلت محلی (ب) در حالت

$$Pr = 0.7 \text{ با } x = 30^\circ$$

شکل ۱۷.۳: روند تغییرات پروفیل سرعت (الف) و توزیع دما (ب) با تغییر τ در

$$\gamma = 0.2 \text{ و } Pr = 0.7 \text{ با } x = 30^\circ$$

شکل ۱۸.۳: اثر γ بر روند تغییرات پروفیل سرعت (الف) و توزیع دما (ب) در حالت دایم در

$$Pr = 0.7 \text{ با } x = 30^\circ$$

شکل ۱۹.۳: اثر γ بر روند تغییرات ضریب اصطکاک دیواره (الف) و ناسلت محلی (ب) با τ در

$$Pr = 0.7 \text{ با } x = 30^\circ$$

شکل ۲۰.۳: اثر γ بر روند تغییرات ضریب اصطکاک دیواره (الف) و ناسلت محلی (ب) در حالت

$$Pr = 0.7 \text{ با } x = 30^\circ$$

شکل ۲۱.۳: اثر λ بر روند تغییرات ضریب اصطکاک دیواره (الف) و اثر γ بر روند تغییرات ضریب

$$Pr = 0.7 \text{ در } x = 30^\circ$$

شکل ۲۲.۳: اثر λ بر روند تغییرات ناسلت محلی (الف) و اثر γ بر روند تغییرات ناسلت محلی (ب) در

$$Pr = 0.7 \text{ با } x = 30^\circ$$

شکل ۲۳.۳: اثر λ بر روند تغییرات پروفیل سرعت (الف) و اثر γ بر روند تغییرات پروفیل سرعت (ب)

$$Pr = 0.7 \text{ در } x = 30^\circ$$

شکل ۲۴.۳: اثر λ بر روند تغییرات توزیع دما (الف) و اثر γ بر روند تغییرات توزیع دما (ب) در حالت

$$Pr = 0.7 \text{ در } x = 30^\circ$$

شکل ۲۵.۳: اثر λ بر روند تغییرات ضریب اصطکاک دیواره (الف) و اثر γ بر روند تغییرات ضریب

$$Pr = 0.7 \text{ در حالت دایم با } Pr = 0.7$$

شکل ۲۶.۳: اثر λ بر روند تغییرات ناسلت محلی (الف) و اثر γ بر روند تغییرات ناسلت محلی (ب) در

$$Pr = 0.7 \text{ حالت دایم با } Pr = 0.7$$

شکل ۲۷.۳: اثر γ بر روند تغییرات پروفیل سرعت (الف)، اثر λ بر روند تغییرات پروفیل سرعت (ب)،

اثر Nm بر روند تغییرات پروفیل سرعت (ج) و اثر H بر روند تغییرات پروفیل سرعت (د) در حالت

$$Pr = 0.7 \text{ در } x = 30^\circ$$

شکل ۲۸.۳: اثر γ بر روند تغییرات توزیع دما (الف)، اثر λ بر روند تغییرات توزیع دما (ب)، اثر Nm بر

روند تغییرات توزیع دما (ج) و اثر H بر روند تغییرات توزیع دما (د) در حالت دایم در $x = 30^\circ$ با

$$Pr = 0.7$$

شکل ۲۹.۳: اثر γ بر روند تغییرات ضریب اصطکاک دیواره (الف)، اثر λ بر روند تغییرات ضریب

اصطکاک دیواره (ب)، اثر Nm بر روند تغییرات ضریب اصطکاک دیواره (ج) و اثر H بر روند

$$Pr = 0.7 \text{ در } x = 30^\circ \text{ تغییرات ضریب اصطکاک دیواره (د) در } Pr = 0.7$$

شکل ۳۰.۳: اثر γ بر روند تغییرات ناسلت محلی (الف)، اثر λ بر روند تغییرات ناسلت محلی (ب)،

اثر Nm بر روند تغییرات ناسلت محلی (ج) و اثر H بر روند تغییرات ناسلت محلی (د) در $x = 30^\circ$ با

$$Pr = 0.7$$

شکل ۳۱.۳: اثر γ بر روند تغییرات ضریب اصطکاک دیواره (الف)، اثر λ بر روند تغییرات ضریب

اصطکاک دیواره (ب)، اثر Nm بر روند تغییرات ضریب اصطکاک دیواره (ج) و اثر H بر روند

$$Pr = 0.7 \text{ در حالت دایم با } Pr = 0.7$$

شکل ۳۲.۳: اثر γ بر روند تغییرات ناسلت محلی (الف)، اثر λ بر روند تغییرات ناسلت محلی (ب)،

اثر Nm بر روند تغییرات ناسلت محلی (ج) و اثر H بر روند تغییرات ناسلت محلی (د) در حالت دایم

$$Pr = 0.7 \text{ با } Pr = 0.7$$

فهرست علائیم:

a	شعاع کره
A	ماتریس ضرایب وزنی مشتق مرتبه‌ی اول
B	ماتریس ضرایب وزنی مشتق مرتبه‌ی دوم
B_0	میدان مغناطیسی
C	ماتریس ضرایب وزنی مشتق مرتبه‌ی سوم
C_p	گرمای ویژه در فشار ثابت
f	سرعت بدون بعد
g	میدان جاذبه
Gr	عدد گراشف
H	پارامتر تولید و جذب حرارت
k	هدایت حرارتی
M	تعداد گره‌ها در جهت y
N	تعداد گره‌ها در جهت x
Nm	پارامتر هیدرومغناطیس
P	تعداد گره‌ها در جهت z
Pr	عدد پرانتل
q'''	نرخ تولید یا جذب حرارت حجمی
Q_0	ثابت تولید یا جذب حرارت
T	زمان دارای بعد
t''	زمان بدون بعد

T	دمای سیال
u	سرعت بدون بعد در راستای X
U	مولفه‌ی سرعت در راستای X
v	سرعت بدون بعد در راستای Y
V	مولفه‌ی سرعت در راستای Y
x	مختصات بی‌بعد شده در راستای سطح کره
X	مختصات در راستای سطح کره
y	مختصات بی‌بعد شده در راستای عمود بر سطح کره
Y	مختصات در راستای عمود بر سطح کره
α	ضریبی که خاصیت هدایت حرارتی را به اختلاف دما
β	ضریب انبساط حرارتی
ε	ضریب که لزجت را به اختلاف دما مرتبط می‌کند
γ	پارامتر بدون بعد در هدایت حرارتی
λ	پارامتر بدون بعد در لزجت
μ	لزجت دینامیکی سیال
ν	لزجت سینماتیکی سیال
θ	دمای بدون بعد
ρ	چگالی سیال
σ	ضریب هدایت الکتریکی سیال
τ	زمان بدون بعد
Ψ	تابع جریان

پایین نویس

∞ مقادیر در فاصله‌ی بسیار دور از سطح کره

W مقادیر در سطح کره

بالا نویس

- نشانگر ماتریس ضرایب اصلاح شده

فصل اول:

مقدمه

۱.۱- مقدمه:

یکی از پدیده‌های انتقال حرارت، جابجایی آزاد یا طبیعی است. تغییر چگالی‌ای که بواسطه‌ی گرادیان دما ایجاد می‌شود منجر به جاری شدن سیال می‌گردد. حرکت سیال در جابجایی آزاد در مجاورت یک سطح در نتیجه‌ی نیروهای شناوری است که به واسطه‌ی گرادیان دما اعمالی بر سیال در نزدیکی سطح و تغییرات چگالی سیال می‌باشد. نیروهای شناوری که موجب جریان‌های جابجایی آزاد می‌شوند را نیروهای حجمی^۱ می‌گویند. تاریخچه‌ی تحقیقات اولیه‌ی که این جریان را در نظر گرفتند، به یک صده قبل باز می‌گردد. از آن زمان تاکنون داده‌ها، روابط و تحلیل‌هایی که بر این جریان حاکم می‌باشند با رشد فوق‌العاده‌ی افزایش پیدا کرده‌اند. علاقه‌ی بی‌شماری که بشریت به این پدیده نشان می‌دهد، بازتاب نیاز فوق‌العاده‌ی است که بشر به این پدیده‌ی جالب و حیاتی احساس می‌کرده است. اهمیت و تنوعی که در بکارگیری این پدیده در صنعت و محیط اطراف به چشم می‌آید، نشان بر کاربرد گسترده‌ی این پدیده دارد. این پدیده گاه به تنهایی و گاه با ترکیب شدن با سایر پدیده‌های انتقال در انتقال حرارت و جرم بکار گرفته شده است.

از طرفی با توجه به اینکه سیستم‌های واقعی فیزیکی یا مسائل مهندسی که بواسطه‌ی این پدیده ایجاد می‌شوند به کمک معادلات پاره‌ای توصیف می‌شوند، در اکثر حالت‌ها، حل بسته‌ی^۲ آن‌ها فوق‌العاده سخت است. بدین سبب، روش‌های تقریبی عددی به صورت گسترده‌ای برای حل این معادلات، مورد استفاده قرار می‌گیرند. بیشترین روش‌های عددی که برای حل این گونه مسائل به کار گرفته می‌شوند، روش‌های المان محدود^۳، تفاضل محدود^۴ و حجم محدود^۵ می‌باشد این سه روش جز روش‌های مرتبه-ی پایین طبقه‌بندی می‌شوند. روش‌های مرتبه‌ی پایین برای بدست آوردن دقت کافی در محاسبات

¹ Body force

² Closed form

³ Finite element

⁴ Finite difference

⁵ Finite volume

نیازمند تعداد گره‌های محاسباتی بالایی هستند. در مسایلی که چند بعد محاسباتی دارد نیاز به ظرفیت محاسباتی بالا برای حفظ دقت محاسبات بیشتر نمود پیدا می‌کند. بنابراین محققین تلاش‌هایی به منظور دستیابی به روش‌هایی که با تعداد گره‌های محاسباتی کم، منجر به نتایجی با دقت بالا گردند را آغاز کردند. از این روش‌ها تحت عنوان روش‌های مرتبه‌ی بالا یاد می‌شود. از جمله‌ی ماحصل این تلاش‌ها می‌توان به روش‌های طیفی^۶ و مربعات دیفرانسیل^۷ اشاره کرد. همان‌گونه که گفته شد یکی از مزایای این روش دستیابی به دقت محاسباتی مناسب در عین کم بودن تعداد گره‌های محاسباتی است.

روش مربعات دیفرانسیل برای اولین بار توسط ریچارد بلمن و همکارانش در اوایل دهه‌ی ۷۰ میلادی به کار گرفته شده است. روش مربعات دیفرانسیل برگرفته شده از روش انتگرال‌گیری مربعی^۸ می‌باشد. در این روش مقدار مشتق تابع در هر نقطه را با استفاده از مجموع حاصل ضرب مقادیر تابع در مقادیر وزنی مرتبط در طول راستای مورد نظر تقریب می‌زنند. نکته‌ی کلیدی در بکار بردن این روش، تعیین ضرایب وزنی است. بدلیل محدودیت‌هایی که در اعمال روش‌های اولیه‌ی تعیین ضرایب وزنی وجود داشت، این روش تا سال‌های متمادی کمتر مورد استفاده قرار گرفت. تا این‌که پژوهش‌هایی که محققین در اواخر دهه‌ی ۸۰ و اوایل دهه‌ی ۹۰ به منظور پیدا کردن ضرایب وزنی ساده‌تر انجام دادند، منجر به معرفی این روش به عنوان ابزار عددی قدرتمندی در دو دهه‌ی اخیر شد.

با افزایش استفاده از این روش در سالیان اخیر محققین بنا به نیازی که احساس می‌کردند، روش‌های دیگری را از روش مربعات دیفرانسیل استخراج کردند که یکی از این روش‌ها مربعات دیفرانسیل تکه‌ای^۹ است. این روش در مسایلی که تغییرات گرادیان متغیری شدید و یا در مسایلی با شرایط مرزی متغیر، کارایی بالایی دارد. ایده‌ی روش مربعات دیفرانسیل تکه‌ای در سال ۲۰۰۶ در مدل‌سازی امواج

⁶ Spectral method

⁷ Differential quadrature method (DQM)

⁸ Integral quadrature

⁹ Incremental differential quadrature method (IDQM)

در آب‌های کم عمق بکار گرفته شد. اصول این روش بر پایه‌ی تکه تکه کردن دامنه‌ی محاسباتی بر زیر دامنه‌ها و اعمال روش مربعات دیفرانسیل بر هر زیر دامنه است. در این پایان نامه جریان جابجایی آزاد گذرا حول کره با ترکیب دو روش مربعات دیفرانسیل و مربعات دیفرانسیل تکه‌ای مورد بررسی قرار گرفته شده است.

۲.۱- مروری بر کارهای گذشته:

جابجایی آزاد بدلیل کاربرد گسترده‌ی که در صنعت و در محیط پیرامون بشر دارد بسیار مورد توجه قرار گرفته است. از طرفی با توجه به معادلات پاره‌ای حاکم بر این پدیده و مشکل بودن ارایه‌ی یک حل تحلیلی برای معادلات حاکم بر این جریان، بشر مجبور به استفاده از روش‌های عددی برای حل این جریان شده است. از طرفی، حل عددی معادلات حاکم بر جابجایی آزاد دارای پیچیدگی‌هایی است. علت این امر وابسته بودن معادله‌ی مومتم به معادله‌ی انرژی از طریق نیروی بویانسی است و بنابراین می‌بایست معادله‌ی انرژی و مومتم باید همزمان حل شوند. از طرفی یکی از عوامل اثر گذار در پیچیده‌تر شدن معادلات هندسه‌ی است که جریان بر روی بررسی می‌شود. به عنوان مثال جریان بر روی کره نسبت به جریان بر روی هندسه‌های چون صفحات اعم از افقی، عمودی یا مایل و حتی استوانه‌های با همین وضعیت پیچیده‌تر می‌باشد.

در ادامه تعدادی از تحقیقاتی که جریان بر روی هندسه‌هایی چون کره را بررسی کرده‌اند، معرفی می‌شوند. گارنر و گرفتن [۱] به بررسی اثر انتقال جرم بر روی کره‌ی غیر متخلخل پرداختند. آماتو و چی [۲] به بررسی اثر جابجایی آزاد اطراف کره‌ی غوطه‌ور در آب پرداختند. برومهام و میهو [۳] جریان جابجایی آزاد هوا را بر روی کره بررسی کردند. گیولا و کورنیش [۴] با استفاده از روش عددی تفاضل محدود^{۱۰} به بررسی جریان و انتقال حرارت اطراف کره پرداختند. سینگاه و حسن [۵] به بررسی جریان جابجایی آزاد در اطراف کره با گراف‌های پایین پرداختند. هیوانگ و چن [۶] با استفاده از روش عددی تفاضل محدود اثر مکش و دمش بر روی کره را بررسی کردند. چن و چن [۷] جریان

¹⁰ Finite Difference