دانشگاه تهران

دانشکده فنی

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

رشته: عمران

گرایش: سازه‌های هیدرولیکی

موضوع:

حل عددی معادلات جریان آب کم عمق

به روش حجم کنترل - گالرکین

توسط

آرش امیدوار

استاد راهنما: دکتر محمدعلی بنی‌هاشمی

۱۳۷۷

۲۵۳۳۹

مرکز تحقیقات کامپیوتری علوم اسلامی
قسمت پایان

بسم الله الرحمن الرحیم

۱۳۷۸ /۳/ ۲۹

سپاسگزاری

بدینوسیله از استاد گرامی جناب آقای دکتر بنی هاشمی که در تهیه و تدوین این پایان نامه نهایت راهنمائی و همکاری را مبذول داشته‌اند تشکر و قدردانی می نماید.

۲۵۳۳۹
213/2

حل عددی معادلات جریان آب کم عمق به روش ضمنی تیلور ـ گالرکین

نام و نام خانوادگی دانشجو: آرش امیدوار

رشته تحصیلی و گرایش: عمران - سازه‌های هیدرولیکی

تاریخ دفاع: بهمن ۱۳۷۷

نام استاد راهنما: دکتر محمد علی بنی‌هاشمی

چکیدهٔ پایان نامه

در این پایان نامه با کمک روابط بقاء جرم و ممنتوم و فرضیات جریان آب کم عمق و با متوسط گیری در عمق نحوهٔ استخراج معادلات جریان آب کم عمق نشان داده شده است. سپس برای حل این معادلات از روش ضمنی "تیلور - گالرکین" استفاده شد که یک روش اجزاء محدود می‌باشد و از بسط تیلور برای جداسازی زمانی و روش استاندارد گالرکین برای جداسازی مکانی بهره می‌جوید.

به این ترتیب روش فوق به یک سری معادلات غیرخطی منجر شده است که برای حل آنها از روشهای حل یک مرحله‌ای و دو مرحله‌ای با کمک روش تکرار تابعی و حل یک مرحله‌ای با کمک روش کنترل طول کمان که یک روش قوی برای حل معادلات غیرخطی می باشد استفاده شده است. در روش دو مرحله‌ای محاسبه متغیرها در هر پله زمانی در دو مرحله انجام می‌شود. برای حل معادلات در هر تکرار حداقل از دو روش حذفی گاوس و چولسکی استفاده شده است.

برای ارزیابی روش‌های به کار رفته برای حل معادلات برنامه‌هایی تهیه شده است و با کمک آن چندین مساله مختلف مورد بررسی قرار گرفته و در مواردی که نتایج تحلیلی در دسترس بوده نتایج با آنها مقایسه گردیده است.

دیباچه

یکی از موضوع‌های با اهمیت در هیدرولیک مساله جریان آب کم عمق می‌باشد به همین جهت از دیرباز به حل معادلات حاکم بر این جریان اقدام گردیده است.

حل این معادلات در گذشته اغلب به روش تفاضل محدود انجام می‌گرفته است ولی این روش در مواجهه با هندسه‌های پیچیده دچار مشکل می‌شود.

با توسعه روش اجزاء محدود در دهه‌های اخیر محققان به روشهای گوناگون از جمله روشهای گالرکین، پتروف گالرکین، تیلور گالرکین و ... به حل معادلات اقدام کرده‌اند. روشهای به کار رفته فوق عموماً به صورت حل صریح و نیمه صریح بوده است که نسبت به بزرگی گام زمانی (Δt) حساس می‌باشد و از Δt های بزرگ در مورد آن نمی توان استفاده کرد.

در دانشکده فنی در چند سال گذشته بعضی روشهای صریح و نیمه صریح فوق مورد بررسی قرار گرفته است و در این پایان نامه در جهت برداشتن گامی به جلو به حل معادلات جریان آب کم عمق به روش ضمنی تیلور گالرکین پرداخته شده است.

فهرست مطالب

عنوان	شماره صفحه
مقدمه	۱
فصل اول	۴
معرفی جریان آب کم عمق و روشهای مدل کردن آن	۴
ـ اساس روشهای حل عددی	۵
ـ معرفی روشهای عددی معروف	۵
– روش اختلافات محدود	۵
ـ روش اجزاء محدود	۷
ـ روش احجام محدود	۷
ـ روش اجزاء مرزی	۸
– کاربردهای مهم جریان آب کم عمق	۹
فصل دوم	۱۰
معادلات حاکم بر جریان آب کم عمق	۱۰
۲ـ۱ـ اساس معادلات آب کم عمق	۱۰
۲ـ۲ـ معادلات بر اساس عمق متوسط	۱۳
۲ـ۳ـ شکل معادلات	۱۸
فصل سوم	۲۱
روش حل معادلات	۲۱
۳ـ۱ـ روش حل ضمنی در یک مرحله	۲۵
۳ـ۲ – روش دو مرحله‌ای تیلور ـ گالرکین	۲۶
فصل چهارم	۲۹
روش تیلور گالرکین و برنامه کامپیوتری	۲۹

۴-۱- الگوی روش تیلور - گالرکین ۲۹
۴-۱- ۱- انتخاب نوع المان ۳۰
۴-۱-۲- گامهای محاسباتی در روش تکرار تابعی ۳۰
۴-۲- شرایط اولیه ۳۳
۴-۳- حل معادلات ۳۳
۴-۳-۱- مونتاژ بردار نیرو ۳۴
۴-۳-۱-۱- محاسبه I ۳۴
۴-۳-۱-۲- محاسبه J ۳۷
۴-۳-۱-۳- محاسبهٔ K ۳۸
۴-۳-۲- مونتاژ ماتریس سختی ۳۹
۴-۴- شرایط مرزی و اعمال آن ۴۱
۴-۵- الگوریتم های دیگر تحلیل در آنالیز غیر خطی ۴۲
۴-۵-۱- روش کنترل بار ۴۵
۴-۵-۲- روش افزایشی ساده ۴۵
۴-۵-۳- روش کنترل بار نیوتن رافسون ۴۷
۴-۵-۴- روش کنترل طول کمان ۴۹
۴-۶- اعمال روش کنترل طول کمان به فرمول بندی تیلوزگالرکین ۵۴
۴-۶-۱- بررسی یک معادله درجه دو ۵۷
فصل پنجم ۵۹
حل چند مسأله به منظور ارزیابی روش به کار گرفته شده ۵۹
مقدمه ۵۹
۵-۱- آزمایش استاتیک ۵۹

۵-۲- آزمایش جریان دائمی و یکنواخت ۶۰
۵-۳- آزمایش جریان متغیر تدریجی ۶۲
۵ - ۴- Seich در حوضچه‌ها ۶۵
۵ - ۵ آزمایش موج سینوسی در کانال مستطیلی ۷۰
۵ - ۶ - انتشار تک موج پیش رونده ۷۶
۵ - ۷ - اثر سپر بر جریان ۷۷
۵ - ۸ - اثر خم بر جریان ۸۰
حل چند مسأله با کمک روش کنترل طول کمان ۸۲
۵ - ۳- الف - آزمایش جریان متغیر تدریجی ۸۲
۵ - ۳- ب - آزمایش جریان متتغیر تدریجی ۸۴
۵ - ۵ - الف - آزمایش موج سینوسی ۸۵
فهرست منابع و مراجع ۸۶
ضمیمه الف ۸۸
روش باقیمانده‌های وزندار ۸۸
ضمیمه ب ۹۳
انتگرال گیری جزء به جزء در فضاهای دو و سه بعدی (قضیه گرین) ۹۳
ضمیمه ج ۹۷
المان مثلثی سه گره‌ای، مشخصات و خواص ۹۷
ضمیمه د ۱۰۱
شرایط ناهنجار دستگاه معادلات خطی ۱۰۱
ضمیمه ه ۱۰۵
راهنمای استفاده از نرم افزار ۱۰۵

مقدمه

روش اجزاء محدود [1]، یکی از روشهای تحلیل سیستم‌های فیزیکی است که در سالهای اخیر به گونه‌ای فراگیر در بسیاری از رشته‌های مهندسی و علوم کاربردی همچون مکانیک جامدات، سازه، مکانیک سیالات، انتقال حرارت و مسائل ترکیبی کاربرد فراوان یافته است.

روش اجزاء محدود دارای یک شالوده تئوریک است که بر پایه آن دستور کار محاسباتی تدوین گشته و در پی آن برنامه‌ای رایانه‌ای نوشته می‌شود و با بهره‌گیری از آن رفتار سیستم فیزیکی به طور عددی تحلیل می‌گردد.

در تئوری روش اجزاء محدود، یک سیستم پیوسته فیزیکی (مثل یک سیال در حال حرکت) را به اجزائی با ابعاد محدود[2] تقسیم می‌کنند و بدینسان، به جای یک میدان پیوسته ، یک شبکه خطی، صفحه‌ای و یا فضایی را تشکیل می‌دهند که عناصرش در نقاطی به نام گره [3] به هم پیوند یافته‌اند.

در نتیجه، هویت میدان پیوسته به جای آنکه متعلق به یکایک نقاط باشد درگره‌های آن شبکه یعنی در محل اتصال اجزاء محدود متمرکز می‌گردد. سپس تابع یا توابع مجهول را بر حسب توابعی معلوم به نام توابع شکل [4] (توابع میانیابی)[5] و یا

1_ The Finite _ Element Method.
2_ Finite Elements.
3_ Node.
4_ Shape Functions.
5_ Interpolation Fun ctions.

(توابع تقریب)[1] و ضرایبی مجهول که عبارت است مقادیر آن توابع در گره‌ها می‌باشند بسط می‌دهند. آنگاه بسط یاد شده را در فرم تغییراتی حاصله از معادله حاکم قرار داده و به کمک آن ، معادله هر عنصر محدود را بر حسب متغیرهای محاسباتی، بدست می‌آورند. مرحله بعدی در روش اجزاء محدود، پیوند دادن عناصر به یکدیگر و تشکیل معادله کل سیستم و حل آن می‌باشد.[۱۳] در این پایان نامه نیز برای حل معادلات جریان آب کم عمق که فرم عمق متوسط معادلات اساسی مکانیک سیالات، یعنی معادلات ناویر ـ استوکس می‌باشند از روش اجزاء محدود بهره گیری شده است.

در فصل اول این پایان نامه به معرفی جریان آب کم عمق، روشهای کلی حل معادلات و کاربردهای مهم جریان آب کم عمق پردازیم.

در فصل دوم به معادلات حاکم بر جریان آب کم عمق و بدست آوردن آن بر اساس عمق متوسط پرداخته شده است.

در فصل سوم به حل معادلات با روش ضمنی [2] تیلور ـ گالرکین [3] پرداخته شده است. در فصل چهارم روشهای حل یک مرحله‌ای و دو مرحله‌ای معادلهٔ ضمنی تیلور ـ گالرکین و روند برنامهٔ کامپیوتری آن و سپس استفاده از روش کنترل طول گام در حل یک مرحله‌ای معادلهٔ ضمنی تیلور گالرکین و حل یک معادلهٔ درجه دو با این روش مورد بررسی

1_ Approximation Functions 2_ Implicit.

3_ Taylor _ Galerkin operation.

قرارگرفته است. در فصل پنجم چند مسأله مهم جهت ارزیابی روش و کنترل صحت برنامه ارائه شده است.

در پایان نیز ضمائم پایان نامه ارائه شده است.

فصل اول

معرفی جریان آب کم عمق و روشهای مدل کردن آن

جریان آب در لایه‌های نازک مانند خورهای ساحلی، اقیانوسها، رودخانه‌هاو غیره از اهمیت زیادی برخوردار است. پیش بینی جریانهای جزر و مدی و ارتفاع امواج برای کشتیرانی و انتشار آلودگی بسیار حیاتی می‌باشد.[1]

بنابراین ناگزیر از مدل سازی پدیده‌های طبیعی برای پیش بینی شرایط مختلف می‌باشیم. این مدل سازی می‌تواند شامل مدلهای فیزیکی، تحلیلی یا عددی باشد.

در مدل سازی فیزیکی که در آن از آنالیز ابعادی استفاده می‌شود قادریم طبیعت را به صورت نسبتاً واقعی مدل کنیم و نتایج نسبتاً خوب می‌باشد اما دارای معایبی چون هزینه زیاد، سرعت کم ، عدم قابلیت انتقال و عدم قابلیت توسعه می‌باشد.

مدل تحلیلی، به حل دقیق برای شرایط مورد نظرمی‌پردازد، اما برای حل معادلات در بسیاری موارد ناچار به ساده سازی معادلات می‌باشیم که این عمل منجر به فاصله گرفتن از شرایط واقعی طبیعت می‌شود.

در مدل عددی می‌توانیم با دقت مورد نظر به حل مسأله بپردازیم . ضمناً این روش دارای هزینه کم و سرعت مناسب می‌باشد.

ـ اساس روشهای حل عددی [۵]

یک پدیدهٔ طبیعی در محیطی پیوسته اتفاق می‌افتد و قوانین حاکم بر پدیده پیوسته می‌باشند اما در حل عددی محیط به المانهای مجزا منقطع می‌شود و قانون حاکم به صورت منقطع شده منظور می‌شود.

ـ معرفی روشهای عددی معروف

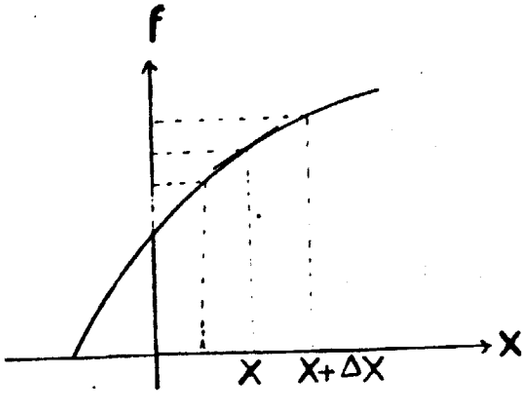
ـ روش اختلافات محدود

اساس روش اختلافات محدود سری تیلور می‌باشد.

$$f(x+\Delta x) = f(x) + \Delta x \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}$$

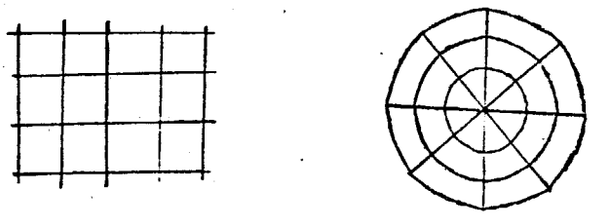
در این روش با نقاط سروکار داریم و پیوستگی تأمین نشده است.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x}$$



شکل ۱ - ۱ - روش اختلافات محدود

مش بندی در این روش مش بندی ساختار یافته[1] می‌باشد.



شکل ۱ - ۲ - مش بندی در روش اختلافات محدود

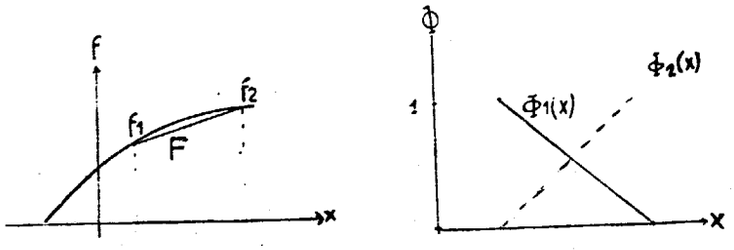
معایب این روش هنگام مواجهه با توپوگرافی پیچیده و مرزهای هندسی نا منظم در حالتهای دو بعدی آشکار می‌شود. که در این حالات ناگزیر از کاربرد مختصات منحنی‌الخط خواهیم بود.

1_ Structured Mesh.

ـ روش اجزاء محدود (1)

اساس روش F.E.M عموماً بر پایه روش باقیمانده های وزن دار استوار است.

(توضیحات بیشتر در مورد روش باقیمانده‌های وزن دار در بخش ضمائم آمده است).



$$F_i = \phi_1 (x)_i f_{1i} + \phi_2 (x)_i f_{2i}$$

شکل ۱ ـ ۳ ـ روش اجزاء محدود

تابع پیوسته با یک سری توابع پیوسته تخمین زده می‌شود.

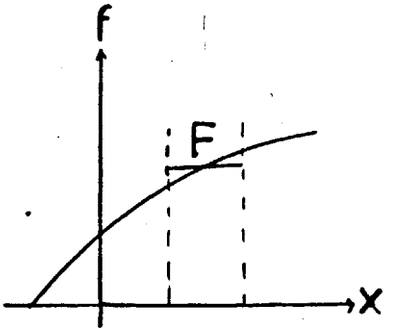
ـ روش احجام محدود (2)

اساس این روش نیز بر پایه روش باقیمانده‌های وزن‌دار می‌باشد در روش احجام محدود ضرایب ϕ برابر 0.5 می‌باشد.

1_ Finite Element Method.

2_ Finite Volume Method.

تفاوت این روش با روش اختلافات محدود پیوسته بودن تابع f در محدوده یک المان می‌باشد.



شکل ۱ - ۴ - روش احجام محدود

- روش اجزاء مرزی (1)

اساس این روش بر مبنای کاربرد قضیه گرین (دیورژانس یاگوس) برای کاهش مرتبه انتگرال می‌باشد. این روش دارای دقت بالایی می‌باشد و تعداد حافظهٔ کمتری نسبت به روشهای قبل نیاز دارد و دارای محاسبات کمتر و نتیجتاً سریعتر می‌باشد.

1_ Boundary Element Method.