دانشگاه یزد

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

گروه مخابرات

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

مهندسی برق-مخابرات

تخمین کور کانال در سیستمهای OFDM

استاد راهنما:

دکتر مسعود رضا آقابزرگی صحاف

استادان مشاور:

دکتر علی اکبر تدین، دکتر محمد جواد امیدی

پژوهش و نگارش:

علی ایزدی

اسفند ۱۳۸۹

تقدیم به خانواده عزیزم

ای خدای پاک و بی انباز و یار

دست گیر و جرم ما را در گذار

یاد ده ما را سخن های رقیق

کان به رحم آرد تو را، ای خوش رفیق

گر خطا گفتیم، اصلاحش تو کن

مصلحی تو، ای تو سلطان سخن

کیمیا داری که تبدیلش کنی

گرچه جوی خون بود، نیلش کنی

این چنین میناگریها کار توست

این چنین اکسیرها ز اسرار توست

مراتب تقدیر و تشکر خود را از اساتید بزرگوار و گرانقدرم جناب آقای دکتر آقابزرگی، جناب آقای دکتر تدین، جناب آقای دکتر امیدی به جای می آورم. همچنین از جناب آقای دکتر تابان، سرکار خانم دکتر زینل پور، جناب آقای دکتر صحاف که زحمت داوری این پروژه را بر عهده گرفته اند، کمال تشکر را دارم.

چکیده

تکنیک‌های پردازش سیگنال دیجیتال، نقش مهمی در تخمین کانال سیستم‌های مخابراتی ایفا می‌کنند. تخمین کانال می‌تواند بر مبنای پایلوت یا به روش کور انجام شود. در اینجا، بخاطر بازدهی بالای پهنای باند تخمین کور در مقایسه با روشهای مبتنی بر پایلوت و کاربرد وسیع سیستم‌های OFDM، به مطالعه تخمین کور کانال در سیستم‌های OFDM پرداخته‌ایم. یکی از روشهای متداول در تخمین کور کانال در سیستمهای *OFDM*، روش مبتنی بر زیرفضاست که دارای کارائی خوبی در کانال‌های دارای فیدینگ آهسته می‌باشد. البته این روش برای کانال‌های دارای فیدینگ سریع با اصلاحاتی قابل اعمال است. بیشتر روشهای ارائه شده به تعداد بلوکهای دریافتی زیادی برای تخمین کانال نیاز دارند و لذا غیرعملی می‌باشند. در این پایان نامه مسئله تخمین کور کانال در سیستمهای *MIMO OFDM* را مطالعه و با کاهش تعداد بلوک‌های دریافتی مورد نیاز، به ارائه روشی عملی مبتنی بر زیرفضا در کانالهای دارای فیدینگ سریع می‌پردازیم.

فهرست مطالب

فصل۱ ..... ۱

مقدمه ۱

۱-۱- مرور اجمالی ۳

۱-۲ نوآوری های این پایان نامه ۴

۱-۳ نماد گذاری ۴

فصل۲ ..... ۶

تخمین کانال درسیستم‌های OFDM ۶

۲-۱- طرح کلی ۹

۲-۲ تخمین کور کانال ۹

۲-۳ تخمین کورکانال در سیستمهای با پیش‌کدکننده دارای افزونگی ۱۰

۲-۴- فرمول بندی مسئله ۱۲

۲-۴-۱- مرور سیستم پیشوند تناوبی ۱۲

۲-۴-۲- تخمین کورکانال بر مبنای زیرفضا در سیستمهای CP ۱۵

۲-۴-۳- محدودیت‌ها ۱۸

۲-۵- روش زیر فضا با فرمول بندی جدید ۱۸

۲-۵-۱- اندیس تکرار ۱۹

۲-۵-۲-شرط لازم برای Persistency of Excitation ۲۵

۲-۵-۳- خلاصه الگوریتم ۲۶

۲-۵-۴- پیچیدگی سیستم ۲۷

۲-۵-۵- همسانسازی و حل ابهام اسکالر ۲۸

۲-۶- تخمین نیمه کور کانال در سیستم‌های OFDM ۲۹

۲-۶-۱- فرمول بندی مسئله ۲۹

۲-۶-۲- تخمین کانال مبتنی بر پایلوت ۳۱

۲-۶-۳- الگوریتم تخمین نیمه کور کانال ۳۲

۲-۷- نتایج شبیه سازی ۳۳

۲-۷-۱ کانال‌های ثابت ۳۳

۲-۷-۲- کانال های متغیر با زمان ۳۶

۲-۷-۳-نتایج شبیه سازی برای الگوریتم نیمه کور ۳۹
فصل ۳ ..... ۴۲
روش پیشنهادی تخمین کانال در سیستم‌های MIMO OFDM ۴۲
۳-۱ سیستمهایMIMO-OFDM ۴۳
(۳-۱۸) ۴۸
۳-۲ شبیه سازی ۴۸
۳-۳ نتایج ۵۰
فصل ۴ ..... ۵۱
نتایج و پیشنهادها ۵۱
۴-۱ نتایج ۵۲
۴-۲ پیشنهادها: ۵۳
مراجع ۵۵

فهرست شکلها

شکل ۲-۱: طبقه بندی تخمین کور کانال ۱۰

شکل ۲-۲: توصیف پیش کد کننده‌های *zero-padding* ۱۱

شکل ۲-۳: سیستم انتقال بلوک با پیش کد کننده اضافی خطی *R(z)* ۱۲

شکل۲-۴: سیستم دارای پیشوند تناوبی ۱۳

شکل ۲-۵ :سیستم فرستنده - گیرنده جهت حل ابهام ضریب اسکالر ۲۸

شکل ۲-۶ :سیستم OFDM ۳۰

شکل۲-۷ : شرح شیوه الگوریتم تخمین نیمه کور ۳۲

شکل۲-۸: متوسط مربع خطای تخمین کانال نرمالیزه برای کانال‌های ایستان با منظومه QPSK در سیستم‌های OFDM. ۳۵

شکل۲-۹: کارایی نرخ خطای بیت برای کانال های ایستان با منظومه QPSK در سیستمهای OFDM..... ۳۶

شکل ۲-۱۰: متوسط مربع خطای تخمین کانال نرمالیزه وقتی فرکانس داپلر5Hz می باشد. ۳۸

شکل ۲-۱۱: کارایی نرخ خطای بیت وقتی فرکانس داپلر5Hz می باشد. ۳۸

شکل ۲-۱۲: : متوسط مربع خطای تخمین کانال نرمالیزه وقتی فرکانس داپلر50Hz می باشد..... ۳۹

شکل ۲-۱۳: کارایی نرخ خطای بیت وقتی فرکانس داپلر50Hz می باشد. ۴۰

شکل۲-۱۴: موقعیت های پایلوت برای $K=20$ (سمت چپ) و $K=15$ (سمت راست) ۴۰

شکل۲-۱۵: مقایسه روشهای بر مبنای پایلوت و نیمه کور در کارایی متوسط مربع خطای تخمین کانال. ۴۱

شکل۲-۱۶: مقایسه روشهای پایلوت و نیمه کور در کارایی نرخ خطای بیت در فرکانس داپلر50Hz ۴۲

شکل ۳-۱ :کارایی متوسط مربع خطای تخمین کانال.برای سیستم‌های چند ورودی چند خروجی وقتی فرکانس داپلر $50Hz\left(54km/hr\right)$ می باشد..... ۵۰

شـکل ۳-۲: کـارایی نـرخ خطـای بیـت بـرای سیسـتم‌هـای چنـد ورودی چنـد خروجـی وقتـی فرکـانس داپلـر $50Hz\left(54km/hr\right)$ می باشد. ۵۱

فصل۱

مقدمه

در سیستم‌های مخابراتی دیجیتال، تخمین کانال جهت انتقال داده ضروری می باشد. چون همسانسازی[1]، از بین بردن تاثیر کانال روی سیگنال دریافتی، و تخمین سیگنال ارسالی مبتنی بر تخمین کانال به دست آمده انجام می‌شود. تخمین کانال توسط روش‌های بر مبنای پایلوت (یعنی وارد کردن نمونه‌های پایلوت در رشته داده ارسالی که برای گیرنده معلوم می باشند) و روش‌های کور انجام می‌شود. روش‌های کور نیازی به استفاده از نمونه‌های پایلوت نداشته و دارای مزایایی همچون بازدهی پهنای باند[2] می باشند.

با ترکیب[3] IFFT و پیشوند تناوبی[4] در فرستنده و FFT در گیرنده سیستم‌های OFDM[5]، کانال انتخاب کننده فرکانسی[6] به زیر کانال‌های دارای محوشدگی تخت[7] تبدیل می شود که هر زیر کانال متعلق به یک زیرکریر است. در نتیجه با تقسیم خروجی هر زیرکانال بر تضعیف کانال زیرکریر مربوطه، محوشدگی‌های تخت حذف می شود.

روش‌های تطبیق همبستگی مبتنی بر ایستان گردشی بودن سیگنال ارسالی در مراجع [۱،۲] بررسی شده است.در مرجع [۳] روشی برای سیستم‌های OFDM همراه با پیشوند تناوبی ارائه شده است که چون طول پیشوند تناوبی باید برابر با اندازه بلوک باشد این روش عملی نمی باشد. بعضی همسانسازهای کور مبتنی بر اطلاعات موجود در پیشوند تناوبی در مرجع[۴] پیشنهاد شده‌اند. در مرجع[۵] روشی برای سیستم‌های OFDM پیشنهاد شد که در آن نوع متفاوتی از افزونگی بکار رفته و نیاز به فرستنده‌ای با ساختار متفاوت دارد. بعد از آن الگوریتمی مبتنی بر تجزیه زیر فضا معرفی شد که در آن از افزونگی معرفی شده توسط پیشوند تناوبی ،کانال را بصورت کور تخمین زده و دارای مزایای زیر می باشد[۷]:

---

[1] Equalization
[2] Bandwidth Efficiency
[3] Inverse Fast Fourier Transform
[4] Cyclic Prefix
[5] Orthogonal Frequency Division Multiplexing
[6] Frequency Selective Channel
[7] Flat Fading

۱)نیازی به اصلاح ساختار فرستنده OFDM ندارد و در نتیجه برای سیستم‌های OFDM موجود سازگار می باشد.

۲)بر خلاف الگوریتم‌های با تصمیم گیری مستقیم[1]، این روش برای هر منظومه سیگنال اختیاری می تواند بکار رود و با افزایش اندازه منظومه، کارائی کاهش نمی یابد و نیازی ندارد که گیرنده، منظومه بکار رفته در فرستنده را بداند.

۳)در مقابل تخمین رتبه کانال پایدار بوده و بدون توجه به محل صفرهای کانال قابلیت تشخیص کانال را تضمین می کند.

۱-۱- مرور اجمالی

در فصل ۲ به مسئله تخمین کانال در سیستم‌های *OFDM* می پردازیم. *Muquet* و *Cai* مستقلاً الگوریتم بر مبنای زیرسیگنال را ارائه دادندکه حداقل نیاز به $2M+1$ بلوک دریافتی دارد. این حداقل نیاز تعداد بلوک دریافتی، کاربرد این الگوریتم‌ها در محیط کانال تغییر کننده سریع[2] را محدود می کند. در اینجا فاکتوری با نام اندیس تکرار را معرفی کرده‌ایم که دارای مقدار واحد برای روش‌های گزارش شده قبل می باشد. وقتی اندیس تکرار بزرگتر از واحد انتخاب می شود، تعداد بلوک‌های دریافتی مورد نیاز کاهش می یابد. در این فصل همچنین به مطالعه الگوریتم تخمین نیمه کور کانال در سیستم‌های *OFDM* نیز پرداخته ایم.

در فصل ۳ روشی برای تخمین کورکانال در سیستم‌های *MIMO-OFDM* با استفاده از تعداد محدود بلوک‌های دریافتی پیشنهاد شده است.در فصل ۴ نتایج و پیشنهادهای پایان نامه آورده شده است.

[1] Decision Direct
[2] Fast Varying

۱-۲ نوآوری های این پایان نامه

در اکثر مقاله‌های ارائه شده قبلی، روشی برای کاهش تعداد بلوک‌های دریافتی در سیستم‌های MIMO OFDM پیشنهاد نشده است. در حالی که این مسئله یکی از اشکالات عمده روش‌های تخمین کور در سیستم‌های MIMO OFDM می باشد که باعث غیر عملی شدن آنها در بسیاری محیط‌های دارای کانال متغیر می شود. در اینجا روشی ارائه شده است که نه تنها تعداد بلوک‌های دریافتی را بسیار کاهش می دهد بلکه باعث بهبود کارائی، کاهش خطای بیت، کاهش خطای نرمالیزه تخمین کانال نیز می شود.

۱-۳ نماد گذاری

حروف *bold* کوچک برای بردارهای ستونی ، حروف *bold* بزرگ برای ماتریس‌ها به کار می رود. نمادهای $*$، T، H بصورت a^*، A^T، A^H عملگرهای مزدوج، ترانهاده و مزدوج ترانهاده را مشخص می کند. $[v]_i$ iامین مولفه بردار $\boldsymbol{v}$ و $\mathbf{v}_{a:b} = [\, v_a \cdots v_b \,]^T$ را مشخص می کند. v_k بصورت $v_{(k-1 \bmod m)+1}$ برای هر $k > m$ یا $k < 1$ تعریف می‌شود. مثلا برای بردار $\mathbf{v} = [\, v_1 v_2 v_3 \,]^T$، $\mathbf{v}_{-1:7}$ بصورت $[\, v_2 v_3 v_1 v_2 v_3 v_1 v_2 v_3 v_1 \,]^T$ مشخص می‌شود. $[A]_i$ iامین ردیف ماتریس A را مشخص می کند و $[A]_{ij}$ درایه ردیف iام و ستون jام ماتریس A را مشخص می کند. $\mathbf{e}_{i,M}$ iامین ستون ماتریس واحد I_M را مشخص می کند که اگر هیچ ابهامی درباره مقدار M نباشد بصورت $\mathbf{e}_i$ نوشته می شود. w_M، $e^{-i\frac{2\pi}{M}}$ را مشخص می کند و $\mathbf{W}_M$ ماتریس نرمالیزه شده با بعد $M \times M$ می باشد که kl امین درایه آن بصورت $\frac{w_M^{(k-1)(l-1)}}{\sqrt{M}}$ می باشد. ماتریس T *Toeplitz* ، دارای مقادیر ثابت در قطرهای آن می باشد یعنی برای هر k و j و i داریم $[T]_{ij} = [T]_{i+k,j+k}$ طوری که اندیس‌های T در محدوده ابعاد ماتریس T باشد. ماتریس H *Hankel*، در قطرهای فرعی دارای مقادیر ثابت می باشد یعنی $[H]_{ij} = [H]_{i+k,j-k}$. برای بردار $\mathbf{v} = [\, v_1 v_2, \cdots v_m \,]^T$،

$\tau_n(\mathbf{v})$ برای ماتریس *full-banded Toeplitz* با بعد $(m+n-1)\times n$ بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$\tau_n(v)=\begin{bmatrix} v_1 & 0 & \cdots & 0 \\ v_2 & v_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & v_2 & \ddots & 0 \\ v_m & \vdots & \ddots & v_1 \\ 0 & v_m & \ddots & v_2 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & v_m \end{bmatrix} \qquad (۱-۱)$$

و $k_l(\mathbf{v})$ جهت مشخص کردن ماتریس *Hankel* $l\times(m-l+1)$ بصورت زیر تعریف می شود.

$$k_l(\mathbf{v})=\begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 & \cdots & v_{m-l+1} \\ v_2 & v_3 & \iddots & \iddots & \vdots \\ \vdots & \iddots & \iddots & & v_{m-1} \\ v_l & \cdots & & \cdots & v_m \end{bmatrix} \qquad (۲-۱)$$

فصل۲

تخمین کانال درسیستم‌های OFDM

در ایـن فصـل مسـئله تخمـین کانـال در سیسـتهای *OFDM* را بررسـی مـی‌کنـیم. روشـهای تخمـین کانـال بـه دو دسـته روشـهای برمبنـای پـایلوت و روشـهای کـور تقسـیم می‌شـوند.در ایـن فصـل بـه بررسـی ایـن روشـها پرداختـه‌ایـم. بـرای اسـتفاده از مزایـای ایـن دو روش تخمین نیمه کور[1] کانال را نیز بررسی کرده‌ایم.

روشـهای کـور بـر مبنـای اینکـه اطـلاع از منظومـه سـیگنال در گیرنـده بکـار رود بـه دو دسته تقسیم می شوند.

روش‌هـایی کـه از منظومـه سـیگنال منبـع اطـلاع دارنـد معمـولاً قسـمت شـامل[2] *IBI* را قبـل از تخمـین کانـال حـذف مـی کننـد [۱۷] و از لحـاظ محاسـباتی پیچیـده انـد مگـر اینکـه منظومه فضـایی کـوچکی بکـار رود. الگـوریتم‌هـای کـه از منظومـه فضـایی منبـع اطـلاع ندارنـد، از اطلاعات آمـاری نمونـه‌هـای منبـع اسـتفاده مـی کننـد. *Heath* روش کـور آمـاری‌ای پیشـنهاد کـرد کـه از ایسـتان گردشـی بـودن ایجـاد شـده بـا پیشـوند تنـاوبی اسـتفاده مـی کنـد [۱۸]. دیگر الگـوریتم بـر مبنـای آمارگـان، توسـط *Petropulu* بـا اسـتفاده از پـیش کـد کننـده خطـی ویـژه پیشـنهاد شـد [۲۹،۱۹]. *Zhuang* روش آمـاری‌ای پیشـنهاد کـرد کـه کانـال‌هـایی کـه دارای طـول بزرگتـر از طـول *CP* مـی باشـند را تخمـین مـی‌زنـد. همـه ایـن الگـوریتم‌هـای بـر مبنـای آمارگـان، نیـاز بـه مقـدار زیـاد داده دریـافتی جهـت بدسـت آوردن تخمـین صـحیح دارند. گروه دیگر الگـوریتم‌هـای کـور کـه اطـلاع از منظومـه فضـایی منبـع ندارنـد الگـوریتم‌هـای برمبنای زیرفضـا مـی باشـندکه نـه تنهـا بخـوبی بـا آمارگـان مرتبـه دوم عمـل مـی کننـد، بلکـه مـی تواننـد همزمـان بـا رتبـه کامـل بـودن سـیگنال ورودی اجـرا شـوند. در سیسـتمهای *CP*، بعضـی قسـمت‌هـای بلـوک دریـافتی شـامل *IBI* بـوده وبـرای تخمـین کورکانـال بـر مبنـای زیرفضـا ایجـاد مشـکل مـی کنـد. *Muquet* الگـوریتم مبتنـی بـر زیرفضـا در سیسـتمهای *OFDM*، بـا اسـتفاده از اطلاعـات بدسـت آمـده از بهـم پیوسـتن دو بلـوک دریـافتی پشـت سـرهم، را پیشـنهاد داد[۳۰و۲۳]. *Cai* و *Akansu* الگـوریتمی مشـابه بـرای تخمـین کورکانـال

[1] Semi Blind
[2] Inter Block Interference

در سیستم‌های *OFDM* پیشنهاد دادند [۱۰]. *Li* و *Roy* از حضور حامل‌های مجازی درسیستم‌های *OFDM* استفاده کردند [۲۱]. همه روش‌های گزارش شده قبل برای رتبه کامل کردن سیگنال ورودی، نیاز دارند تعداد بلوک‌های دریافتی حداقل به بزرگی دو برابر اندازه بلوک ورودی باشد که کاربرد آنها را در محیط کانال متغیر سریع محدود می کند.

روش‌های بر مبنای آمارگان منبع، نیاز به جمع آوری مقدار زیاد داده دریافتی جهت بدست آوردن آمارگان صحیح دارد که از آنجایی که وضعیت کانال ممکن است همزمان با جمع آوری داده تغییر کرده باشد باعث غیر عملی شدن این روش‌ها در کانال‌های متغیر سریع می‌شود. از سوی دیگر روش‌هایی که از منظومه فضایی منبع استفاده می کنند معمولاً از منظومه فضایی کوچک بهره می برند که وقتی منظومه فضایی دارای سایز بزرگ باشد این روشها غیرعملی شده یا دچار پیچیدگی محاسباتی می‌شوند.

با الهام از ایده اندیس تکرار، در این فصل تعمیمی برای بعضی از روش‌های تخمین کور بر مبنای زیرفضا درسیستمهای *OFDM* بررسی شده است[۲۰،۲۱،۲۳]. مقدار اندیس تکرار برای روش‌های گزارش شده قبلی واحد می‌باشد.وقتی اندیس تکرار بزرگتر از یک انتخاب شود، تعداد بلوک‌های دریافتی مورد نیاز کاهش می یابد. این روش می تواند مستقیماً در سیستم‌های *OFDM* بدون اصلاح ساختار فرستنده، عملی باشد.

در اینجا الگوریتم نیمه کور، بر مبنای ترکیب روش‌های مبتنی بر پایلوت[1] و الگوریتم تخمین کورکانال، بررسی شده است. الگوریتم نیمه کور بررسی شده با هر منظومه سیگنال و هر وضعیت نمونه پایلوت عملی بوده و برای کانال‌های متغیر سریع نیز مناسب می‌باشند[۲۳،۳۱،۳۲].

[1] Pilot-assisted

۲-۱- طرح کلی

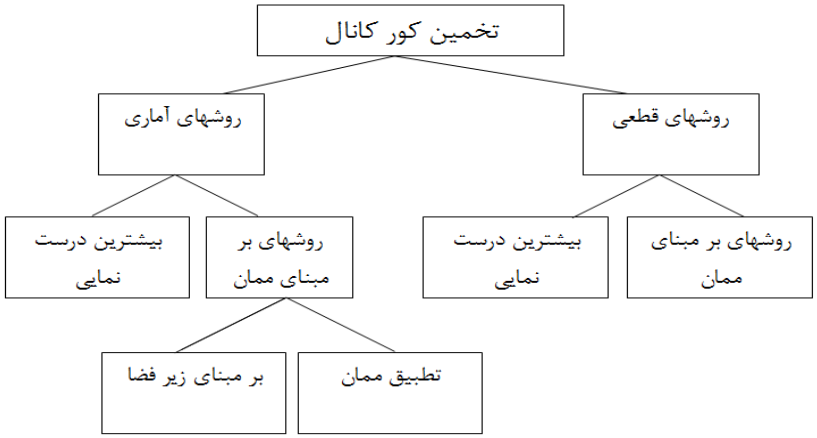
در بخش ۲-۲ طبقه‌بندی تخمین کور کانال آورده شده است. در بخش ۲-۳ تخمین کورکانال در سیستمهای با پیش‌کد کننده خطی دارای افزونگی بررسی شده است. در بخش ۲-۴ مروری بر ایده‌های اصلی روش‌های تخمین کور برمبنای زیرفضا، در بخش ۲-۵ معرفی الگوریتم کور تعمیم یافته، در بخش ۲-۶ الگوریتم نیمه کور، در بخش ۲-۷ شبیه‌سازی الگوریتم‌های گفته شده آمده است. در مطالب ارائه شده این فصل بطور عمده از مراجع[۳۷-۴۲] استفاده شده است.

۲-۲ تخمین کور کانال

شکل ۲-۱ طبقه بندی تخمین کور کانال را نشان می‌دهد. روشهای تخمین کور کانال به دو گروه روشهای آماری و روشهای قطعی[1] دسته‌بندی می‌شوند. در روشهای آماری فرض می‌شود منبع ورودی دارای ساختار آماری مشخصی می‌باشد ولی در روشهای قطعی فرضی روی ساختار آماری منبع ورودی نمی‌شود. تخمین بیشترین درست‌نمایی(ML [2]) بر اساس ماکزیمم کردن تابع چگالی احتمال سیگنال دریافتی بر مبنای پارامترهای بردار ضرائب کانال و سیگنال ارسالی می‌باشد. در روشهای مبتنی بر ممان، تخمین کانال بر اساس ممانهای مرتبه دوم سیگنال دریافتی صورت می‌پذیرد. روشهای تطبیق ممان[3] بر اساس می‌نیمم کردن متوسط مربع خطای نرمالیزه مجانبی[4] می‌باشد. روشهای مبتنی بر زیرفضا[5]، بر اساس زیرفضاهای مشاهدات می‌باشد که دارای مزایایی همچون عدم نیاز به معلوم بودن طول ضرائب کانال، عدم نیاز به اطلاع از منظومه سیگنال ارسالی، عدم نیاز به اصلاح ساختار فرستنده، اجرای آسان و کارایی خوب

[1] Deterministic
[2] Maximum Likelihood
[3] Moment Matching
[4] Asymptotic Normalized Mean Square Error
[5] Subspace based

می‌باشد. در این پایان نامه به علت مزایای روش مبتنی بر زیرفضا، از این روش استفاده شده است[۶].



شکل ۲-۱: طبقه بندی تخمین کور کانال

۲-۳ تخمین کورکانال در سیستمهای با پیش‌کدکننده دارای افزونگی

در سالهای جدید، سیستم‌های انتقال بلوک در سیستمهای با پیش کد کننده‌های خطی دارای افزونگی[1] *(LRP)* ، بخاطر قابلیت آنها جهت کمک به همسانسازی کانال درکانال‌های انتخاب کننده فرکانسی، رواج یافته اند. در این بخش ضمن مروری بر سیستم‌های انتقال بلوک با پیش‌کدکننده‌های خطی دارای افزونگی، الگوریتم‌های تخمین کورکانال با استفاده از پیشوند تناوبی (*CP*) را معرفی می کنیم.

جهت توصیف پیش کد کننده اضافی خطی ، مورد خاصی که *"zero-padding"* نامیده می شود در شکل۲-۲ نشان داده شده است، رشته منبع *s(n)* به بلوک‌هایی با

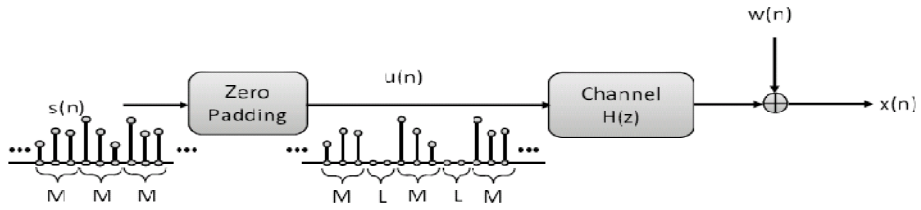
[1] Linear Redundant Precoding

سایز M تقسیم شده است و بلوک صفر با طول L بعد از هر بلوک وارد شده است.مقدار P را برابر $P = M + L$ در نظر بگیرید. از لحاظ ریاضی، بصورت زیر می‌باشد:

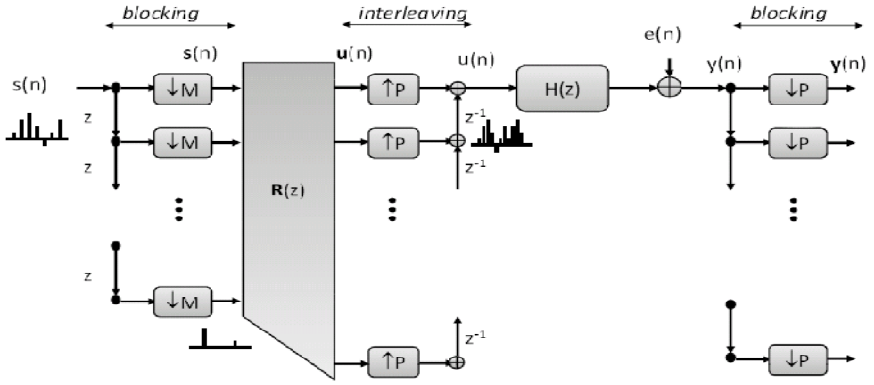
$$u(nP+k) = \begin{cases} s(nM+k) & if \quad 0 \le k \le M-1 \\ 0 & if \quad M \le k \le P-1 \end{cases}$$

سیستم دارای پیش کد کننده اضافه کننده صفر به انتهای بردار سیگنال ورودی، دارای توسعه پهنای باند با فاکتور $\frac{(M+L)}{M}$ می‌باشد.

اندازه بلوک ،M، می تواند هر عدد صحیح مثبتی انتخاب شود. وقتی M عدد صحیح بزرگی انتخاب شود، فاکتور توسعه پهنای باند بطور مجانبی واحد می شود. فرم کلی سیستم انتقال بلوک با پیش‌کدکننده خطی دارای افزونگی در شکل ۲-۳ نشان داده شده است. رشته منبع $s(n)$ به بردارهای $\mathbf{s}(n) = [s(nM) \quad s(nM+1) \quad \cdots \quad s(nM+M-1)]^T$ با اندازه M تبدیل شده اند.



شکل ۲-۲: توصیف پیش کد کننده‌های *zero-padding*



شکل ۲-۳: سیستم انتقال بلوک با پیش کد کننده اضافی خطی $R(z)$