بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

بررسی عملکرد الگوریتم‌های تطبیقی عضویت - مجموعه در شبکه‌های توزیع‌شده با ساختار افزایشی

نگارش

حمید اسکندری

استاد راهنما

دکتر محمد شمس اسفند آبادی

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته مهندسی برق گرایش الکترونیک

بهمن ماه 1392

باسمه تعالی

مدیریت تحصیلات تکمیلی

تعهدنامه اصالت اثر

این‌جانب حمید اسکندری متعهد می‌شوم که مطالب مندرج در این پایان‌نامه حاصل کار پژوهشی اینجانب است و دستاوردهای پژوهشی دیگران که در این پژوهش از آن استفاده شده است، مطابق مقررات ارجاع و در فهرست منابع و مأخذ ذکر گردیده است. این پایان‌نامه قبلاً برای احراز هیچ مدرک هم سطح یا بالاتر ارائه نشده است. در صورت اثبات تخلف(در هر زمان) مدرک تحصیلی صادرشده توسط دانشگاه از اعتبار ساقط خواهد شد.

کلیه حقوق مادی و معنوی اثر متعلق به دانشگاه شهید رجایی می‌باشد.

امضاء

حمید اسکندری

تأییدیه‌ی هیئت داوران جلسه‌ی دفاع از پایان‌نامه/رساله

نام دانشکده: مهندسی برق و کامپیوتر

نام دانشجو: حمید اسکندری

عنوان پایان‌نامه: **بررسی عملکرد الگوریتم‌های تطبیقی عضویت - مجموعه در شبکه‌های توزیع‌شده با ساختار افزایشی**

تاریخ دفاع: بهمن ماه 1392

رشته: مهندسی برق

گرایش: الکترونیک

ردیف	سمت	نام و نام خانوادگی	مرتبه دانشگاهی	دانشگاه یا مؤسسه	امضا
1	**استاد راهنما**	**دکتر محمد شمس اسفند آبادی**	**استادیار**	**شهید رجایی تهران**	
2	**استادمدعو خارجی**	**دکترمحمد حسین کهایی**	**دانشیار**	**علم وصنعت**	
3	**استاد مدعو داخلی**	**دکتر پرویز امیری**	**استادیار**	**شهید رجایی تهران**	

تقدیم به مهربان فرشتگانی که:

لحظات ناب باور بودن، لذت و غرور دانستن، جسارت خواستن، عظمت رسیدن و تمام تجربه‌های یکتا و زیبای زندگی‌ام، مدیون حضور سبز آن‌هاست.

تقدیم به خانواده عزیزم...

تشکر و قدردانی

سپاس و ستایش مر خدای را جل و جلاله که آثار قدرت او بر چهره روز روشن، تابان است و انوار حکمت او در دل شب تار، درفشان. آفریدگاری که خویشتن را به ما شناساند و درهای علم را بر ما گشود و عمری و فرصتی عطا فرمود تا بدان، بنده ضعیف خویش را در طریق علم و معرفت بیازماید...

بدون شک جایگاه و منزلت معلم، اجّل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات بی شائبه ی او، با زبان قاصر و دست ناتوان، چیزی بنگاریم. اما از آنجایی که تجلیل از معلم، سپاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تامین می کند و سلامت امانت هایی را که به دستش سپرده اند، تضمین؛ بر حسب وظیفه و از باب " من لم یشکر المنعم من المخلوقین لم یشکر اللّه عزّ و جلّ: " ازپدر و مادر عزیزم... این دو معلم بزرگوارم...

که همواره بر کوتاهی و درشتی من، قلم عفو کشیده و کریمانه از کنار غفلت هایم گذشته اند و در تمام عرصه های زندگی یار و یاوری بی چشم داشت برای من بوده اند؛

از همسر مهربانم

که که سایه مهربانیش سایه سار زندگیم می باشد، او که اسوه صبر و تحمل بوده و مشکلات مسیر را برایم تسهیل نمود.

از استاد با کمالات و شایسته؛ جناب آقای دکتر محمد شمس اسفندآبادی که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ کمکی در این عرصه بر من دریغ ننمودند و زحمت راهنمایی این پایان نامه را بر عهده گرفتندکمال تشکر و قدردانی را دارم، باشد که این خردترین، بخشی از زحمات آنان را سپاس گوید.

چکیده

شبکه‌های توزیع‌شده به سیستم‌هایی گفته می‌شود که عناصر آن‌ها به منظور رسیدن به تخمین یک پارامتر خاص با یکدیگر در تعامل هستند. دقت این تخمین باید به اندازه‌ای باشد که اگر همه گره‌های شبکه به این اطلاعات دسترسی داشتند، به همین تخمین می‌رسیدند. فیلترهای تطبیقی، نقش اصلی را در شبکه‌های توزیع‌شده جهت رسیدن به این هدف دارند. در این تحقیق، الگوریتم‌های مختلف تطبیقی عضویت-مجموعه به کاربرد شبکه‌های توزیع‌شده توسعه داده شده و عملکرد آن‌ها مورد بررسی قرار گرفته‌اند. این الگوریتم‌های توزیع‌شده شامل عضویت مجموعه حداقل میانگین مربعات نرمالیزه شده (dSM-NLMS)، عضویت مجموعه تصویر افاین با اصلاح جزئی ضرایب (dSM-SPU-APA)، عضویت مجموعه تصویر افاین با انتخاب دنباله ورودی (dSM-SR-APA)، عضویت مجموعه تصویر افاین با انتخاب پویای دنباله ورودی (dSM-DS-APA) و الگوریتم عضویت مجموعه زیرباند (dSM-SAF) می‌باشند. این کلاس از الگوریتم‌ها، دارای سرعت همگرایی بالا، خطای حالت ماندگار پایین و پیچیدگی محاسبات کم به طور هم‌زمان می‌باشند. در این الگوریتم‌ها، اصلاح وزن‌های شبکه توزیع‌شده در تمامی تکرارها صورت نمی‌پذیرد و بر اساس میزان خطای حاصل-شده این اصلاح صورت می‌گیرد. در ادامه عملکرد تئوری dSM-NLMS، مورد بررسی قرار گرفته و روابط خطای حالت ماندگار و گذرا نیز ارائه گردیده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی، نشان می‌دهد که الگوریتم‌های تطبیقی عضویت مجموعه توزیع‌شده، عملکرد مناسبی در شبکه‌های توزیع‌شده دارند به طوری‌که نسبت به نوع کلاسیک خود، دارای خطای حالت ماندگار پایین‌تر بوده و همچنین پیچیدگی محاسباتی بسیار پایین تری خواهند داشت.

کلید واژه‌ها

شبکه‌های توزیع‌شده افزایشی، الگوریتم‌های تطبیقی، عضویت مجموعه، حداقل میانگین مربعات، تصویر افاین، زیرباند

فهرست مطالب

فصل اول : مقدمه

1- 1- مفاهیم اولیه فیلترهای تطبیقی 2

2-1- ویژگی یک فیلتر تطبیقی 3

1-2-1- کاربرد 4

2-2-1- ساختار فیلتر تطبیقی 4

3-2-1- الگوریتم 4

1-3-2-1- الگوریتم LMS 5

2-3-2-1- الگوریتم NLMS 5

3-3-2-1- الگوریتم تصویر افاین 6

3-1- شبکه‌های توزیع شده 6

4-1- بیان مساله تحقیق و هدف از پایان نامه 9

5-1- ساختار کلی پایان نامه 9

فصل دوم : الگوریتم تطبیقی عضویت مجموعه

1-2- مقدمه 12

2-2- الگوریتم تطبیقی عضویت مجموعه حداقل میانگین مربعات نرمالیزه شده 13

3-2-الگوریتم تطبیقی عضویت مجموعه تصویر افاین (SM-APA) 15

1-3-2- نحوه انتخاب مقدار بردار پارامتر g_n 16

4-2- نتیجه گیری 18

فصل سوم : شبکه های توزیع شده بر پایه ی الگوریتم‌های تطبیقی

3- 1 – شبکه‌های توزیع شده و الگوریتم‌های تطبیقی 20

2-3- بیان مسئله تخمین و حل آن به وسیله ساختار توزیع شده 22

1-2-3- قاعده تندترین شیب 23

2-2-3- قاعده تندترین شیب برای ساختار افزایشی در شبکه های توزیع شده 24

3-2-3- رابطه تطبیقی برای شبکه توزیع شده 25
3-3-1- الگوریتم حداقل میانگین مربعات نرمالیزه شده در شبکه های توزیع شده با ساختار افزایشی 25
3-4-1- الگوریتم عضویت مجموعه حداقل میانگین مربعات نرمالیزه شده در شبکه های توزیع شده با ساختار افزایشی 26
3-4-2- آنالیز عملکرد الگوریتم عضویت مجموعه حداقل میانگین مربعات نرمالیزه شده در شبکه های توزیع شده با ساختار افزایشی 28
3-4-5- الگوریتم های عضویت مجموعه خانواده تصویر افاین در شبکه های توزیع شده با ساختار افزایشی 32
3-4-5-1- الگوریتم عضویت مجموعه تصویر افاین در شبکه های توزیع شده با ساختار افزایشی (dSM-APA)..... 32
3-4-5-2- الگوریتم dSM-SPU-APA 35
3-4-5-4- الگوریتم عضویت مجموعه تصویر افاین با انتخاب پویا dSM-DS-APA... 37
3-4-6- الگوریتم عضویت مجموعه زیرباند در شبکه های توزیع شده با ساختار افزایشی dSM-SAF 38
3-5- نتیجه گیری..... 40
فصل چهارم: نتایج شبیه سازی
4-1- معرفی ساختار و نتایج شبیه‌سازی..... 42
4-2- نتیجه گیری..... 61
فصل پنجم نتیجه گیری و پیشنهادها
5-1- نتیجه گیری..... 63
5-2- پیشنهادها 64
منابع و مراجع 66

فهرست اشکال

شکل (1-1) یک شبکه توزیع‌شده با N گره با قابلیت اندازه‌گیری دمای محلی 7

شکل (2-1)انواع شبکه توزیعی الف)شبکه توزیع‌شده افزایشی ب) شبکه توزیع‌شده انتشاری ج) شبکه توزیع‌شده انتشار احتمالی 8

شکل (2-1). نحوه انتخاب زیر مجموعه از فضای وزن‌ها..... 13

شکل (4-1) الگوریتم dAPA در یک شبکه توزیعی..... 35

شکل (4-2) ساختار کلی الگوریتم تطبیقی زیرباند 40

شکل (4-1) پروفایل قدرت سیگنال ورودی به تفکیک گرهها 44

شکل(4-2) پروفایل توان نویز ورودی به تفکیک گرهها 45

شکل (4-3) ضریب همبستگی سیگنال به تفکیک گرهها..... 45

شکل (4-4) مقایسه بین MSD در الگوریتم های تطبیقی INC-SM-NLMS و INC-NLMS و INC-LMS در گره 5..... 46

شکل (4-5) مقایسه خـــطای حالت ماندگار بین الگوریتم تطبیقی INC-SM-NLMS و INC-NLMS و INC-LMS 46

شکل (4-6) مقایسه انحراف وزن‌ها در حالت ماندگار بین الگوریتم تطبیقی INC-SM-NLMS و INC-NLMS و INC-LMS 47

شکل (4-7) مقایسه بین تعداد اصلاح وزن در 500 بار تکرار..... 47

شکل (4-8) منحنی مقایسه خطای حالت ماندگار بین حالت آنالیز تئوری و شبیه سازی الگوریتم dSM-NLMS..... 48

شکل (4-9) منحنی انحراف وزنها برای مقایسه بین حالت آنالیز تئوری و شبیه سازی الگوریتم dSM-NLMS..... 49

شکل (4-10) منحنی یادگیری در گره 5 مقایسه بین حالت آنالیز تئوری و شبیه سازی الگوریتم dSM-NLMS..... 49

شکل (4-11) منحنی MSD در گره 5 مقایسه بین حالت آنالیز تئوری و شبیه سازی الگوریتم dSM-NLMS..... 50

شکل (4-12) مقایسه منحنی میزان انحراف وزنها در گره 5 بین الگوریتم‌های dAPA و dSM-APA 50

شکل (4-13) مقایسه منحنی میزان خطای حالت ماندگار بین الگوریتم‌های dAPA و dSM-APA 51

شکل (4-14) مقایسه منحنی میزان انحراف وزنها بین الگوریتم‌های dAPA و dSM-APA 51

شکل (4-15) مقایسه منحنی انحراف وزنها در گره 5 بین الگوریتم‌های dDS-APA و dSM-DS-APA 52

شکل (4-16) مقایسه خطای حالت ماندگار بین الگوریتم‌های dDS-APA و dSM-DS-APA 52

شکل (4-17) مقایسه میزان انحراف وزن‌ها بین الگوریتم‌های dDS-APA و dSM-DS-APA53

شکل (4-18) مقایسه منحنی انحراف وزنها در گره 5 بین الگوریتم‌های dSPU-APA و dSM-SPU-APA 54

شکل (4-19) مقایسه منحنی خطای حالت ماندگار بین الگوریتم‌هایdSPU-APA و dSM-SPU-APA 54

شکل (4-20) مقایسه منحنی انحراف وزنها در حالت ماندگار بین الگوریتم‌های dSPU-APA و dSM-SPU-APA 55

شکل (4-21) مقایسه میزان انحراف وزنها در گره 5 بین الگوریتم‌های dSR-APA و dSM-SR-APA 56

شکل (4-22) مقایسه منحنی خطای حالت ماندگار بین الگوریتم‌های dSR-APA و dSM-SR-APA 56

شکل (4-23) مقایسه منحنی یادگیری در حالت ماندگار بین الگوریتم‌های dSR-APA و dSM-SR-APA 57

شکل (4-24) مقایسه منحنی انحراف وزنها بین الگوریتم‌های dSAF و dSM-SAF..... 58

شکل (4-25) مقایسه منحنی خطای حالت ماندگار بین الگوریتم‌های dSAF و dSM-SAF 58

شکل (4-26) مقایسه منحنی میزان انحراف وزن‌ها در حالت ماندگار بین الگوریتم‌های dSAF و dSM-SAF 59

شکل (4-27) مقایسه منحنی میزان انحراف وزن‌ها در گره 5 بین الگوریتم‌های dSM-APA، dSM-DS-APA، dSM-SPU-APA و dSM-SR-APA..... 60

شکل (4-28) مقایسه منحنی میزان انحراف وزن‌ها در حالت ماندگار بین الگوریتم‌های dSM-APA ، dSM-DS-APA، dSM-SPU-APA وdSM-SR-APA..... 60

فهرست جداول

جدول (2-1) تقسیم بندی الگوریتم تطبیقی عضویت مجموعه به همراه روابط آن‌ها 17

فهرست علائم اختصاری

MSE	Mean Square Error
EMSE	Excess Mean Square Error
MSD	Mean Square Deviation
LMS	Least Mean Squares
NLMS	Normalized Least Mean Squares
RLS	Recursive Least Squares
APA	Affine Projection Algorithm
NSAA	Normalized Subband Adaptive Algorithm
SPU	Selective Partial Update
SR	Selective Regressors
DS	Dynamic Selection
FIR	Finite Impulse Response
IIR	Infinite Impulse Response
dLMS	distributed Least Mean Squares
dSM-LMS	distributed Set-Membership Least Mean Squares
dSM-NLMS	distributed Set-Membership Normalized Least Mean Squares
dSM-APA	distributed Set-membership Affine Projection Algorithm
dSM-SPU-APA	distributed Set-membership selective Partial Update Affine Projection Algorithm
dSM-SR-APA	distributed Set-membership selective Regressor Affine Projection Algorithm
dSM-DS-APA	distributed Set-Membership Dynamic Selesction Affine Projection Algorithm
dSM-SAF	distributed Set-membership Subband Adaptive Filter algorithm
AR	Auto-Regressive

عملگرهای ریاضی که در طول پایان نامه از آن‌ها استفاده شده است

$\|.\|$	اندازه یک عدد اسکالر
$\|\|.\|\|$	انداه اقلیدسی یک بردار
$Tr(.)$	مجموع عناصر روی قطر اصلی یک ماتریس
$(.)^T$	ترانهاده یک بردار یا ماتریس
$(.)^{-1}$	معکوس یک ماتریس یا یک عدد اسکالر
$E\{.\}$	امید ریاضی
$diag\{...\}$	ماتریس قطری با عناصر $\{...\}$ روی قطر اصلی و صفر در بقیه موقعیت‌ها
$vec(T)$	تبدیل ماتریس T با اندازه $M \times M$ به یک بردار ستونی t با اندازه $M^2 \times 1$ باپشت سر هم قرار دادن ستون‌های ماتریس T
$vec(t)$	تبدیل یک بردار ستونی t با اندازه $M^2 \times 1$ به یک ماتریس T با اندازه $M \times M$
$\lambda_{max}(.)$	بزرگترین مقدار ویژه یک ماتریس
R^+	مجموعه داده‌های مثبت
∇	گرادیان

فصل اول

مقدمه

1- 1- مفاهیم اولیه فیلترهای تطبیقی

در طی30 سال گذشته تا کنون پیشرفت‌های زیادی در زمینه پردازش سیگنال انجام گرفته است. یکی از هدف‌های پردازش سیگنال عمل فیلترکردن است. فیلتر وسیله‌ای است که سیگنال ورودی را به سیگنال خروجی دیگری تبدیل می‌کند به طوری که، امکان استخراج سیگنال مطلوب[1] (اطلاعات مطلوب) از سیگنال ورودی فراهم می‌گردد. فیلتر دیجیتال فیلتری است که عمل پردازش روی سیگنال زمان گسسته و به شکل دیجیتالی انجام می‌شود. در فیلترهای تغییر ناپذیر با زمان، پارامترهای داخلی و ساختار فیلتر ثابت است و اگر فیلتر خطی باشد، سیگنال خروجی به وسیله یک عملگر خطی روی سیگنال ورودی حاصل خواهد شد. طراحی فیلترهای خطی تغییرناپذیر با زمان شامل سه مرحله است:

1- تقریب مشخصه‌ها از روی نسبت تابع تبدیل
2- انتخاب ساختار مناسب
3- انتخاب شکل اجرای الگوریتم تطبیقی

هنگامی‌که مشخصه‌های ثابت ناشناخته باشند و یا ویژگی‌های مورد نظر توسط فیلترهای تغییرناپذیر با زمان برآورده نگردند، فیلترهای تطبیقی مورد استفاده قرار می‌گیرند. فیلتر تطبیقی یک فیلتر غیرخطی است، از آنجایی که مشخصه‌های آن وابسته به سیگنال ورودی بوده و بنابراین شرایط همگنی و جمع پذیری را برآورده نمی‌کند. اما اگر پارامترهای فیلتر را در یک زمان لحظه‌ای تثبیت کنیم، سیگنال‌های خروجی به وسیله یک عملگر خطی روی سیگنال‌های ورودی بدست می‌آیند.

از آنجایی که پارامترهای فیلترهای تطبیقی به طور مداوم برای برآورده شدن نیازها تغییر می‌کنند، این نوع فیلترها، متغیر با زمان می‌باشند. معمولاً تعریف معیار عملکرد احتیاج به سیگنال‌های مرجع[2] دارد، که در مرحله تقریب طراحی فیلتر با مشخصه‌های ثابت، ناشناخته هستند. این توضیحات نشان می‌دهد که طراحی مناسب فیلترهای غیر تطبیقی نیاز به مشخصات کاملی از سیگنال ورودی و مرجع،

[1] Desired signal
[2] Reference signal

برای رسیدن به عملکرد مناسب دارد. متأسفانه در عمل، دسترسی به این اطلاعات به دلیل ناشناخته بودن محیط امکان‌پذیر نمی‌باشد. سیگنال‌ها به صورت ترکیب سیگنال مرجع و ورودی و یا در بعضی از موارد هیچ‌کدام از آن‌ها تعریف شده نیستند. در این‌گونه مواقع بایستی ابتدا سیگنال را مدل کرده و سپس فیلتر را طراحی نمود. این مرحله می‌تواند بسیار مشکل و پرهزینه برای پیاده سازی به صورت بی درنگ[3] باشد. راه حل این مشکل، استفاده از فیلتر تطبیقی می‌باشد که به صورت بی درنگ پارامترها را تنها با استفاده از اطلاعات موجود در محیط و از طریق الگوریتمی ساده اصلاح می‌کند. فیلترهای تطبیقی، ساختارها و الگوریتم‌های مختلفی برای اصلاح پارامترهای (ضرایب) فیلتر در جهت محقق کردن معیار عملکرد دارند[1-6].

1-2- ویژگی یک فیلتر تطبیقی

ویژگی کامل یک سیستم فیلتر تطبیقی شامل سه قسمت است:

1-2-1- کاربرد

نوع کاربرد با انتخاب سیگنال‌های مورد نیاز به عنوان ورودی و سیگنال مطلوب خروجی از محیط تعریف می‌شود. در طی سال‌های گذشته تاکنون، فیلترهای تطبیقی در کاربردهای مختلفی مورد استفاده قرارگرفته‌اند. برای نمونه متعادل ساز کانال[4]، حذف اکو[5]، حذف نویز[6]، بهبود سیگنال[7]، شناسایی سیستم[8]، پیش بینی کننده خطی[9] و کنترل تطبیقی نمونه‌ای از کاربردهای فیلترهای تطبیقی هستند[1-6].

[3] Online
[4] Channel equalizer
[5] Echo cancellation
[6] Noise cancellation
[7] Signal enhancement
[8] System identification
[9] Linear prediction

1-2-2- ساختار فیلتر تطبیقی

فیلتر تطبیقی می‌تواند توسط ساختارهای مختلفی توسعه یابد. این انتخاب ساختار، در پیچیدگی محاسبات[10] (تعداد عملگر محاسباتی در هر تکرار) و همچنین تعداد تکرار مورد نیاز برای رسیدن به عملکرد مطلوب موثر است. به طور کلی دو ساختار اصلی برای فیلترهای تطبیقی وجود دارد:

1- فیلتر تطبیقی با پاسخ ضربه محدود[11] (FIR)
2- فیلتر تطبیقی با پاسخ ضربه نا محدود[12] (IIR)

فیلترهای FIR معمولاً با ساختارهای غیر بازگشتی اجرا می‌شوند، درحالی‌که فیلترهای IIR، ساختارهای بازگشتی را به کار می‌برند.

- **فیلتر تطبیقی FIR:** پراستفاده‌ترین فیلتر تطبیقی FIR، فیلتر Transversal یا Tapped Delay Line می‌باشد[1]. ساختارهای دیگری نیز با هدف کاهش در پیچیدگی محاسبات و افزایش سرعت همگرایی[13] در مقایسه با فیلتر Transversal توسعه یافتند.
- **فیلتر تطبیقی IIR:** پراستفاده‌ترین ساختار فیلترهای IIR به صورت شکل مستقیم کانونیک[11] به علت سادگی توسعه و تحلیل آن، می‌باشد[7]. بسته به نوع ساختار، این نوع فیلتر دارای یکسری مشکلات ذاتی مانند بررسی پایداری قطب‌ها[14] و سرعت کم همگرایی است. برای حل این مشکلات ساختارهای متفاوتی مانند سری[15]، مشبک[16] و موازی پیشنهاد شده است[1-3] .

1-2-3- الگوریتم

الگوریتم یک دستورالعمل برای تنظیم ضرایب فیلتر تطبیقی برای به حداقل رساندن معیار در نظر گرفته شده می‌باشد. الگوریتم به وسیله تعریف روش جستجو[17]، تابع هدف[18] و سیگنال خطا تعیین می‌شود. الگوریتم‌های فیلترهای تطبیقی متعددی در طول 40 سال گذشته پیشنهاد شده‌اند که در بین آن‌ها الگوریتم حداقل میانگین مربعات[19]، حداقل میانگین مربعات نرمالیزه شده[20]، حداقل مربعات

[10] Computational complexity
[11] Finite Impulse Response (FIR)
[12] Infinite Impulse Response (IIR)
[13] Convergence speed
[11] Canonic direct form
[14] Pole stability
[15] Cascade
[16] Lattice
[17] Search method
[18] Objective function
[19] Least Mean Squares (LMS)
[20] Normalized Least Mean Squares (NLMS)

بازگشتی[21] و الگوریتم‌های تصویر افاین[22] جزو مهم‌ترین و مشهورترین الگوریتم‌های فیلترهای تطبیقی می‌باشند.

1-2-3-1- الگوریتم LMS

فیلتر LMS از جنبه‌های مختلف به عنوان منشأ نظریه فیلترهای سازگار می‌باشد، از آنجایی که این الگوریتم از همه جهات با پیشرفت قابل ملاحظه، مورد بررسی قرارگرفته است. الگوریتم‌های کمی از دیدگاه تئوری‌های فیلترینگ و تخمین تا این حد موفقیت و گسترش همه جانبه پیدا کرده‌اند. این الگوریتم توسط Widrow و Hoff در سال1960 پیشنهاد شد[8]. حال به معرفی این الگوریتم می‌پردازیم.

فرض کنید که چندین مشاهده ازمتغیرهای تصادفی d و u به صورت (1-1) وجود دارند.

$$\{u(0), u(1), u(2), \dots\}, \quad \{d(0), d(1), d(2), \dots\} \tag{1-1}$$

اگر $d(n)$ و $u(n)$ به ترتیب نشان دهنده نمونه سیگنال هدف و سیگنال ورودی در لحظه n باشند، آنگاه هدف تخمین یک بردار w، با اندازه $M \times 1$ است که معادله (2-1) را حل کند.

$$\min_{w} J(\boldsymbol{w}) \tag{2-1}$$

به طوری که تابع ارزشی $J(\boldsymbol{w})$ میانگین مربعات خطا را به صورت رابطه (3-1) مشخص می‌کند

$$J(\boldsymbol{w}) = E\|\boldsymbol{d} - \boldsymbol{u}\boldsymbol{w}\|^2 \tag{3-1}$$

حال با استفاده از رابطه تندترین شیب و یا رابطه نیوتن [8] ، به منظور کمینه کردن رابطه (3-1)، رابطه بازگشتی الگوریتم LMSبه صورت رابطه (2-1) بدست می‌آید.

$$w(n) = w(n-1) + \mu(d(n) - u^T(n)w(n-1)) \tag{4-1}$$

معادله بازگشتی (4-1) به علت سادگی توسعه آن، در عمل بسیار گسترش پیدا کرده‌است. این الگوریتم به الگوریتم LMS یا در بعضی از کتب به الگوریتم Widrow-Hoff مشهور است.

2-2-3-1- الگوریتم NLMS

فیلتر NLMS به وسیله Nagoma وNoda [9] و Albert و Gradner [10] به طور مستقل پیشنهاد شد. گرچه به نظر می‌رسد اصطلاحات واقعی NLMS به Bitmead و Anderson [11] بر می‌گردد. این الگوریتم مانند LMS با استفاده از الگوریتم‌های نیوتن و یا تندترین شیب به دست می‌آید. رابطه بازگشتی NLMS به صورت رابطه (5-1) به دست می‌آید.

[21] Recursive Least Squares (RLS)
[22] Affine Projection Algorithm (APA)