



دانشگاه پیام نور

دانشکده علوم پایه

پایان نامه

برای دریافت مدرک کارشناسی ارشد

رشته فیزیک حالت جامد

گروه علمی فیزیک

عنوان پایان نامه

محاسبه خواص الکترونی نقاط کوانتومی با پتانسیل

دیواره یکنواخت

الهام ابراهیمیان

استاد راهنما:

دکتر محمد رضا کازرانی وحدانی

استاد مشاور:

دکتر عبدالرسول قرائتی جهرمی

خرداد ۱۳۹۱

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه پیام نور

دانشکده علوم پایه

مرکز شیراز

پایان نامه

برای دریافت مدرک کارشناسی ارشد

رشته فیزیک حالت جامد

گروه علمی فیزیک

عنوان پایان نامه

محاسبه خواص الکترونی نقاط کوانتومی با پتانسیل

دیواره یکنواخت

الهام ابراهیمیان

استاد راهنما:

دکتر محمد رضا کازرانی وحدانی

استاد مشاور:

دکتر عبدالرسول قرائتی جهرمی

خرداد ۱۳۹۱



دانشگاه پیام نور استان فارس  
باسمه تعالی

جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

تاریخ : .....  
شماره : .....  
پیوست : .....

صور تجلسه دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

جلسه دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد خانم الهام ابراهیمیان دانشجوی رشته فیزیک گرایش حالت جامد به شماره دانشجویی ۸۷۰۰۰۰۱۷ با عنوان:

" محاسبه خواص الکترونی نقاط کوانتومی با پتانسیل دیواره‌ی یکنواخت "

با حضور هیات داوران در روز دوشنبه مورخ ۱۳۹۱/۳/۸ ساعت ۹ صبح در محل ساختمان اندیشه دانشگاه پیام نور شیراز برگزار شد و هیأت داوران پس از بررسی، پایان نامه مذکور را شایسته نمره به عدد ..... به حروف ..... با درجه ..... تشخیص داد.

ردیف	نام و نام خانوادگی	هیات داوران	مرتبۀ دانشگاهی	دانشگاه	امضاء
۱	دکتر محمدرضا کازرانی وحدانی	راهنما	استادیار	صنعتی مالک اشتر	
۲	دکتر عبدالرسول قرآنی جهرمی	مشاور	دانشیار	پیام نور شیراز	
۳	دکتر رضا خرداد	داور	استادیار	یاسوج	
۴	امیر اکبری	نماینده تحصیلات تکمیلی	مربی	پیام نور شیراز	

رئیس اداره تحصیلات تکمیلی

شیراز- شهرک گلستان، بلوار دهخدا  
قبیل از نمایندگی بین المللی  
تلفن : ۰۷۱۱-۶۲۲۲۲۴۰-۳  
دورنگار : ۰۷۱۱-۶۲۲۲۲۴۹  
صندوق پستی : ۱۳۶۸ - ۷۱۹۵۵  
www.spnu.ac.ir  
Email : admin@spnu.ac.ir

اینجانب **الهام ابراهیمیان** دانشجوی ورودی سال ۱۳۸۷ مقطع کارشناسی ارشد رشته فیزیک **حالت جامد** گواهی می‌نمایم چنانچه در پایان نامه خود از فکر، ایده و نوشته دیگری بهره گرفته‌ام با نقل قول مستقیم یا غیر مستقیم منبع و مأخذ آن را نیز در جای مناسب ذکر کرده‌ام. بدیهی است مسئولیت تمامی مطالبی که نقل قول دیگران نباشد بر عهده خویش می‌دانم و جوابگوی آن خواهم بود.

دانشجو تأیید می‌نماید که مطالب مندرج در این پایان نامه نتیجه تحقیقات خودش می‌باشد و در صورت استفاده از نتایج دیگران مرجع آن را ذکر نموده است.

نام و نام خانوادگی دانشجو: **الهام ابراهیمیان**

تاریخ و امضاء **۱۳۹۱/۰۷/۰۸**

اینجانب **الهام ابراهیمیان** دانشجوی ورودی سال ۱۳۸۷ مقطع کارشناسی ارشد رشته فیزیک **حالت جامد** گواهی می‌نمایم چنانچه بر اساس مطالب پایان‌نامه خود اقدام به انتشار مقاله، کتاب و ... نمایم ضمن مطلع نمودن استاد راهنما، با نظر ایشان نسبت به نشر مقاله، کتاب و ... و به صورت مشترک و با ذکر نام استاد راهنما مبادرت نمایم.

نام و نام خانوادگی دانشجو: **الهام ابراهیمیان**

تاریخ و امضاء **۱۳۹۱/۰۷/۰۸**

کلیه حقوق مادی مترتب از نتایج مطالعات، آزمایشات و نوآوری ناشی از تحقیق موضوع این پایان نامه متعلق به دانشگاه پیام‌نور می‌باشد.

خرداد ۱۳۹۱

تقدیم به:

ساحت مقدس نور، مهدی موعود عجله العالی  
حجرت البشیر

او که نوید خوش آمدش و مرده سبز حضورش،

دل را طراوت می بخشد

و یاد و ذکرش،

اتاقی های پر مرده روح و قلب انسان را شاداب می کند.

## تقدیر و تشکر

با حمد و سپاس فراوان از خداوند حکیم که فرصت دانش‌اندوزی را به ما عنایت کرد تا با فهم و درک بیشتری سر بر آستان کبریائیش نهاده و بر بندگیش مفتخر باشیم. از صمیم قلب از خانواده عزیزم که در تمام مراحل تحصیل مشوق من بوده‌اند تقدیر و تشکر می‌نمایم، آرزومندم نگاه پر مهر خداوند سایه‌گستر زندگیشان باشد.

در راستای این کار پژوهشی بر خود لازم می‌دانم مراتب سپاس و امتنان خود را از تلاش‌های بی‌دریغ استاد راهنمای ارجمندم جناب آقای دکتر محمدرضا کازرانی وحدانی که همواره با رویی گشاده، دانشی در خور تحسین و روحی سخاوتمندانه در این راه مرا یاری نمودند، ابراز نمایم. از استاد مشاورم جناب آقای دکتر عبدالرسول قرائتی جهرمی، مدیریت محترم بخش فیزیک دانشگاه پیام‌نور شیراز که در کمال شکیبایی مرا راهنمایی کردند صمیمانه تشکر و قدردانی می‌نمایم. همچنین از استاد محترم جناب آقای دکتر رضا خرداد که زحمت داوری این پایان‌نامه را تقبل فرمودند سپاسگزارم.

امیدوارم با الگو قرار دادن این عزیزان ما نیز بتوانیم دین خود را ادا نموده و ناشر خوبی برای زکات علممان باشیم. در نهایت از خداوند سبحان برای تمام عزیزانی که در گستره علم و دانش، مخلصانه آنچه در توان دارند در طبق اخلاص می‌نهند آرزوی توفیق می‌نمایم.

## چکیده

### محاسبه خواص الکترونی نقاط کوانتومی با پتانسیل دیواره یکنواخت

#### الهام ابراهیمیان

نقطه‌های کوانتومی در اثر محدود شدن سه بعدی حامل‌های بار در نیم‌رساناها بوجود می‌آیند. در یک «نقطه کوانتومی نیم‌رسانای دو بعدی»، الکترون‌ها در یک پتانسیل دو بعدی محدود عرضی حرکت می‌کنند. در اغلب بررسی‌ها این پتانسیل دو بعدی به صورت پله‌ای در نظر گرفته می‌شود. اما از آنجا که برای نقطه‌ی کوانتومی مرز تیز و مشخصی وجود ندارد، در نظر گرفتن پتانسیل پله‌ای برای بررسی خواص کوانتومی آنها دقیق نمی‌باشد. به همین دلیل پتانسیل‌های یکنواخت و در عین حال تند تغییر مختلفی پیشنهاد شده است که از میان آنها می‌توان از پتانسیل‌های کسری و گاوسی نام برد.

در این پایان نامه ساختار الکترونی نقطه‌های کوانتومی دو بعدی دایروی را با استفاده از پتانسیل‌های محدودشدگی پله‌ای، کسری و گاوسی محاسبه و آنها را با هم مقایسه می‌کنیم. به این منظور انرژی حالت‌های مختلف انرژی را در این نقطه‌های کوانتومی به صورت تابعی از شعاع‌ها و ارتفاع‌های مختلف دیواره‌ی نقطه‌ی کوانتومی مورد بررسی قرار داده‌ایم. نتایج بیانگر این موضوع می‌باشد که افزایش شعاع نقطه‌های کوانتومی در تمام موارد باعث کاهش انرژی تمام ترازها و میل آنها به انرژی حالت کپه‌ای ماده می‌شود. همچنین کاهش شعاع نقطه‌های کوانتومی نیز سبب افزایش انرژی ترازها و میل آنها به مقدار پتانسیل دیواره می‌شود که این در واقع به معنای آزادی الکترون از قید نقطه‌ی کوانتومی و حرکت آزادانه‌ی آنها در محیط خارج از نقطه‌ی کوانتومی می‌باشد. همچنین برای تمام حالت‌ها انرژی ترازهای مشابه برای پتانسیل پله‌ای پایین‌تر از پتانسیل‌های کسری و گاوسی قرار می‌گیرد. این به آن دلیل می‌باشد که این دو پتانسیل در ناحیه‌ی نزدیک مبدأ پهنای کمتری دارند که این سبب افزایش انرژی ترازها می‌شود. همچنین برای شعاع‌های بزرگ‌تر انرژی ترازهای این دو پتانسیل با سرعت کمتری به صفر میل می‌کند. بررسی تابع موج‌های این ترازها نیز مطالب بالا را تأیید می‌کند. افزایش ارتفاع دیواره‌ی پتانسیل در شعاع ثابت همچنین سبب افزایش انرژی و مقید شدن بیشتر حامل‌ها به نقطه‌ی کوانتومی می‌شود. در ادامه‌ی محاسبات قدرت نوسانگر را برای هر سه نوع پتانسیل مورد بررسی قرار دادیم. این کمیت که بیانگر احتمال گذار بین دو تراز می‌باشد در یک ارتفاع ثابت پتانسیل دیواره برای پتانسیل ثابت کمتر از سایر پتانسیل‌ها می‌باشد.

واژگان کلیدی: نقاط کوانتومی، محاسبات عددی، پتانسیل دیواره محدود، پتانسیل ۲ بعدی.



## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	فصل اول: مقدمه.....
۴	۱-۱ تعریف فناوری نانو.....
۴	۲-۱ پیشگامان فناوری نانو.....
۶	۳-۱ بررسی روش‌های بکار رفته برای تولید نانو ساختارها.....
۸	۴-۱ خواص مواد در مقیاس نانو.....
۱۰	۱-۴-۱ چرا خواص مواد در مقیاس نانو تغییر می‌کنند؟.....
۱۲	۵-۱ ساختارهای کوانتومی.....
۱۳	۱-۵-۱ ابرشبکه‌ها و چاه کوانتومی.....
۱۴	۲-۵-۱ سیم‌های کوانتومی و ویژگی‌های آن.....
۱۷	۳-۵-۱ متداولترین نانوذرات، روش‌های سنتز و کاربردهای آن.....
۱۷	۱-۳-۵-۱ نانوذرات سرامیکی.....
۱۷	۲-۳-۵-۱ نانو ذرات فلزی.....
۱۸	۳-۳-۵-۱ نانوذرات نیم‌رسانا (نقاط کوانتومی).....
۲۲	۶-۱ تاریخچه ساختار انرژی نواری.....
۲۴	۷-۱ خواص نوری نقاط کوانتومی.....
۲۵	۸-۱ هدف.....
۲۷	فصل دوم: ساختار انرژی الکترون ها در جامدات.....
۲۸	۱-۲ مکانیک امواج.....

۳۱	..... ۲-۲ شبکه براوه
۳۲	..... ۳-۲ ساختار بلوری
۳۳	..... ۴-۲ شبکه وارون
۳۵	..... ۵-۲ نوارهای انرژی
۳۸	..... ۶-۲ گاف نواری
۴۲	..... ۷-۲ خواص الکترونی نقاط کوانتومی
۴۳	..... ۸-۲ تقریب جرم مؤثر
۴۶	..... ۹-۲ بحث و نتیجه گیری
۴۷	<b>فصل سوم: نقطه های کوانتومی نیم رسانای ۲ بعدی</b>
۴۸	..... ۱-۳ مقدمه
۴۹	..... ۲-۳ نقاط کوانتومی نیم رسانای ۲ بعدی
۵۰	..... ۳-۳ پتانسیل های متداول نقاط کوانتومی ۲ بعدی
۵۱	..... ۱-۳-۳ پتانسیل سهمی وار همسانگرد
۵۲	..... ۲-۳-۳ پتانسیل سهمی وار غیر مدور ناهمسانگرد
۵۳	..... ۳-۳-۳ پتانسیل پله ای
۵۴	..... ۴-۳-۳ پتانسیل سهمی وار ناقص
۵۶	..... ۵-۳-۳ پتانسیل الکترواستاتیک دیسک بار ۲ بعدی
۵۹	..... ۶-۳-۳ پتانسیل کسری
۶۰	..... ۷-۳-۳ پتانسیل گاوسی
۶۲	..... ۴-۳ مقایسه پتانسیل های ثابت، کسری و گاوسی

- ۵-۳ بحث و نتیجه گیری ..... ۶۳
- فصل چهارم: محاسبه خواص الکترونی نقاط کوانتومی با پتانسیل دیواره ثابت ..... ۶۴
- ۱-۴ معادله شرودینگر در مختصات قطبی دو بعدی ..... ۶۵
- ۲-۴ حل تحلیلی معادله شرودینگر برای پتانسیل پله ای ..... ۶۷
- ۳-۴ حل معادله شرودینگر برای پتانسیل کسری و گاوسی ..... ۷۴
- ۴-۴ روش محاسبه ویژه مقادارها: روش رانگ - کوتای مرتبه ۴ و تنصیف ..... ۷۴
- ۱-۴-۴ روش رانگ - کوتا ..... ۷۴
- ۱-۱-۴-۴ روش های عددی برای معادلات دیفرانسیل مرتبه اول ..... ۷۵
- ۲-۱-۴-۴ روش های جواب به صورت سری تیلور ..... ۷۵
- ۳-۱-۴-۴ الگوریتم رانگ - کوتا ..... ۷۶
- ۲-۴-۴ روش تنصیف ..... ۷۹
- ۵-۴ بررسی ویژه مقادیر نقاط کوانتومی نیم رسانای دو بعدی با پتانسیل های کسری و گاوسی ..... ۸۰
- ۱-۴-۳ پتانسیل کسری ..... ۸۰
- ۲-۴-۳ پتانسیل گاوسی ..... ۸۷
- ۳-۴-۳ مقایسه ویژه مقادیر نقطه کوانتومی با پتانسیل های پله ای، کسری و گاوسی ..... ۹۴
- ۴-۴ رسم توابع موج نقاط کوانتومی نیم رسانای دو بعدی با پتانسیل های پله ای، کسری و گاوسی ..... ۹۵
- ۱-۴-۴ رسم توابع موج پتانسیل پله ای ..... ۹۵
- ۲-۴-۴ توابع موج پتانسیل کسری ..... ۱۰۵
- ۳-۴-۴ رسم توابع موج پتانسیل گاوسی ..... ۱۱۵
- ۴-۴-۴ مقایسه توابع موج پتانسیل های پله ای، کسری و گاوسی ..... ۱۲۵

۱۲۷ ..... ۵-۴ بحث و نتیجه گیری

۱۲۷ ..... ۶-۴ قدرت نوسانگر

۱۳۰ ..... فهرست منابع

## فهرست شکل‌ها

عنوان	صفحه
شکل (۱-۱): مقایسه تعداد اتم‌های سطحی در مقیاس ماکرو و نانو.....	۹
شکل (۲-۱): مقایسه نسبت سطح به حجم در مواد ماکرو و نانو مقیاس.....	۱۰
شکل (۳-۱): روند رو به رشد تولید نانو ساختارهای مستطیلی.....	۱۲
شکل (۴-۱): چاه کوانتومی $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$ و نمودار شماتیک از چگالی حالت‌های چاه کوانتومی در واحدهای اختیاری.....	۱۴
شکل (۵-۱): ساختار سیم کوانتومی $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$ با سطح مقطع مربعی و نمودار شماتیک چگالی حالت‌های یک سیم کوانتومی در واحدهای اختیاری.....	۱۵
شکل (۶-۱): نمونه‌ای از نانوسیم‌های سیلیکونی.....	۱۶
شکل (۷-۱): نانوسیم نقره که دو قطعه ابررسانای آلومینیومی را به یکدیگر اتصال داده است.....	۱۶
شکل (۸-۱): نانوذرات آهن ساخته شده به روش چگالش گاز.....	۱۸
شکل (۹-۱): نقطه کوانتومی از جنس $GaAs$ و نمودار شماتیک چگالی حالت‌های یک نقطه کوانتومی.....	۱۹
شکل (۱۰-۱): چاه کوانتومی گالیوم آرسناید بر روی یک زیر لایه (سمت چپ)؛ سیم کوانتومی و نقطه کوانتومی که به وسیله فرآیند لیتوگرافی تشکیل شده‌اند (سمت راست).....	۲۰
شکل (۱۱-۱): جدول تناوبی سه بعدی.....	۲۲
شکل (۱-۲): منحنی‌های انرژی در مقابل بردار موج ( متناسب با اندازه حرکت) برای یک الکترون در خلاء.....	۳۰
شکل (۲-۲): شبکه براوای مکعبی مرکز سطحی.....	۳۲
شکل (۳-۲): ساختار کریستالی الماس (سمت چپ) و روی سولفید (سمت راست).....	۳۳

- شکل (۲-۴): طرحواره اشغال نوارهای انرژی مجاز توسط الکترون‌ها برای یک عایق، فلز، نیمه فلز و نیم رسانا. ..... ۳۵
- شکل (۲-۵): نمودار انرژی در برابر بردار موج برای یک الکترون در نوار ظرفیت (حالت مقید) و یک حفره در نوار ظرفیت (حالت مقید) و یک حفره در نوار ظرفیت گالیم آرسناید. .... ۳۶
- شکل (۲-۶): طرح نواری برای رسانندگی ذاتی در نیم رسانا. .... ۳۷
- شکل (۲-۷): نمودار انرژی  $\epsilon$  بر حسب بردار موج  $k$  برای یک الکترون آزاد. (ب) نمودار انرژی بر حسب بردار موج برای یک الکترون در یک شبکه خطی تک اتمی. .... ۳۹
- شکل (۲-۸): تغییرات انرژی پتانسیل یک الکترون رسانش در میدان مغزهای یونی. .... ۴۱
- شکل (۲-۹): منحنی‌های انرژی در مقابل بردار موج (متناسب با اندازه حرکت) برای یک الکترون در گالیم آرسناید که با یک الکترون در خلأ مقایسه شده است. .... ۴۵
- شکل (۲-۱۰): شکل ساده شده ساختار لبه نوار در نیم‌رسانای با گاف مستقیم. .... ۴۶
- شکل (۳-۱): نمودار پتانسیل سهمی‌وار همسانگرد در واحدهای اختیاری. .... ۵۱
- شکل (۳-۲): نمودار پتانسیل سهمی‌وار غیرمدور ناهمسانگرد به ازای  $y=1$  و  $\omega_y/\omega_x = \sqrt{2}$  در واحدهای اختیاری. .... ۵۲
- شکل (۳-۳): نمودار پتانسیل سهمی‌وار غیرمدور ناهمسانگرد به ازای  $x=1$  و  $\omega_x/\omega_y = \sqrt{2}$  در واحدهای اختیاری. .... ۵۳
- شکل (۳-۴): نمودار پتانسیل پله‌ای در واحدهای اختیاری. .... ۵۴
- شکل (۳-۵): پتانسیل محدود سهمی‌وار ناقص با محدوده قطع  $R=1.5$  در واحدهای اختیاری. .... ۵۵
- شکل (۳-۶): پتانسیل محدود الکترواستاتیک  $V(r)$  بین بار الکترون  $-q_0$  و دیسک بار  $-2$  بعدی. .... ۵۷
- شکل (۳-۷): نمودار  $V(r)/V_0$  به عنوان تابعی از  $r/R$  برای پتانسیل محدودشدگی کسری. .... ۶۰
- شکل (۳-۹): مقایسه پتانسیل‌های پله‌ای، کسری و گاوسی به صورت تابعی از  $\Gamma$ . .... ۶۲

شکل (۴-۱): وابستگی انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای تراز

$I=0$  پتانسیل پله‌ای با ارتفاع دیواره  $V_0=5E_0$  ..... ۷۲

شکل (۴-۲): وابستگی انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای تراز

$I=1$  پتانسیل پله‌ای با ارتفاع دیواره  $V_0=5E_0$  ..... ۷۲

شکل (۴-۳): وابستگی انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای تراز

$I=2$  پتانسیل پله‌ای با ارتفاع دیواره  $V_0=5E_0$  ..... ۷۳

شکل (۴-۴): وابستگی انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای

ترازهای مختلف پتانسیل پله‌ای با ارتفاع دیواره  $V_0=5E_0$  ..... ۷۳

شکل (۴-۵): وابستگی انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای تراز

$I=0$  پتانسیل کسری با ارتفاع دیواره  $V_0=5E_0$  ..... ۸۱

شکل (۴-۶): وابستگی انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای تراز

$I=1$  پتانسیل کسری با ارتفاع دیواره  $V_0=5E_0$  ..... ۸۲

شکل (۴-۷): وابستگی انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای تراز

$I=2$  پتانسیل کسری با ارتفاع دیواره  $V_0=5E_0$  ..... ۸۲

شکل (۴-۸): وابستگی انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای

ترازهای مختلف پتانسیل کسری با ارتفاع دیواره  $V_0=5E_0$  ..... ۸۳

شکل (۴-۹): وابستگی انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای

ترازهای مختلف پتانسیل کسری با ارتفاع دیواره  $V_0=2E_0$  ..... ۸۳

شکل (۴-۱۰): انرژی حالت پایه نقطه کوانتومی به شعاع برای پتانسیل کسری برای تراز  $I=0$  با

ارتفاع‌های مختلف دیواره  $V_0=5E_0$  و  $V_0=2E_0$  ..... ۸۴

شکل (۴-۱۱): انرژی اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای پتانسیل کسری برای تراز

$I=0$  با ارتفاع‌های مختلف دیواره  $V_0=5E_0$  و  $V_0=2E_0$  ..... ۸۵

- شکل (۴-۱۲): مقایسه انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای پتانسیل کسری برای تراز  $I=0$  با ارتفاع‌های مختلف دیواره  $V_0=2E_0$  و  $V_0=5E_0$  ..... ۸۵
- شکل (۴-۱۳): انرژی حالت پایه نقطه کوانتومی به شعاع برای پتانسیل کسری برای تراز  $I=1$  با ارتفاع‌های مختلف دیواره  $V_0=2E_0$  و  $V_0=5E_0$  ..... ۸۶
- شکل (۴-۱۴): انرژی اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای پتانسیل کسری برای تراز  $I=1$  با ارتفاع‌های مختلف دیواره  $V_0=2E_0$  و  $V_0=5E_0$  ..... ۸۶
- شکل (۴-۱۵): مقایسه انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای پتانسیل کسری برای تراز  $I=1$  با ارتفاع‌های مختلف دیواره  $V_0=2E_0$  و  $V_0=5E_0$  ..... ۸۷
- شکل (۴-۱۶): وابستگی انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای تراز  $I=0$  پتانسیل گاوسی با ارتفاع دیواره  $V_0=5E_0$  ..... ۸۸
- شکل (۴-۱۷): وابستگی انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای تراز  $I=1$  پتانسیل گاوسی با ارتفاع دیواره  $V_0=5E_0$  ..... ۸۸
- شکل (۴-۱۸): وابستگی انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای تراز  $I=2$  پتانسیل گاوسی با ارتفاع دیواره  $V_0=5E_0$  ..... ۸۹
- شکل (۴-۱۹): وابستگی انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای ترازهای مختلف پتانسیل گاوسی با ارتفاع دیواره  $V_0=5E_0$  ..... ۸۹
- شکل (۴-۲۰): وابستگی انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای ترازهای مختلف پتانسیل گاوسی با ارتفاع دیواره  $V_0=2E_0$  ..... ۹۰
- شکل (۴-۲۱): انرژی حالت پایه نقطه کوانتومی به شعاع برای پتانسیل گاوسی برای تراز  $I=0$  با ارتفاع‌های مختلف دیواره  $V_0=2E_0$  و  $V_0=5E_0$  ..... ۹۱
- شکل (۴-۲۲): انرژی اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای پتانسیل گاوسی برای تراز  $I=0$  با ارتفاع‌های مختلف دیواره  $V_0=2E_0$  و  $V_0=5E_0$  ..... ۹۱



شکل (۴-۲۳): مقایسه انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای پتانسیل گاوسی برای تراز  $l=0$  با ارتفاع‌های مختلف دیواره  $V_0=5E_0$  و  $V_0=2E_0$  ..... ۹۲

شکل (۴-۲۴): انرژی حالت پایه نقطه کوانتومی به شعاع برای پتانسیل گاوسی برای تراز  $l=1$  با ارتفاع‌های مختلف دیواره  $V_0=5E_0$  و  $V_0=2E_0$  ..... ۹۲

شکل (۴-۲۵): انرژی اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای پتانسیل گاوسی برای تراز  $l=1$  با ارتفاع‌های مختلف دیواره  $V_0=5E_0$  و  $V_0=2E_0$  ..... ۹۳

شکل (۴-۲۶): مقایسه انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای پتانسیل گاوسی برای تراز  $l=1$  با ارتفاع‌های مختلف دیواره  $V_0=5E_0$  و  $V_0=2E_0$  ..... ۹۳

شکل (۴-۲۷): مقایسه انرژی حالت پایه نقطه کوانتومی به شعاع برای تراز  $l=0$  پتانسیل‌های پله‌ای، کسری و گاوسی با ارتفاع دیواره  $V_0=5E_0$  ..... ۹۴

شکل (۴-۲۸): مقایسه انرژی اولین حالت برانگیخته نقطه کوانتومی به شعاع برای تراز  $l=0$  پتانسیل پله‌ای، کسری و گاوسی با ارتفاع دیواره  $V_0=5E_0$  ..... ۹۵

شکل (۴-۲۹): تابع موج اولین حالت  $l=0$  و  $l=1$  برای پتانسیل پله‌ای به ازای  $R=7R_0$ ،  $V_0=5E_0$  ..... ۹۶

شکل (۴-۳۰): تابع موج اولین حالت  $l=0$  و  $l=1$  برای پتانسیل پله‌ای به ازای  $R=7R_0$ ،  $V_0=2E_0$  ..... ۹۶

شکل (۴-۳۱): تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته تراز  $l=0$  برای پتانسیل پله‌ای به ازای  $R=7R_0$ ،  $V_0=5E_0$  ..... ۹۷

شکل (۴-۳۲): تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته تراز  $l=1$  برای پتانسیل پله‌ای به ازای  $R=7R_0$ ،  $V_0=5E_0$  ..... ۹۷

شکل (۴-۳۳): تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته تراز  $l=2$  برای پتانسیل پله‌ای به ازای  $R=7R_0$ ،  $V_0=5E_0$  ..... ۹۸

شکل (۴-۳۴): تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته تراز  $l=0$  برای پتانسیل پله‌ای به ازای

۹۸ .....  $V_0=2E_0$  ,  $R=7R_0$

شکل (۴-۳۵): تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته تراز  $l=1$  برای پتانسیل پله‌ای به ازای

۹۹ .....  $V_0=2E_0$  ,  $R=7R_0$

شکل (۴-۳۶): تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته تراز  $l=2$  برای پتانسیل پله‌ای به ازای

۹۹ .....  $V_0=2E_0$  ,  $R=7R_0$

شکل (۴-۳۷): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل پله‌ای به ازای مقادیر ثابت  $l=0$  و

۱۰۰ .....  $V_0=5E_0$  و شعاع‌های  $R=2R_0$  و  $R=5R_0$  و  $R=7R_0$  و  $R=10R_0$

شکل (۴-۳۸): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل پله‌ای به ازای مقادیر ثابت  $l=1$  و

۱۰۱ .....  $V_0=5E_0$  و شعاع‌های  $R=2R_0$  و  $R=5R_0$  و  $R=7R_0$  و  $R=10R_0$

شکل (۴-۳۹): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل پله‌ای به ازای مقادیر ثابت  $l=2$  و

۱۰۱ .....  $V_0=5E_0$  و شعاع‌های  $R=2R_0$  و  $R=5R_0$  و  $R=7R_0$  و  $R=10R_0$

شکل (۴-۴۰): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل پله‌ای به ازای مقادیر ثابت  $l=0$  و

۱۰۲ .....  $V_0=2E_0$  و شعاع‌های  $R=2R_0$  و  $R=5R_0$  و  $R=7R_0$  و  $R=10R_0$

شکل (۴-۴۱): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل پله‌ای به ازای مقادیر ثابت  $l=1$  و

۱۰۲ .....  $V_0=2E_0$  و شعاع‌های  $R=2R_0$  و  $R=5R_0$  و  $R=7R_0$  و  $R=10R_0$

شکل (۴-۴۲): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل پله‌ای به ازای مقادیر ثابت  $l=2$  و

۱۰۳ .....  $V_0=2E_0$  و شعاع‌های  $R=3R_0$  و  $R=5R_0$  و  $R=7R_0$  و  $R=10R_0$

شکل (۴-۴۳): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل پله‌ای به ازای  $R=7R_0$  و  $l=0$

شکل (۴-۴۴): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل پله‌ای به ازای  $R=7R_0$  و  $l=1$

شکل (۴-۴۵): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل پله‌ای به ازای  $R=7R_0$  و  $l=2$

شکل (۴-۴۶): تابع موج اولین حالت  $l=0$  و  $l=1$  برای پتانسیل کسری به ازای  $R=7R_0$  ،

۱۰۶ .....  $V_0=5E_0$

شکل (۴-۴۷): تابع موج اولین حالت  $l=0$  و  $l=1$  برای پتانسیل کسری به ازای  $R=7R_0$  ،

۱۰۶ .....  $V_0=2E_0$

شکل (۴-۴۸): تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته تراز  $l=0$  برای پتانسیل کسری به ازای

۱۰۷ .....  $V_0=5E_0$  ،  $R=7R_0$

شکل (۴-۴۹): تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته تراز  $l=1$  برای پتانسیل کسری به ازای

۱۰۷ .....  $V_0=5E_0$  ،  $R=7R_0$

شکل (۴-۵۰): تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته تراز  $l=2$  برای پتانسیل کسری به ازای

۱۰۸ .....  $V_0=5E_0$  ،  $R=7R_0$

شکل (۴-۵۱): تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته تراز  $l=0$  برای پتانسیل کسری به ازای

۱۰۸ .....  $V_0=2E_0$  ،  $R=7R_0$

شکل (۴-۵۲): تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته تراز  $l=1$  برای پتانسیل کسری به ازای

۱۰۹ .....  $V_0=2E_0$  ،  $R=7R_0$

شکل (۴-۵۳): تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته تراز  $l=2$  برای پتانسیل کسری به ازای

۱۰۹ .....  $V_0=2E_0$  ،  $R=7R_0$

شکل (۴-۵۴): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل کسری به ازای مقادیر ثابت  $l=0$  و

۱۱۰ .....  $V_0=5E_0$  و شعاع‌های  $R=2R_0$  و  $R=5R_0$  و  $R=7R_0$  و  $R=10R_0$

شکل (۴-۵۵): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل کسری به ازای مقادیر ثابت  $l=1$  و

۱۱۱ .....  $V_0=5E_0$  و شعاع‌های  $R=2R_0$  و  $R=5R_0$  و  $R=7R_0$  و  $R=10R_0$

شکل (۴-۵۶): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل کسری به ازای مقادیر ثابت  $l=2$  و

۱۱۱ .....  $V_0=5E_0$  و شعاع‌های  $R=2R_0$  و  $R=5R_0$  و  $R=7R_0$  و  $R=10R_0$

- شکل (۴-۵۷): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل کسری به ازای مقادیر ثابت  $l=0$  و  $V_0=2E_0$  و شعاع‌های  $R=2R_0$  و  $R=5R_0$  و  $R=7R_0$  و  $R=10R_0$  ..... ۱۱۲
- شکل (۴-۵۸): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل کسری به ازای مقادیر ثابت  $l=1$  و  $V_0=2E_0$  و شعاع‌های  $R=2R_0$  و  $R=5R_0$  و  $R=7R_0$  و  $R=10R_0$  ..... ۱۱۲
- شکل (۴-۵۹): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل کسری به ازای مقادیر ثابت  $l=2$  و  $V_0=2E_0$  و شعاع‌های  $R=3R_0$  و  $R=5R_0$  و  $R=7R_0$  و  $R=10R_0$  ..... ۱۱۳
- شکل (۴-۶۰): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل کسری به ازای  $R=7R_0$  و  $l=0$  ..... ۱۱۴
- شکل (۴-۶۱): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل کسری به ازای  $R=7R_0$  و  $l=1$  ..... ۱۱۴
- شکل (۴-۶۲): مقایسه توابع موج حالت پایه برای پتانسیل کسری به ازای  $R=7R_0$  و  $l=2$  ..... ۱۱۵
- شکل (۴-۶۳): تابع موج اولین حالت  $l=0$  و  $l=1$  برای پتانسیل گاوسی به ازای  $R=7R_0$ ،  $V_0=5E_0$  ..... ۱۱۶
- شکل (۴-۶۴): تابع موج اولین حالت  $l=0$  و  $l=1$  برای پتانسیل گاوسی به ازای  $R=7R_0$ ،  $V_0=2E_0$  ..... ۱۱۶
- شکل (۴-۶۵): تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته تراز  $l=0$  برای پتانسیل گاوسی به ازای  $V_0=5E_0$ ،  $R=7R_0$  ..... ۱۱۷
- شکل (۴-۶۶): تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته تراز  $l=1$  برای پتانسیل گاوسی به ازای  $V_0=5E_0$ ،  $R=7R_0$  ..... ۱۱۷
- شکل (۴-۶۷): تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته تراز  $l=2$  برای پتانسیل گاوسی به ازای  $V_0=5E_0$ ،  $R=7R_0$  ..... ۱۱۸
- شکل (۴-۶۸): تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته تراز  $l=0$  برای پتانسیل گاوسی به ازای  $V_0=2E_0$ ،  $R=7R_0$  ..... ۱۱۸