دانشکده مهندسی – گروه مکانیک

تقریب های تحلیلی برای ارتعاشات ناشی از اصطکاک و تحلیل پایداری

پدیده چسبندگی - لغزش

پایان نامه برای دریافت مدرک کارشناسی ارشد مکانیک طراحی کاربردی

مهرداد نوعی آقایی

استاد راهنما : دکتر انوشیروان فرشیدیان فر

تابستان ۱۳۹۲

چکیده

ارتعاشات خود واداشته ناشی از اصطکاک برای مدل متداول جرم روی تسمه ی در حال حرکت و بدون تحریک خارجی در نظر گرفته شده است. پایداری حرکت جرم روی تسمه و تعیین دامنه سرعت و جابجایی از ارتعاشات را میتوان با استفاده از مدل های مختلف نیروی اصطکاک و از طریق میانگین ویژگی های اصطکاک پیش بینی کرد. در این پایان نامه، دو تابع چند جمله ای و نمایی اصطکاک بررسی شده اند. هر دوی این توابع، توابع تعریف کننده ی رفتار اصطکاک هستند که بیان میکنند با افزایش سرعت نسبی جرم و تسمه نیروی اصطکاک ابتدا کاهش و سپس افزایش میابد. ابتدا پایداری حرکت با رویکرد کیفی معیار لیاپانوف[۱]، تحلیل شده است سپس با استفاده از دو روش معروف لیندتد اشتین-پوانکاره[۲] و میانگین گیری[۳] برای معادلات غیرخطی حاکم بر ارتعاشات خود واداشته سیستم، دامنه های جابجایی و سرعت بصورت تحلیلی تقریب زده شده اند. سپس مقادیر مربوط به دامنه جابجایی و سرعت با تحلیل پارامتری برای مقادیر مختلف سرعت تسمه ترسیم شده اند و همچنین تغییرات این دامنه ها در برابر تغییرات ضریب میرایی و همچنین تغییر مشخصات اصطکاک روی نموداربررسی شده اند. در نهایت مقادیر تقریبی دامنه ها با مقادیر عددی مربوطه در شرایط یکسان اعتبارسنجی شده اند که اختلاف آنها کمتر از ۶٪ برآورد شده است.

کلمات کلیدی

۱- ارتعاشات غیر خطی
۲- ارتعاشات ناشی از اصطکاک
۳- چسبندگی لغزش
۴- پایداری سیستم های غیر خطی
۵- ارتعاشات خود واداشته

[۱] Liapunov criteria
[۲] Lindstedt-Stein Poincare'
[۳] Krylov-Bogoliubov Method of Averaging

تقدیر و تشکر

صمیمانه از استاد راهنما، پروفسور انوشیروان فرشیدیان فر تشکر و قدر دانی میکنم که این اعتبار علمی این پایان نامه مرهون راهنماییهای تخصصی ایشان است که با اختصاص وقت ارزشمندشان گامهای اساسی در پیشبرد این دستآورد برداشته شد.

همچنین، از دکتر محمود فغفور مغربی، استاد تمام دانشکده ی مهندسی عمران برای نکات مفید و مشاوره هایشان در طول تکمیل این پایان نامه تشکر میکنم.

همچنین لازم میدانم از عارف افشارفرد و نادر دولت آبادی، دانشجویان دوره ی دکتری، بخاطر ایده هایشان در مورد مدل سازی از طریق نرم افزار MATLAB و صرف وقت برای پایان نامه بسیار تشکر کنم.

از بخش تحصیلات تکمیلی و اساتید دانشکده ی مهندسی مکانیک دانشگاه فردوسی بخاطر توجه بی پایانشان در طول دوره ی کارشناسی ارشد تشکر میکنم.

از پدر و مادرم بخاطر تشویق ها و حمایتهای بی پایانشان صمیمانه تشکر میکنم. بدون وجود آنها قادر به انجام این کار نبودم.

و در نهایت از تمامی دوستانم که به صورت مستقیم و غیر مستقیم در به تحقق پیوستن این رویا نقش داشته اند، تشکر میکنم.

لیست شکل ها

شکل ۱-۱ صداهای ناشی از اصطکاک سایشی

شکل ۱-۳ مدل سیستم

شکل ۳-۲ تابع اصطکاک کولمب

شکل ۳-۳ تابع اصطکاک چند جمله ای

شکل ۳-۴ نمای میکروسکوپی ناهمواریهای سطوح

شکل ۳-۵ تابع اصطکاک نمایی

شکل ۳-۶ (الف) پاسخ زمانی تابع اصطکاک چندجمله ای (چسبندگی لغزش)

شکل ۳-۶ (ب) پاسخ صفحه فاز

شکل ۳-۷ (الف) پاسخ زمانی تابع اصطکاک نمایی (لغزش خالص)

شکل ۳-۷ (ب) پاسخ صفحه فاز

شکل ۴-۱ وابستگی پایداری به علامت λ

شکل ۴-۲ وابستگی پایداری به h_1

شکل ۴-۳ تغییرات h_1 برحسب سرعت تسمه

شکل ۴-۴ مقایسه دو تابع اصطکاک

شکل ۴-۵ دامنه ارتعاشات بر حسب سرعت تسمه در تابع چندجمله ای

شکل ۴-۶ افزایش تفاوت ضرایب اصطکاک و افزایش دامنه ارتعاشات

شکل ۴-۷ افزایش ضریب میرایی و کاهش دامنه ارتعاشات

شکل ۴-۸ دامنه ارتعاشات بر حسب سرعت تسمه در تابع نمایی

شکل ۴-۹ اثر میرایی بر دامنه ارتعاشات برای تابع نمایی اصطکاک

شکل ۴-۱۰ اثر تفاوت ضرایب اصطکاک بر دامنه ارتعاشات در مدل نمایی

لیست جداول

جدول ۴-۱ مقایسه دامنه ارتعاشات با دو رویکرد تحلیلی و عددی برای تابع چندجمله ای(لغزش خالص)

جدول ۴-۲ مقایسه دامنه ارتعاشات با دو رویکرد تحلیلی و عددی برای تابع چندجمله ای(چسبندگی لغزش)

جدول ۴-۳ مقایسه دامنه ارتعاشات با دو رویکرد تحلیلی و عددی برای تابع نمایی

فهرست

چکیده ii

تقدیر و تشکر ii

لیست شکل ها iii

لیست جداول iv

فصل ۱ مقدمه ۱

۱,۱ نکات مهم ۲

۱,۲ چالشها ۷

۱,۳ دیدگاه و اهداف تحقیقاتی ۸

فصل ۲ مروری بر تحقیقات ۱۰

فصل ۳ مدل سازی سیستم و بررسی توابع اصطکاک ۱۹

۱,۳ مدل سیستم و استخراج معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت ۲۰

۲,۳ معرفی توابع اصطکاک ۲۲

مدل استاتیک ۲۳

۳,۳ مدل کولومب..... ۲۳

۴,۳ اثراستریبک..... ۲٤

۵,۳ مدل چندجمله ای ۲٤

۶,۳ مدل های پویا ۲٦

۷,۳ مدل **LuGre**..... ۲۷

۸,۳ مدل نمایی..... ۲۸

۹,۳ پاسخ های نمونه..... ۲۹

فصل ۴ حل تحلیلی تقریبی معادلات و تحلیل پایداری ۳۲

۱,۴ تغییر مبدا ۳۳

۲,۴ بررسی قانون اصطکاک چند جمله ای ۳٤

۳,۴ تحلیل پایداری ۳۵

۴,۴ حل تقریبی تحلیلی برای تابع چندجمله ای اصطکاک ٤۰

۵,۴ بررسی معادله اصطکاک نمایی ٤٥
۶,۴ تحلیل پایداری تابع اصطکاک نمایی ٤٦
۷,۴ حل تحلیلی تقریبی تابع اصطکاک نمایی ٤٦
۸,۴ نمودار ها ، تحلیل نتایج و اعتبارسنجی با حل عددی ٥٢
۹,۴ تحلیل نتایج مدل اصطکاک چند جمله ای ٥٢
۱۰,۴ تحلیل نتایج مدل اصطکاک نمایی ٥٤
۱۱,۴ اعتبار سنجی عددی برای مدل اصطکاک چندجمله ای ٥٨
۱۲,۴ اعتبارسنجی عددی برای مدل اصطکاک نمایی ٦٠
فصل ۵ نتیجه گیری و دیدگاه آینده ٦٢
خلاصه و پتانسیل های تحقیق ٦٣
مراجع و کتاب شناسی ٦٧
مقالات به چاپ رسیده ٧١
ضمیمه ۱ کدهای MATLAB ٧٢

فصل ۱ مقدمه

ارتعاشات ناشی از اصطکاک [۱] اصطلاحی است که مربوط میشود به نوعی سیستم خود محرک که در آن بخاطر اصطکاک، ارتعاش ایجاد میشود. اصطلاح چسبندگی – لغزش[۲] برای این نوع ارتعاشات استفاده میشود که از مشخصات حرکت گرفته شده است که در آن یک بخش "چسبندگی" و پس از آنجا یک منطقه ی "لغزش" ایجاد میشود.

صداهای حاصل از سیم ویولون، صدای ترمز و صدای باز و بسته شدن در، نمونه هایی بارز از پدیده چسبندگی – لغزش هستند و علاوه بر این دلیل اصلی پدیده هایی چون چتر[۳]، رتل[۴]، هووپ[۵] و جادر[۶] چیزی جز ارتعاش ناشی از اصطکاک نیست.

شکل ۱-۱ صداهای سایشی ناشی از FIV

۱,۱ نکات مهم

ارتعاشات ناشی از اصطکاک در زندگی روزمره ی ما و همچنین در دستگاههای صنعتی زیادی دیده میشود. برای مثال آلات موسیقی سیمی، صدای ترمز اتومبیل و موتور سیکلت، ترمز وسایل نقلیه ریلی و صدای سوت لاستیک اتومبیل در پیچ های تند، ریل آسانسور، صدای اتصالات رباتیک، سر و صدای ابزارهای ماشینی، صدای لولای در، صدای گچ روی تخته سیاه و .... حتی در داخل یک اتومبیل، هر لحظه میتوان صدای کلاج، برف پا کن، صدای کشش کمربند، صدای پنل، اصطکاک تایر اتومبیل و ... را شنید. صدا و ارتعاشات ناشی از اصطکاک فراتر از صداهای آلات موسیقی و

[۱] Friction Induced Vibration (FIV)
[۲] Stick-Slip
[۳] chatter
[۴] rattle
[۵] whoop
[۶] judder

صدای ناچیز لولای در است و پدیده های زیادی را در علم و طبیعت در برمیگیرد. در زیر به چند مورد تخصصی تر اشاره میکنیم.

ما در عصر اطلاعات زندگی میکنیم. نیاز به سیستم های ذخیره ی اطلاعات بسیار زیاد است و همواره بیشتر هم میشود. سیستم های ذخیره ی اطلاعات مختلفی وجود دارد که سطوح متفاوتی از نظر پیشرفته بودن و تجاری شدن قرار دارند. در حال حاضر، فناوری ذخیره ی اطلاعات مغناطیسی، مخصوصا هارد دیسک استفاده ی زیادی دارد. درآمد جهانی هارد دیسک به ۴۰ میلیون دلار رسیده است. هارد دیسکهای مغناطیسی بر مبنای اصول یکسانی با ضبط مغناطیسی[۱] کار میکنند که شامل یک هد ضبط[۲] و یک صفحه ضبط[۳] است. اولی روی یک لغزنده پشتیبان قرار گرفته است و دومی یک صفحه ی چرخان است. لغزنده با یک شکاف هوا در بالای صفحه ی چرخان در حال حرکت است. عملکرد هارد دیسک بر مبنای فیلم هوای خود-متراکم شونده بین هد و دیسک است که باعث حفظ مداوم فاصله بین هد و دیسک میشود و این فاصله کمتر از ۱۰^{nm} است در حالی که سرعت نسبی بین نوار و صفحه بسیار بالا است ($۱۰^{m/s}$ یا بالاتر). فاصله ی مکانیکی بین نوار و صفحه باید تا کمتر از ۵^{nm} کاهش یابد تا به چگالی سطحی ذخیره اطلاعات $۱^{Tb/in۲}$ برسد. در این مناطق، اصطکاک سطوح تماسی منجر به تولید لرزش و ناپایداری میشود که چالش برانگیزترین و اساسی ترین مساله در تولید محصولات است. از طرف دیگر، در طول دهه های اخیر، روش تست انتشار صوت ناشی از اصطکاک[۴] یکی از مهمترین معیارها برای آنالیز فصل مشترک هد و دیسک است و فاکتور مهمی در صدور استاندارد برای مجوز محصول جهت تولید انبوه است.

زندگی ما وابسته به ماشینها و وسایل نقلیه مختلف است. روشهای مکانیکی مختلف انتقال نیرو در صنعت خودروسازی، کشاورزی و تجهیزات و ماشین آلات خانگی استفاده میشود اما رایج ترین نوع آن انتقال نیرو و حرکت با یک تسمه ی انعطاف پذیر است. تسمه ها بیش از چند سال است که نقش مهمی در توسعه ی صنعت جهانی دارند. برای مثال، حدود یک سوم موتورهای الکتریکی برای جابجایی و انتقال نیرو در صنعت و بخش های تجاری از تسمه های انعطاف پذیر استفاده میکنند. در تسمه های تخت اساسی ترین عامل برای بررسی اصطکاک است در حالی که تسمه های V

[۱] magnetic recording
[۲] Recording head
[۳] Recording medium
[۴] Friction induced acoustic emission testing technique

و تسمه های V شکل آجدار[۱] علاوه بر اینکه متکی به نیروی اصطکاک هستند، تاثیرات چندگانه ای را به خاطر حالت Vشکل و خواص گوشه ها نیز دارند. معروف ترین و پرکاربردترین تسمه ی مورد استفاده در صنعت، تسمه ی V است. تسمه های آجدار V در صنعت شکل بهبود یافته تسمه ی V شکل ساده هستند. سیستم انتقال قدرت توسط تسمه که طراحی خوبی داشته باشد سیستمی کارآمد، تمیز، با سر و صدای کم، بدون نیاز به روغن کاری و دارای مسوولیتهای نگهداری بسیار اندکی در مقایسه با سایر مکانیزمهای انتقال قدرت است. در صنعت خودروسازی، تسمه های V شکل آجدار کاربرد گسترده ای در بخش انتقال قدرت خودرو دارند. در طول سالها، با کم شدن صدا و لرزش موتور، صدای سیستم بخش انتقال قدرت توسط تسمه به عنوان یکی از دغدغه های اصلی در مطالعه برای کاهش نویز و ارتعاش خودرو برای طراحان خودرو محسوب میشود. بیشترین وسایل نقلیه ی ما مثل خودرو، موتور سیکلت، وسایل نقلیه ریلی و هواپیماها از دیسک اصطکاکی در ترمز جهت توقف یا ایست اضطراری استفاده میکنند. در اصطکاک سیستم ترمز هم فاکتور امنیت مد نظر است و هم صدا و ارتعاشاتی که ناخواسته ایجاد میشوند. ساختار و اصول سیستمهای ترمز در وسایل نقلیه ی مختلف یکسان و مشابه است اما صدای ایجاد شده همچنان یک مشکل حل نشده در نیم قرن گذشته بوده است. ارتعاشات ناشی از اصطکاک به اشکال مختلفی روی دوام و کیفیت سیستم ترمز تاثیر میگذارد. برای مثال، سوت ناشی از ترمز مشکل اساسی در سیستم توقف اتومبیل است و مشتریان کیفیت محصول را با آن میسنجند. مثلا تخمین زده شده است که هزینه تقبل شده برای گارانتی نویز و ارتعاشات سیستم توقف اتومبیل در شهر دترویت در ایالات متحده آمریکا، تقریبا یک میلیون دلار در سال هزینه دارد. حتی در سیستم ترمزگیری هواپیما، ارتعاشات ناشی از اصطکاک یک مساله جدی است. نوسانات گشتاور ناشی از اصطکاک میتواند منجر به ایجاد اعمال نیروی زیاد بر دنده ی فرود[۲] و سیستم ترمز شود و همین عامل باعث ناراحتی مسافران و یا شکست قطعات مرتبط و مراجعه برای گارانتی میشود.

در کل، پدیده ها و روشهای پویا و دینامیک زیادی وجود دارد که به ارتعاشات ناشی از اصطکاک مربوط میشوند. از مهمترین آنها میتوان به موارد زیر اشاره کرد [۱]:

- چسبندگی – لغزش

[۱] V-ribbed belts

[۲] Landing gear

- اصطکاک وابسته به سرعت
- کوپلینگ مودال[۱] اجزای مختلف ماشین
- روان نبودن[۲]
- لرزش-ضربه[۳]
- ضربه تصادفی[۴]
- گوه-لغزش[۵]
- تشدید پارامتری[۶]
- سیستمهایی با ویژگی های متغیر با زمان[۷]
- عدم قطعیت[۸]

حرکت چسبندگی – لغزش یک فرایند اتصال – جدایش است. به واسطه تغییر در نیروی اصطکاک ارتعاش ایجاد میشود که این تغییر به دلیل تفاوت بین ضرایب اصطکاک جنبشی و ایستایی ایجاد میشود. تاثیر ترکیبی ویژگی های وابسته به سرعت اصطکاک و سیستم منجر به ایجاد ارتعاشات ناشی از حرکت می شود.

اصطکاک وابسته به سرعت یکی از مکانیزمهایی است که موجب ناپایداری سیستم می شود. شیب منفی منحنی اصطکاک – سرعت منجر به ضریب میرایی منفی[۹] معادل در حرکت سیستم میشود و بنابراین موجب ناپایداری سیستم میگردد. این روند در سیستم های خود واداشته به ایجاد مکانیسم افزایش انرژی مکانیکی کمک میکند. این کار باعث میشود که فرکانس نوسان در سیستم نزدیک یا برابر با یکی از فرکانسهای طبیعی شود.

مودال کوپلینگ یک سیستم به دلیل قیود ساختاری و تاثیر اصطکاک میتواند باعث ایجاد مکانیسم افزایش انرژی مکانیک شود که موجب ناپایداری دینامیک در سیستم میشود. این امر منجر به ایجاد نوسانات غیر خطی در سیستم

[۱] Modal Coupling
[۲] Non-smoothness
[۳] Vibro-impact
[۴] Random-impact
[۵] Sprag-slip
[۶] Parametric resonance
[۷] Non-stationary
[۸] Uncertainty
[۹] Negative damping

میشود. حرکت معکوس لغزنده در سرعت های لغزش پایین یا نوسانات بالای فرکانس که میتواند به دلایل زیادی رخ دهد، موجب نوسانات غیر خطی شدید یا ناپیوستگی در رفتار سیستم میشود.

از بین رفتن تماس سطحی در نتیجه ی نوسانات شدید در راستای عمود بر مسیر حرکت باعث ایجاد ضربه-لرزش میشود که ویژگی های دینامیک سیستم اصلی را با الگوی خاصی، پیچیده تر میکند. در حرکت لغزشی لغزنده و برخورد آن با ناهمواریهای سطحی، نوعی دنباله ی زمانی را شکل می شود که منجر به ایجاد تحرکات تصادفی در سیستم میشود.

حرکت گوه – لغزش یک پدیده ی خاص در تماس لغزشی جسم و سطح است. وقوع آن به ساختار خاص رفتار اصطکاک نامنظم دو سطح بستگی دارد که میتواند منجر به تغییرات نیروی عمودی و نیروی اصطکاک شود. برای درک شماتیک، این حرکت وقتی اتفاق می افتد که یکی از اجزاء لغزنده، بازویی مفصلی در زاویه حاد نسبت به سطح حرکت باشد. وقتی که یکی از ناهمواری های سطحی[۱] به سمت بازو حرکت کند ، نیروی اصطکاک منجر به افزایش نیروی عمودی شده که حرکت گوه-لغزش رخ میدهد و تغییر شکل آن ناهمواری باعث میشود تا از بازو عبور کند. سپس با عبور ناهمواری و دور شدن آن از بازو نیروی عمودی کاهش میابد. این یک فرایند آزادسازی - فشرده سازی[۲] است که در اصل بخاطر قیدهای هندسی ساختاری و قیدهای حرکتی به صورت نوع خاصی از حرکت و نیرو ایجاد شده است. گوه– لغزش میتواند با ضریب اصطکاک ثابت در سیستمهای لغزان خاص ایجاد شود. میتواند در ابعاد بزرگ یا کوچک ناهمواریهای سطوح رخ دهد که در نتیجه ی تماس دو سطح ناهموار است و منجر به حرکت گوه-لغزش می شود. در برخی موارد سیستم ارتعاشی با اصطکاک در مواجهه با تحریک های پارامتری بر اساس حرکت دوره ای عمودی میتواند باعث تشدید پارامتری[۳] شود.

ارتعاشات ناشی از اصطکاک معمولا دارای ویژگی های متغیر با زمان[۴] است. و این امر اساسا به خاطر کنش و واکنشهای متغیر درسطوح تماس و تغییر مدهای آنی[۵] می باشد. عوامل غیرقطعی زیادی در ایجاد اصطکاک دو سطح لغزان نقش دارند. برای مثال، به وجود آمدن و جابجایی پودر یا نرمه های حاصل از سایش یا دیگر تغییرات ایجاد شده مثل تغییر

---

[۱] Asperities
[۲] Digging-in and release
[۳] Parametric resonance
[۴] Non-stationary characters
[۵] Instantaneous modes

شکل سطوح و خوردگی تاثیر مهمی روی اصطکاک سطحی دارند. بنابراین منجر به تغییر ویژگی های سیستم مورد مطالعه میشوند. بعلاوه، تشکیل جسم سومی بین دو سطح (نرمه های حاصل از سایش) لغزان میتواند میزان قانونمندی و قابلیت پیشبینی رفتار اصطکاکی را کاهش دهد و در نتیجه منجر به تغییر در ویژگیهای دینامیکی سیستم شود. این چنین تاثیراتی که در اثر فرسایش ایجاد میشوند، خیلی قابل پیش بینی نیستند و به همین دلیل یکی از مشخصه های بارز ارتعاشات ناشی از اصطکاک عدم قطعیت در رفتار آنها و غیرقابل پیشبینی بودن رفتار قطعی آنهاست.

۱,۲ چالشها

یکی از چالشهای اصلی در ارتعاشات ناشی از اصطکاک ، ایجاد یک مدل سیستم مناسب برای پیش بینی رفتار اصطکاک، ارتعاشات مربوط به آن و صدای تولید شده است. مدل سازی رفتار خود نیروی اصطکاک و همچنین پیش بینی قطعی روند آن معمولا خیلی دشوار است. علاوه بر کنشهای دینامیک و آنی، رفتار اصطکاک معمولا با گذشت زمان تغییر میکند که دلیل آن مربوط به تغییر شکل و سایش سطح مشترک اصطکاکی و تغییرات شرایط محیطی مثل دما و رطوبت است. بعلاوه، سیستمهای دارای اصطکاک معمولا غیرخطی هستند که میتوانند پاسخهای زمانی پیچیده ای داشته باشند. این پیچیدگی اساسا بخاطر توابع اصطکاک است که نوع مناسب آن، تابع وابسته به سرعت است. وابستگی توابع به سرعت نسبی لغزش در بیشتر اوقات نه تنها غیر خطی بلکه بسیار پیچیده نیز هست. علاوه بر این وقتی که شیب منفی در منحنی ″ اصطکاک – سرعت ″ ایجاد میشود، سیستم میتواند نوسانات خود واداشته را در اثر ضریب منفی میرایی تولید کند و فرکانس تحریک به فرکانس یکی از مدهای طبیعی[۱] سیستم بسیار نزدیک شود که خود باعث تشدید می شود.

بر خلاف اکثر اوقات که اصولی اساسی و قطعی بر ویژگی های اصلی سیستم حاکم است، مثل اصل انرژی حداقل[۲] در نظریه ارتجاعی[۳]، هیچ نظریه ی واحدی برای توضیح پدیده ی ارتعاشات ناشی از اصطکاک و صدا وجود ندارد. در برخی موارد، یک روش میتواند به خوبی توضیح دهنده باشد و در موارد دیگر نیاز به ترکیبی از چندین روش برای ارائه یک

[۱] Natural Modes
[۲] Minimum energy principle
[۳] Elasticity theory

الگوی مناسب برای رفتار اصطکاک است. اینکه چه روشی بهترین پیشبینی را از رفتار اصطکاک دارد به جنس اجزا و سطح، شرایط عملی و محیطی بستگی دارد.

۱,۳ دیدگاه و اهداف تحقیقاتی

برای قدم اول در فصل۲ مروری بر مقالات نوشته شده انجام شد تا اصولی که بر این نوع حرکت و فهمیدن ماهیت مشکلات مربوط به آن غالب است، شناسایی شود. مشخص شد که مدل سازی و تجزیه و تحلیل ارتعاشات ناشی از اصطکاک یک مشکل چالشی و نیازمند به اصول چندگانه از شامل چندین علم از جمله علم مکانیک تماسی، روانکاری، علم دینامیک غیر خطی و علم صوت شناسی است. مشکل معمولا درباره ی زمان شرایط محدود مختلف، بازه های فضایی زمانی گسترده و محدوده ی گسترش فرکانس است. ارتعاشات ناشی از اصطکاک ویژگی های متفاوتی دارند مثلا ارتعاشات یکنواخت یا ارتعاشات خود به خودی، ارتعاشات تصادفی یا تعیین شده، ارتعاشات ثابت یا غیر ثابت که همگی به سیستم و شرایط مربوط میشوند.

در فصل ۳ مدل سیستم مورد مطالعه که همان حرکت جرم روی تسمه است معرفی شده و معادلات حرکت برای ارتعاشات خود واداشته استخراج شد. در ادامه ی این فصل بعد از ذکر مروری مختصر بر تاریخچه ی مطالعات مربوط به اصطکاک یک مرور کلی بر مدلهای ریاضی موجود برای تحلیل رفتار تابع اصطکاک ارائه شده است.

در فصل۴، برای همان حرکت جرم روی تسمه ی متحرک توابع اصطکاک چندجمله ای و نمایی انتخاب شد. پایداری حرکت با رویکرد کیفی معیار لیاپانوف[۱] ، برای هر دو رفتار انتخاب شده اصطکاک تحلیل شده است و شرایط چگونگی ماهیت حرکت شرح و بسط داده شده است. سپس معادلات دیفرانسیل غیر خطی بی بعد حرکت بر اساس نتایج قسمت قبل مبنی بر ماهیت حرکت با استفاده از دو روش تحلیلی-تقریبی معروف حل شده اند: لینتداشتین-پوانکاره [۲] ومیانگین گیری[۳]. در نهایت بر روی عبارات تحلیلی تقریبی بدست آمده تحلیل پارامتری صورت گرفته و نتایج روی نمودار رسم

[۱] Liapunove criteria
[۲] Lindstedt-Poincare
[۳] Averaging

و با مقادیر حاصل از روشهای عددی مقایسه شده اند که درصد خطا به ندرت از ۶٪ تجاوز کرده است. در انتهای پایان نامه در فصل۵ خلاصه و پتانسیلهای تحقیق در آینده بیان شده است.

فصل ۲ مروری بر تحقیقات

کارهای زیادی در مورد مطالعه ی نوسانات ناشی از اصطکاک انجام شده است. برای راحتی توصیف آنها، همانند پایان نامه ی موجود از یک سیستم فیزیکی که تشکیل شده است از یک جسم لغزنده که روی تسمه در حال حرکت است، استفاده شده است.

در گذشته قانون اصطکاک لغزشی توسط لئوناردو داوینچی[۱] کشف شده بود (۱۴۵۲- ۱۵۱۹)، اما نوشته های او به چاپ نرسیدند و گالیوم آمونتون[۲] مجددا آن را مطرح کرد (۱۶۹۹). آمونتون، ماهیت اصطکاک را بر اساس ناهمواریهای سطحی و نیرویی لازم برای بالا بردن وزنی که بر روی سطح فشار میآورد نشان داد. این دیدگاه را بلیدور[۳] (توصیف سطوح سخت با ناهمواریهای کروی - ۱۷۳۷) و لئونارد اولر[۴] (۱۷۵۰) مطرح کردند که از زاویه ای که جسم در یک سطح شیب دار در حال سکون قرار میگیرد و پس از آن می لغزد در توصیف تفاوت بین اصطکاک جنبشی و ایستایی برای اولین بار استفاده کردند. دساگولیر[۵] این مطلب را به شکل دیگری توضیح داده است (۱۷۲۵) و از توصیف نیروهای کشش قوی بین کره های سربی که با یکدیگر در تماس هستند استفاده کرده. [۲]

برای درک بیشتر اصطکاک، توضیحاتی توسط چارلز آگوستین دکولومب[۶] ارائه شده است (۱۷۸۵). کولومب در مورد تاثیر ۴ عامل تاثیرگذار روی اصطکاک تحقیق کرده است.

۱- ماهیت مواد در هنگام تماس و پوشش سطحی انها
۲- میزان سطح تماس
۳- فشار معمولی (بار)
۴- مدت زمانی که سطوح در تماس با یکدیگر هستند.

کولومب به تاثیر سرعت لغزش، دما و رطوبت هم توجه کرد تا بتواند بهترین توصیف را برای ماهیت اصطکاک را انتخاب کند. تفاوت بین اصطکاک جنبشی و ایستا در قانون اصطکاک کولومب آمده است، البته قبلا جان اندرو (۱۷۵۸) به این تفاوت اشاره کرده بود. تاثیر گذشت زمان بر روی نیروی اصطکاک نیز اولین بار توسط موشنبراک[۷] در سال ۱۷۶۲

[۱] Leonardo da Vinci
[۲] Guillaume Amontons
[۳] Belidor
[۴] Leonhard Euler
[۵] Desaguliers
[۶] Charles Augustin de Coulomb
[۷] Musschenbroek

مطرح شد که وی برای توصیف این پدیده از سطوح فیبری به هم تنیده استفاده کرد که نتیجه آن مشخص شدن یک بازه زمانی محدود بود که در آن اصطکاک افزایش میابد[۲].

جان لسیل[۱] (۱۸۳۲- ۱۷۶۶) به نقطه ضعفی در دیدگاه آمونتون و کولومب اشاره کرد. لسیل به نقش نیروهای چسبندگی سطحی که توسط دساگولیر مطرح شده بود به همین اندازه مشکوک بود که از نظر او اصطکاک باید یک فرایند وابسته به زمان باشد که بر روی ناهمواری فشار وارد میکند و باعث ایجاد ناهمواریهای جدیدی میشود که قبلا به شکل دیگری بودند[۳].

آرتور مورین[۲] (۱۸۳۳) مفهوم اصطکاک لغزشی در برابر اصطکاک غلتشی را مطرح کرد. اسبورن رینولدز[۳] (۱۸۶۶) معادله ی جریان لزج (چسبندگی) را بدست آورد. این دو مدل، مدل های تجربی کلاسیک اصطکاک (ایستایی، جنبشی و سیال) را کامل کردند که امروزه در علوم مهندسی استفاده ی فراوانی دارند[۳].

موضوع اساسی تحقیقات در قرن اخیر فهمیدن مکانیسم های فیزیکی نهفته اصطکاک است. .فیلیپ بودن[۴] و دیوید تابور[۵] (۱۹۵۰) نشان دادند که در سطح میکروسکوپی، سطح واقعی تماس بین سطوح، کسر کوچکی از سطح ظاهری تماس است. این ناحیه ی واقعی بسیار کم تماس ناشی از ناهمواری ها (زبری ها)ی دو سطح است که با افزایش فشار این سطح تماس بیشتر میشود که نشان دهنده تناسب بین نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک است[۳] .

در سال ۱۹۳۱، دن هارتوگ[۶][۴] برای اولین بار مطالعاتی برای یافتن عباراتی تحلیلی برای ارتعاشات اجباری نوسانگر با اصطکاک خشک و اصطکاک لزج انجام داد که تحقیقات وی زمینه ساز پیشرفت روشهای تحلیلی برای بررسی ارتعاشات ناشی از اصطکاک شد.

در سال ۱۹۶۰، لویتان[۷] [۵] اولین کسی بود که پایداری ارتعاشات ناشی از اصطکاک کولمب به همراه اصطکاک لزج را بررسی کرد. در همین راستا وی نوعی مدل اصطکاک معرفی کرد که دارای مبنای دوره ای بود.

---

[۱] John Leslie
[۲] Arthur Morrin
[۳] Osborne Reynolds
[۴] Phillip Bowden
[۵] David Tabor
[۶] Den Hartog
[۷] Levitan

در سال ۱۹۶۵، پانوکو[۱] و گوبانووا[۲] [۶]، ادعا کردند که نیروی اصطکاک به سرعت نسبی لغزش سطوح بستگی دارد و یک عبارت چند جمله ای برای قانون اصطکاک ارائه دادند. علاوه بر این، آنها به شکل تحلیلی نیز نشان دادند که نوسانات خود واداشته وقتی اتفاق میافتند که سرعت تسمه از یک مقدار بحرانی کمتر باشد. مطالعات آنان از اولین تحقیقاتی بود که در مورد پایداری سیستمهای ارتعاشاتی ناشی از اصطکاک انجام شده بود. که البته تحلیل پایداری این سیستمها بر اساس اصطکاک وابسته به سرعت بود.

در سال ۱۹۷۹، هوندال[۳] [۷] به صورت تحلیلی پاسخ زمانی برای سیستمی همراه با میرایی لزج و اصطکاک کولومب ارائه داد که برای سیستم تحریک شده از پایه[۴] بود. در سال ۱۹۸۶، شاو [۸] در مورد پایداری حرکت دوره ای و پاسخ زمانی برای ارتعاشات ناشی از اصطکاک خشک تحقیقاتی را با استفاده از نگاشت پوانکره[۵] انجام داد.

در سال ۱۹۹۱، تاندل[۶] [۹] عباراتی تقریبی را برای دامنه ارتعاشات خودواداشته ناشی از اصطکاک کولمب، در حالت بدون چسبندگی (فقط لغزش) بدست آورد. این بررسی بر مبنای کتاب معروف مرجع[۱۰] ، نوشته ی نایفه[۷] و موک[۸]، چاپ ۱۹۷۹ انجام شده بود.

در سال ۱۹۹۲، ابراهیم[۹] [۱۱] در مورد مکانیسم های اصلی ارتعاشات ناشی از اصطکاک و استفاده از روشهای عددی برای پدیده های معروف مثل چَتِر که در اثر چسبندگی – لغزش ایجاد میشوند برای اولین بار مطالعاتی انجام داد.

در سال ۱۹۹۴، جاو[۱۰] [۱۲] مطالعاتی روی حرکت چسبندگی – لغزش انجام داد و یک عبارت تحلیلی برای تغییر موقعیت در مرحله ی چسبندگی در سیستم دارای اصطکاک خشک که به صورت خطی تقریب زده شده بودند ارائه داد.

---

۱ Panovko
۲ Gubanova
۳ Hundal
۴ Base Excited system
۵ Poincare’ mapping
۶ Tondl
۷ Nayafeh
۸ D.T.Mook
۹ Ibrahim
۱۰ Gao