دانشگاه زنجان

# تحلیل تنش پاد صفحه‌ای درنیم صفحه ارتوتروپیک تضعیف شده توسط چندین ترک تحت بارگذاری ضربه ای

**ارائه شده برای دریافت درجه کارشناسی ارشد**

**توسط :**

**علی منوچهری**

**استاد راهنما**

**دکتر مجتبی آیت اللهی**

**دانشکده مهندسي مکانیک**

**مرداد ۱۳۹۱**

## قدردانی

خداوند متعال را بعلت انجام این مطالعه سپاسگزارم. امید است با تمامی نقصان ها رضـای آن سرچشـمه وجود را فراهم کرده باشد.

بدین وسیله از زحمات استاد ارجمندم جناب آقای دکتر مجتبی آیت اللهی که بـا بردبـاری و راهنمـایی خویش در به ثمر رسیدن این تحقیق راهنمایی های ارزنده نمودند قدردانی می نمایم.

در پایان از دکتر داور درخشان و دکتر امید رحمانی که داوری این پایان نامه را بر عهده گرفتنـد کمـال تشکر و قدر دانی را دارم.

## اعلان منحصر به فرد بودن پایان نامه

بدین وسیله اعلام می گردد مطالب مندرج در این پایان نامه تاکنون برای دریافت هیچ نوع مدرکی توسط اینجانب و فرد دیگری ارائه نشده است.

نام ونام خانوادگی دانشجو: علی منوچهری

امضاء

## چکیده

تحلیل تنش نیم صفحه ارتوتروپیک تضعیف شده با تعدادی ترک تحت بار ضربه ای پاد صفحه ای در این پایان نامه مورد توجه قرارمی گیرد. رفتار محیط الاستیک خطی است و سطوح ترکها باید هموار باشند مولفه های تنش دارای تکینگی از نوع معکوس جذر فاصله در نوک ترک هستند.

یکی از روش های کارا در حل مسائل محیط های تضعیف شده توسط مجموعه ای از ترکها، استفاده از حل نابجایی می باشد. در ابتدا باید حل نابجایی را در منطقه بدست آورد که این قسمت، مشکل ترین مرحله تحلیل است با داشتن این حل معادلات انتگرالی توزیع نابجایی روی ترک ها نوشته می شود. این معادلات دارای تکینگی از نوع کوشی هستند. همچنین کرنل آنها بصورت انتگرال روی خط نیمه بینهایت است. این انتگرالها باید بگونه ای تنظیم شوند که با بزرگ شدن حد انتگرال به سرعت همگرا گردند. بعد از بدست آوردن توزیع نابجایی می توان ضریب شدت تنش برای ترکها را بدست آورد. برای نشان دادن صحت روابط بدست آمده نتایج با منابع مختلفی مقایسه شده و تطابق خوبی مشاهده شده است. همچنین تعدادی مثال جدید هم مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

## فهرست شکلها

شکل ۳-۱ : نمایش نابجائی پادصفحه ای در نیم صفحه ایزوتروپیک
شکل ۳-۲ : نمایش مسیر انتگرال گیری جهت محاسبه انتگرالها
شکل ۳-۳ : نمایش اصل باکنر
شکل ۳-۴ : نمایش ترک با شکل دلخواه در محیط الاستیک
شکل ۴-۱ : نمایش بارگذاری خارجی خود تعادلی روی مرز آزاد نیم صفحه
شکل ۵-۱ : نمودار تغییرات شدت تنش بی بعد بر حسب زمان برای یک ترک تحت موج عبوری در راستای محور $z$
شکل ۵-۲ : نمودار تغییرات شدت تنش بی بعد بر حسب زمان برای یک ترک تحت بارگذاری نقطه ای
شکل ۵-۳ نمایش دو ترک هم راستا و موازی مرز نیم صفحه
شکل ۵-۴ نمودار تغییرات شدت تنش بی بعد بر حسب تغییرات طول ترک بی بعد
شکل ۵-۵ نمودار تغییرات شدت تنش بی بعد بر حسب زمان تحت موج عبوری در راستای محور $z$
شکل ۵-۶ : نمودار تغییرات شدت تنش بی بعد بر حسب زمان تحت بارگذاری نقطه ای
شکل ۵-۷ نمودار تغییرات شدت تنش بی بعد بر حسب زمان برای دو ترک با موقعیت طولی یکسان و به فاصله $d$ از هم در جهت $y$
شکل ۵-۸ نمودار تغییرات شدت تنش بی بعد بر حسب زمان برای دو ترک با موقعیت دلخواه
شکل ۵-۹ نمودار تغییرات ضرائب شدت تنش بی بعد بر حسب زاویه بین دو ترک مستقیم
شکل ۵-۱۰ نمودار تغییرات ضرائب شدت تنش بی بعد بر حسب فاصله بین دو ترک مستقیم و منحنی تحت موج عبوری در راستای محور $z$
شکل ۵-۱۱ نمودار تغییرات ضرائب شدت تنش بی بعد بر حسب فاصله بین دو ترک مستقیم و منحنی تحت بارگذاری نقطه ای
شکل ۵-۱۲ نمودار تغییرات ضرائب شدت تنش بی بعد بر حسب زاویه بین دو ترک منحنی بیضوی
شکل ۵-۱۳ نمودار تغییرات ضرائب شدت تنش بی بعد بر حسب زاویه بین یک ترک داخلی و یک ترک لبه ای مورب
شکل ۵-۱۴ نمودار تغییرات ضرائب شدت تنش بی بعد بر حسب زاویه بین یک ترک داخلی و یک ترک لبه ای عمودی

شکل ۵-۱۵ نمودار تغییرات ضرائب شدت تنش بی بعد بر حسب زاویه بین یک ترک داخلی و یک ترک منحنی

**فهرست علائم**

| | |
|---|---|
| نصف ترک مستقیم | $a$ |
| قطر های بزرگ و کوچک ترک بیضوی | $a,b$ |
| فاصله نابجایی تا سطح آزاد | $h$ |
| دامنه بارگذاری | $\tau_0$ |
| ماتریس ضرایب | $A_{ij}, B_{ij}, C_{ij}$ |
| تابع مختلط دانسیته نابجایی بر حسب متغییر بی بعد | $B_{zj}(p)$ |
| دانسیته نابجایی پاد صفحه ای در نقطه ای از ترک $j$ ام | $b_z$ |
| سرعت موج برشی در ماده | $c$ |
| ترم های منظم (خوش رفتار) تابع دانسیته نابجایی | $g_{ij}(p)$ |
| شاخه های هذلولی واقع در مسیر انتگرال گیری در حل نابجایی | $C_1, C_2$ |
| تابع پله ای | $H(x)$ |
| کرنل معادله انتگرالی برای صفحه نامحدود | $K_{ij}(s,p)$ |
| ضرایب شدت تنش نوکهای سمت راست و چپ ترک | $k_{L_i}, k_{R_i}$ |
| تعدادکل ترک ها در نیم صفحه ایزوتروپیک | $N$ |
| توابع انتگرالی سینوس و کسینوس | $Si, Ci$ |
| دامنه مولفه تغییر مکان عمود بر صفحه | $w$ |
| مختصات کارترین | $x, y$ |
| مختصات قطبی | $r, \theta$ |
| معادلات پارامتری ترک | $x_i = \alpha_i(s), y_i = \beta_i(s)$ |
| مولفه ها ی کرنش عمود بر صفحه | $\varepsilon_{zx}, \varepsilon_{zy}$ |
| دلتای کرونکر | $\delta_{ij}$ |
| مولفه ها ی کرنش درون صفحه ای | $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{xy}$ |
| مدول الاستیسیته برشی و چگالی جرمی ماده | $\mu, \rho$ |

| | |
|---|---|
| مختصات مرکز ترک | $x_c, y_c$ |
| متغیر تبدیل فوریه تابع $f$ | $\lambda$ |
| مولفه ها ی تنش عمود بر صفحه | $\sigma_{zx}, \sigma_{zy}$ |
| مولفه ها ی تنش درون صفحه ای | $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}$ |
| زاویه بین محور $x$ و محور مماس بر سطح ترک $t$ | $\theta_i(s)$ |
| بردار تنش پاد صفحه ای روی سطح ترک $i$ ام | $\sigma_{nz}(x_i, y_i)$ |
| مولفه های تنش مماس بر سطح ترک | $\sigma_{Z_iX_i}, \sigma_{Z_iY_i}$ |
| زمان | $t$ |

**فهرست مطالب**


| موضوع | صفحه |
| --- | --- |
| قدر دانی | الف |
| اعلان منحصر بفرد بودن پایان نامه | ب |
| چکیده فارسی | ت |
| فهرست شکلها | ث |
| فهرست علائم | ح |
| **فصل ۱ – مروری بر کارهای پیشین** | ۱ |
| مقدمه | ۲ |
| **فصل ۲ – حل نابجایی پادصفحه ای و مقدمه ای بر مکانیک شکست دینامیکی** | ۱۲ |
| ۲-۱ نابجایی | ۱۳ |
| ۲-۲ مقدمه ای بر مکانیک شکست | ۱۶ |
| **فصل ۳- حل نابجایی پادصفحه ای در نیم صفحه ایزوتروپیک** | ۲۰ |
| ۳-۱ تحلیل تنش پاد صفحه ای | ۲۱ |
| ۳-۲ نابجایی پادصفحه ای در نیم صفحه ایزوتروپیک | ۲۲ |
| ۳-۳ حل نابجایی در نیم صفحه ایزوتروپیک | ۲۳ |
| ۳-۴ اصل باکنر | ۳۱ |
| ۳-۵ روش توزیع نابجایی | ۳۲ |
| **فصل ۴ – تشکیل معادلات انتگرالی و محاسبه ضریب شدت تنش** | ۳۴ |
| ۴-۱ نیم صفحه ایزوتروپیک تحت بار متمرکز | ۳۵ |
| ۴-۲ حل کلی معادلات انتگرالی تکین از نوع کوشی | ۳۷ |
| ۴-۳ کرنل معادلات انتگرالی نیم صفحه ایزوتروپیک حاوی ترک | ۳۸ |
| ۴-۴ محاسبه ضریب شدت تنش در ترک | ۴۰ |
| ۴-۵ حل عددی معادلات انتگرالی | ۴۳ |
| **فصل ۵– مثالهای عددی و مقایسه نتایج** | ۴۷ |
| ۵-۱ نیم صفحه حاوی ترک موازی مرز تحت بارگذاری ضربه ای روی ترک | ۴۸ |
| ۵-۲ نیم صفحه ارتوتروپیک حاوی دو ترک هم راستا موازی با مرز تحت بار ضربه ای یکنواخت | ۴۹ |
| ۵-۳ بررسی تغییرات ضرایب شدت تنش دینامیکی بر حسب زمان برای | |

دو ترک مستقیم هم راستا تحت بارگذاری گسترده ضربه ای ۵۱
۵-۴ دو ترک مستقیم با موقعیت های دلخواه تحت بارگذاری ضربه ای ۵۲
۵-۵ بررسی اندرکنش دو ترک مستقیم ساکن و چرخان درنیم صفحه ارتوتروپیک تحت بارگذاری گسترده ضربه ای ۵۴
۵-۶ یک ترک مستقیم و یک ترک منحنی بیضی شکل ۵۵
۵-۷ دو ترک منحنی بیضی شکل تحت بار ضربه ای ۵۷
۵-۸ ترک لبه ای و ترک چرخان احاطه شده ۵۸
۵-۹ ترک احاطه شده چرخان و ترک لبه ای عمود بر مرز نیم صفحه ۵۹
۵-۱۰ ترک لبه ای بیضوی شکل و ترک مستقیم احاطه شده در نیم صفحه ۶۰
**فصل ۶ - بحث و نتیجه گیری** ۶۲
**پیشنهادات برای کارهای آتی** ۶۵
**مراجع** ۶۶
**پیوست الف** ۷۳

# فصل ۱

# مروری بر کار های پیشین

**مقدمه**

تحلیل تنش در محیط های دارای ترک که تحت بار دینامیکی قرار دارند اولین مرحله در بررسی خستگی بوده و از اهمیت خاصی برخوردار است. در این بخش مروری بر تحقیقات انجام شده برای تحلیل تنش در محیط های الاستیک حاوی ترک تحت بار دینامیکی انجام شده است.

روبیو[1] و همکارانش [۱] پاسخ الاستودینامیکی محیط نامحدود ارتوتروپیک حاوی یک ترک مرکزی تحت بار متمرکز در مد یک و دو را مورد بررسی قرار دادند. برای حل مساله از تبدیلات فوریه و لاپلاس بهره بردند که در نهایت مساله تبدیل به یک معادله انتگرالی فردهولم[2] در حوزه لاپلاس شد. ضریب تمرکز تنش دینامیکی با اعمال تبدیل معکوس لاپلاس بر روش های عددی از معادله فردهولم بدست آمد. این حل می تواند به عنوان تابع گرین[3] برای حل مسائل دینامیکی شامل ترک محدود مورد استفاده قرار بگیرد.

چن[4] و مگوید[5] [۲] پاسخ دینامیکی الکترومکانیکی یک باریکه ساخته شده از مواد حاوی پیزوالکتریک با یک ترک مرکزی عمود بر مرز را بررسی کردند. بنابر اصل جمع آثار و تکنیک تبدیلات انتگرالی مسئله به حل دو معادله انتگرالی دوگانه کاهش می یابد. چن و همکارش نشان دادند که میدان الکتریکی دینامیکی مانع و یا باعث پیشرفت انتشار ترک در بارگذاری مختلف می باشد. همچنین آنها نشان دادند که پاسخ الکتریکی و مکانیکی در اطراف نوک ترک به طور شدیدی متاثر از مرزهای آزاد باریکه پیزوالکتریک است.

ژانگ[6] [۳] تحلیل الاستودینامیکی یک نیم صفحه ایزوتروپیک حاوی یک ترک تحت بارگذاری پاد صفحه ای را انجام داد. او از روش معادلات انتگرالی برای حل این مسئله استفاده کرد. آنها توجه ویژه

---

[1] Rubio
[2] Fredholm
[3] Green
[4] Chen
[5] Meguid
[6] Zhang

ای به ضریب تمرکز تنش روی یک ترک پادصفحه ای در جسم غیر ایزوتروپیک داشتند. همچنین آنها اثر مواد غیر ایزوتروپیک را روی ضریب تمرکز تنش دینامیکی در چندین مثال ارائه کردند.

هوانگ[۷] و همکارانش [۴] پاسخ گذرای دو ترک هم راستا در یک سرامیک پیزوالکتریک تحت بارگذاری ضربه ای الکتریکی و مکانیکی پادصفحه ای را بررسی کردند. تبدیلات فوریه و لاپلاس برای تبدیل مسئله مقدار مرزی مختلط به معادلات انتگرالی تکین نوع کوشی در حوزه لاپلاس مورد استفاده قرار گرفت که به صورت عددی قابل حل هستند. در این مسئله فاکتورهای تنش دینامیکی و جابجایی الکتریکی بر اساس تابعی از پارامترهای زمان و هندسه بدست می آیند. آنها نشان دادندکه حضور میدان الکتریکی دینامیکی به رشد ترک در سرامیک پیزوالکتریک در بار گذاری الکترومکانیکی کمک می کند و همچنین پاسخ الکترومکانیکی به شدت تحت تاثیر نسبت وسعت و طول ترک قرار دارد.

چونگ ونگ[۸] و همکارانش [۵] ضریب تمرکز تنش دینامیکی گذرا برای یک ترک قرارگرفته بین دو نیم صفحه ویسکوالاستیک ایزوتروپیک تحت بار ضربه ای را در مد سه مورد بررسی قرار دادند. در این مسئله یک بارگذاری پله ای پادصفحه ای به صورت ناگهانی بر روی سطح ترک با طول محدود قرار داده می شود. با روش تبدیلات انتگرالی، مسئله مرزی مختلط و ویسکوالاستیک به دستگاه دوتایی معادله انتگرالی تابع جابجایی پادصفحه ای تبدیل می شود. آنها میدان تنش ایجاد شده در نوک ترک را آنالیز کردند. آنها همچنین ضریب تمرکز تنش دینامیکی در طول یک بازه زمانی کوچک را محاسبه و تاثیر پارامترهای ماده ویسکوالاستیک را روی آن بررسی کردند.

ایتو[۹] [۶] تنش های دینامیکی اطراف یک ترک در یک نیم صفحه الاستیک را محاسبه کرده است. یک موج تنش به صورت عمودی به سطح ترک برخورد می کند. برای حل مسئله، لایه بین صفحه ای به

[7] Huang
[8] Chung Weng
[9] Itou

صورت چندین لایه ی همگن تقسیم می شود. او همچنین ضریب تمرکز تنش را برای یک لایه خیلی نازک بدست آورد.

ایتو [۷] در پژوهش خود تنش ها را در اطراف یک ترک واقع در فصل مشترک بین دو نیم صفحه الاستیک غیر متشابه بدست آورد. ترک با سطح مشترک لایه ها موازی می باشد. برای حل، لایه سطح مشترک غیر همگن به چندین لایه همگن با خصوصیات مواد مختلف تقسیم می شود. از روش اشمیت برای بدست آوردن ضرایب مجهول استفاده می شود و یک ضریب تمرکز تنش به صورت عددی برای کامپوزیت اپوکسی-آلومینیوم بدست می آید.

ژاو[۱۰] و همکارانش [۸] رفتار دینامیکی نیم صفحه الاستیک و پیزوالکتریک شامل ترک های همراستا که در سطح مشترک دو ماده قرار دارد را تحت بارگذاری الکترومکانیکی گذرا بررسی کردند. در این پژوهش هر دو شرایط مرزی نفوذپذیر و غیر قابل نفوذ بررسی شده است. آنها با استفاده از تکنیک تبدیلات انتگرالی، مسئله را به یک دستگاه معادلات انتگرالی تکین که می تواند بوسیله بسط چندجمله ای چبیشف حل شود، تبدیل کردند. آنها اثر هندسه ترک و میدان الکتریکی را روی ضریب تمرکز تنش دینامیکی و ضریب تمرکز جابجایی الکتریکی بررسی کردند.

ژان[۱۱] و فنگ[۱۲] [۹] در طی یک مقاله یک ترک نیمه بینهایت از یک ماده ی پیزوالکتریک تحت بارگذاری ضربه ای پاد صفحه ای را مورد بررسی قرار دادند. برای این حالت هنگامی که یک بار متمرکز پادصفحه ای ضربه ای اعمال می کنیم، جابجایی الکترون ها در قسمت بالایی و پایینی ترک بصورت متقارن خواهد بود. میدان الکترواستاتیک در نوک ترک به فرم صریح بدست می آید. در ای‌ن پژوهش ضریب شدت میدان الکترواستاتیک و نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بدست آمده است. آنها برای حل این مساله از تبدیلات انتگرالی و تبدیلات لاپلاس و فوریه کمک گرفته اند.

---

[10] Xau
[11] Xan
[12] Feng

بینگو[۱۳] و وانگ[۱۴] [۱۰] مسئله ی ترک بین لایه ای از یک ماده ی پیزوالکتریک تحت بارگذاری پاد صفحه ای مکانیکی و الکتریکی را با استفاده از تبدیلات انتگرالی و معادله ی انتگرالی با تکینگی کوشی را مورد بررسی قرار دادند. ضریب شدت تنش دینامیکی و نرخ انرژی دینامیکی رها شده (DERR) بدست آمده است و تاثیر نسبت بار و هندسه ی ترک و ترکیب پارامتر های ماده بر روی دو مورد بالا بحث شده است. محاسبات عددی نشان می دهد که تغییر در بارگذاری الکتریکی و پارامتر های ماده می تواند باعث افزایش یا کاهش رشد ترک و یا توقف رشد ترک شود. به عبارت دیگر برخی از پارامترهای مواد نقش مخالفی را بازی می کنند، به عبارت دیگر هندسه ی ترک بطور قابل توجهی روی نرخ انرژی رها شده تاثیر می گذارد.

فنگ و یوفان[۱۵] [۱۱] یک باریکه پیزو الکتریک همراه با یک ترک نفوذ پذیر تحت بارگذاری ضربه ای پاد صفحه ای را برای دو حالت مختلف مورد بررسی قرار دادند. برای حل این مساله از تبدیلات انتگرال و حل معادلات انتگرالی استفاده می شود و از معادله ی انتگرالی ضریب شدت تنش دینامیکی و نرخ انرژی رها شده به فرم صریح به دست می آید. در آنها برخی از نتایج عددی برای ضریب شدت تنش به صورت نمودارهایی رسم شده است.

چن و لین[۱۶] [۱۲] مسئله ی گذرای یک ترک داخلی برای یک باریکه ی ارتوتروپیک غیر همگن در مد اول را مورد بررسی قرار دادند. در این مساله ماده به صورت دو بعدی فرض می شود. برای حل این مسئله از معادلات انتگرالی و توابع چگالی و روش نابجایی استفاده شده است. نتایج عددی تاثیر پارامترهای ماده را بر روی ضریب شدت تنش دینامیکی برای ماده ی ارتوتروپیک نشان می دهد.

---

[13] Bin Gu
[14] Wang
[15] Youfan
[16] Lin

ایتو و شوتسو[17] نیز [۱۳] به محاسبه ی ضریب شدت تنش دینامیکی در اطراف دو ترک مستطیلی در یک صفحه ی الاستیک تحت بار ضربه ای پرداختند. در این مسئله دو ترک در یک ستون زیر هم قرار گرفته اند و تحت بارگذاری کششی ضربه ای قرار می گیرد. ترکیب شرایط مرزی باعث کاهش معادله ی انتگرالی می شود. در این مسئله جابجایی ترک بصورت یک سری بدست می آید که ضرایب نا معلوم این سری به روش عددی بدست می آید.

یانگ[18] و ون[19] [۱۴] تنش ها را در اطراف ترک های ناهم مرکز در یک پوشش ساخته شده از مواد تابعی (FGM) در یک صفحه ی نیمه بینهایت تحت بارگذاری پادصفحه ای ضربه ای بررسی کردند. برای حل این مسئله از روش معادله ی انتگرالی فردهولم و استفاده از تبدیلات لاپلاس و فوریه استفاده کردند. در این مقاله ضریب شدت تنش دینامیکی از روش های عددی و تکنیک های تبدیل لاپلاس بدست می آید و در نهایت مثال های عددی متفاوتی با هندسه های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است.

روبیو و همکارانش [۱۵] ضریب شدت تنش دینامیکی را برای یک ترک نیمه بینهایت واقع در یک صفحه ی نامحدود ارتوتروپیک، تحت بارگذاری متمرکز را بدست آوردند. در این پژوهش ضریب شدت تنش در اطراف یک ترک در مدهای یک و دو مورد بررسی قرار گرفت. آنها برای حل این مسئله از تبدیلات لاپلاس و فوریه و همچنین از روش واینر-هوپ استفاده شده است.

لی[20] و تانگ[21] [۱۶] پاسخ گذرای یک باریکه سرامیک پیزوالکتریک با یک ترک خارج از مرکز تحت ضربه های الکترومکانیکی را بررسی کردند. آنها با استفاده از تبدیل لاپلاس، مسئله مقدار مرزی اولیه و مختلط را به سه معادله تبدیل کردند و با معرفی یک تابع کمکی، به معادلات انتگرالی تکین نوع اول

[17] Shuetsu
[18] Yang
[19] Wen
[20] Li
[21] Tang

رسیدند. آنها از تکنیک چبیشف-لوباتو برای حل عددی معادلات انتگرالی تکین استفاده کردند. در این پژوهش ضریب شدت تنش دینامیکی و نرخ انرزی آزاد شده برای ترک با قابلیت نفوذ میدان مغناطیسی و همچنین غیر قابل نفوذ بودن آن بدست آمد. آنها همچنین اثر موقعیت ترک و مشخصات ماده بر روی ضریب تمرکز تنش دینامیکی را بررسی کردند.

سی و لوبر [۱۷] مسئله برخورد امواج الاستیک پیچشی و پراش آن را از روی یک ترک دیسکی مورد بررسی قرار دادند. برای حل مسئله از تبدیلات انتگرالی هنکل استفاده کردند که در نهایت مسئله تبدیل به یک سیستم معادلات انتگرالی کوپل فردهولم گردید. آنها تاثیر فرکانس بارگذاری را بر ضرائب شدت تنش دینامیکی مورد بررسی قرار دادند و جابجایی های لبه های ترک از یکدیگر را بر حسب فاصله شعاعی از مرکز ترک بدست آوردند..

چانگ و لی[۲۲] [۱۸] اثرات بار ضربه ای متقارن را روی ترک گریفیث در یک ماده ارتوتروپیک، بررسی کردند. آنها از روش تبدیلات انتگرالی برای بدست آوردن ضریب تمرکز تنش استاتیکی بهره بردند. آنها نشان دادند که فراجهش نمونه در ضریب تمرکز تنش دینامیکی مقداری به اندازه ۲۲٪ ضریب تمرکز تنش استاتیکی را نشان می دهد و همچنین دریافتند که مقدار فراجهش تحت تاثیر مشخصات ماده و همچنین موقعیت نسبی بین ترک و نیروهای اعمالی می باشد.

ویکتور مایخاس[۲۳] [۱۹] مسئله بر هم کنش امواج ضربه ای یک آخال صلب که در یک ماده ی الاستیک سه بعدی قرار داشت را مورد بررسی قرار داد که با استفاده از معادلات انتگرالی حل شد. آنها تاثیر پارامترهای مختلف مثل آخال های مختلف با شکل های مختلف را بر روی ضریب شدت تنش دینامیکی بدست آورد.

مال[۲۴] [۲۰] پراش امواج برشی پادصفحه‌ای و طولی را از روی یک ترک گریفیث واقع در محیط نامحدود ایزوتروپیک مورد بررسی قرار داد و مولفه های تغییر مکان در فواصل دور و نزدیک به ترک را برای

[22] Chang and Li
[23] Victor Mykhas
[24] Mal

فرکانس های مختلف محاسبه کرد. او در ادامه اثر فرکانس بارگذاری ناشی از امواج طولی و برشی پادصفحه‌ای را بر ضرائب شدت تنش دینامیکی بدست آورد. در این مسئله ضرائب شدت تنش دینامیکی برای فرکانس های بالا هم بدست آمد.

کییر و لونگ[۲۵] [۲۱] ضرائب شدت تنش دینامیکی بر حسب فرکانس بارگذاری را برای ترک واقع در ماده مرکب چند لایه ای بر اثر پراش امواج برشی پادصفحه ای برای دو حالت متفاوت قرار گرفتن ترک محاسبه کردند. ابتدا ترک احاطه شده در داخل یک لایه ماده مرکب و عمود بر مرز لایه در نظر گرفته شده است و اثر نزدیک شدن ترک به مرز مشترک دو لایه ماده مرکب بررسی شده است و در حالت دوم ترک عمود بر فصل مشترک دو لایه ماده مرکب است که اثرات مربوط به نزدیک شدن ترک به فصل مشترک لایه ماده مرکب بر روی ضرائب شدت تنش دینامیکی ارائه شده است.

ژو هونگمین[۲۶] و همکارانش [۲۲] مسائل کرنش صفحه ای ترک های نیمه بی نهایت در یک ماده ارتوتروپیک نامحدود را مطالعه کردند. آنها همچنین مدهای بارگذاری ضربه ای یکنواخت را بررسی کردند، به عنوان مثال تنش برشی درون صفحه ای و پاد صفحه ای. آنها از تبدیلات فوریه و لاپلاس به همراه تکنیک واینر دی هوپ برای حل فرمول های جابجایی معادلات حرکت استفاده کردند. در این پژوهش حل دقیقی از ضریب تمرکز تنش دینامیکی نیز بدست آمد.

یانگ دونگ لی[۲۷] و همکارانش [۲۳] مدل مکانیکی برای مسئله شکست دینامیکی برای دو ترک همراستا که به صورت عمودی در دو ماده ساخته شده از مواد تابعی (FGM) متفاوت که به صورت پیوسته خاصیت آنها تغییر می کند را ارائه کردند. مسئله با استفاده از تبدیلات انتگرالی فوریه و لاپلاس به معادلات انتگرالی تکین کوشی نوع اول تبدیل می شود. معادلات انتگرالی با استفاده از روش اردوان حل می شوند و ضریب تمرکز تنش دینامیکی در حوزه زمان از طریق معکوس عددی لاپلاس ارائه شده

[25] Keer and Luong
[26] Xu-hongmin
[27] Yang Dung Li

توسط میلر و گای بدست آمد. تاثیرات پارامترهای فیزیکی و هندسی روی ضریب تمرکز تنش دینامیکی بررسی شد و سه نتیجه زیر بدست آمد:

۱. با افزایش ضخامت باریکه ساخته شده از مواد تابعی در هر طرف، ضریب تمرکز تنش دینامیکی کاهش می یابد.

۲. با افزایش صلبیت باریکه ساخته شده از مواد تابعی، ضریب تمرکز تنش دینامیکی افزایش می یابد. هرچند وقتی که صلبیت ماده در یک طرف بیشتر فرض می شود، ضریب تمرکز تنش دینامیکی در طرف دیگر برای ترک داخلی کاهش می یابد.

۳. برای دو ترک با نصف طول برابر، وقتی که فاصله بین دو نوک داخلی کمتر از سه برابر نصف طول باشد، اثر تقابل بین آنها افزایش می یابد، هرچند که وقتی فاصله زیاد می شود اثر تقابل کاهش می یابد.

ژان چی ژانگ[۲۸] و همکارانش [۲۴] به تحلیل دینامیکی یک ترک داخلی در یک ماده الکترومغناطیسی هنگامی که تحت ضربه های مغناطیسی، الکتریکی و مکانیکی درون صفحه ای قرار دارد، پرداختند. آنها از تبدیلات لاپلاس و فوریه برای تبدیل مسئله مقدار مرزی مختلط و اولیه به معادلات انتگرالی دوگانه و سپس به معادلات انتگرالی تکین از نوع کوشی استفاده کردند. آنها ضریب شدت تنش دینامیکی و نیز جابجایی بازشدگی ترک و نرخ آزاد سازی انرژی نوک ترک را محاسبه کردند. همچنین اثر ضربه های الکتریکی و مغناطیسی که به طور شدیدی ضریب شدت تنش دینامیکی را تحت تاثیر قرار خواهند داد، بررسی شده است.

هوانگ و سو[۲۹] [۲۵] پراش امواج برشی پاد صفحه ای از روی یک ترک واقع در صفحه ایزوتروپیک نامحدود را بررسی کردند. مسئله بوسیله روش توزیع نابجایی حل شد و سپس اثرات مربوط به تغییر زاویه برخورد موج برشی نسبت به راستای ترک بر روی ضرائب شدت تنش دینامیکی بررسی گردید.

[28] Xan Chi Zhang
[29] Huang and So

همچنین با تعمیم روش فوق برای مسئله چندین ترک اثر فرکانس بارگذاری و زاویه برخورد موج به چندین ترک موازی مطالعه گردید.

لیو و هوانگ [۲۶] اثر پراش امواج برشی پاد صفحه ای روی دو ترک با موقعیت دلخواه در صفحه ایزوتروپیک نامحدود را ارائه دادند. در این تحقیق از روش نابجایی برای حل مسئله بهره برده شد و اثرات مربوط به تغییرات زاویه برخورد موج برشی نسبت به راستای ترک را بر روی ضرائب شدت تنش دینامیکی نشان دادند. همچنین تاثیر تغییر فاصله مراکز ترکها، راستای ترکها و فرکانس بارگذاری بر روی ضرائب شدت تنش بررسی گردید.

روجاس[۳۰] و ژانگ [۲۷] به تحلیل شکست یک صفحه ی کامپوزیت پیزوالکتریک تحت بارگذاری گذرا پرداختند. برای حل این مثال از روش نابجایی و معادلات انتگرالی و انتگرال های کانولوشن استفاده کردند. در این مقاله تاثیر ترکیب بارهای الکتریکی و مغناطیسی و بارگذاری مکانیکی بر روی ضریب شدت تنش دینامیکی در ترک های مختلف با هندسه های مختلف مورد بررسی قرار گرفت.

سی[۳۱] [۲۸] به حل مسائل الاستودینامیکی برای ترک در حال رشد پرداخت و میدانهای جابجایی و تنش دینامیکی را برای یک ترک با طول محدود بدست آورد. او در ادامه پراش امواج برشی از یک ترک را حل نمود و سپس برخورد امواج ضربه‌ای به محیط حاوی ترک را نیز مورد مطالعه قرار داد.

مال [۲۹] پراش امواج برشی پادصفحه‌ای و طولی را از روی یک ترک گریفیث واقع در محیط نامحدود ایزوتروپیک مورد بررسی قرار داد و مولفه های تغییر مکان در فواصل دور و نزدیک به ترک را برای فرکانس های مختلف محاسبه کرد. او در ادامه اثر فرکانس بارگذاری ناشی از امواج طولی و برشی پادصفحه‌ای را بر ضرائب شدت تنش دینامیکی بدست آورد. در این حل ضرائب شدت تنش دینامیکی برای فرکانس های بالا هم بدست آمد.

---

[30] Rojas

[31] Sih