

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده فنی و مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

پایان نامه برای دریافت درجه‌ی کارشناسی ارشد  
در رشته‌ی مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی

**عنوان:**

**تحلیل دینامیکی صفحات مستطیلی هدفمند با استفاده از تئوری سه‌بعدی  
الاستیسیته تحت شرایط مرزی مختلف**

استادان راهنما:

دکتر سید جاوید زکوی

دکتر رضا پیل افکن

استاد مشاور:

مهندس مسعود ابی ترابی

پژوهشگر:

سوده بخشی

تابستان ۹۳

## تعهدنامه‌ی اصالت اثر و رعایت حقوق دانشگاه

تمامی حقوق مادّی و معنوی مترتب بر نتایج، ابتکارات، اختراعات و نوآوری‌های ناشی از انجام این پژوهش، متعلق به **دانشگاه محقق اردبیلی** می‌باشد. نقل مطلب از این اثر، با رعایت مقررات مربوطه و با ذکر نام دانشگاه محقق اردبیلی، نام استاد راهنما و دانشجو بلامانع است.

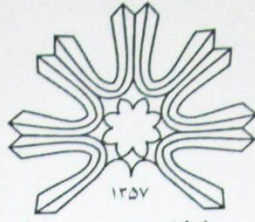
اینجانب سوده بخشی دانش آموخته‌ی مقطع کارشناسی ارشد رشته‌ی مکانیک گرایش طراحی کاربردی دانشکده فنی مهندسی دانشگاه محقق اردبیلی به شماره‌ی دانشجویی ۹۱۴۴۴۹۳۱۰۱ که در تاریخ ۹۳/۰۶/۱۸ از پایان‌نامه‌ی تحصیلی خود تحت عنوان تحلیل دینامیکی صفحات مستطیلی هدفمند با استفاده از تئوری سه‌بعدی الاستیسیته تحت شرایط مرزی مختلف دفاع نموده‌ام، متعهد می‌شوم که:

- ۱) این پایان‌نامه را قبلاً برای دریافت هیچ‌گونه مدرک تحصیلی یا به عنوان هرگونه فعالیت پژوهشی در سایر دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزشی و پژوهشی داخل و خارج از کشور ارائه ننموده‌ام.
- ۲) مسئولیت صحّت و سقم تمامی مندرجات پایان‌نامه‌ی تحصیلی خود را برعهده می‌گیرم.
- ۳) این پایان‌نامه، حاصل پژوهش انجام شده توسط اینجانب می‌باشد.
- ۴) در مواردی که از دستاوردهای علمی و پژوهشی دیگران استفاده نموده‌ام، مطابق ضوابط و مقررات مربوطه و با رعایت اصل امانت‌داری علمی، نام منبع مورد استفاده و سایر مشخصات آن را در متن و فهرست منابع و مآخذ ذکر نموده‌ام.
- ۵) چنانچه بعد از فراغت از تحصیل، قصد استفاده یا هرگونه بهره‌برداری اعم از نشر کتاب، ثبت اختراع و... از این پایان‌نامه را داشته باشم، از حوزه‌ی معاونت پژوهشی و فناوری دانشگاه محقق اردبیلی، مجوزهای لازم را اخذ نمایم.
- ۶) در صورت ارائه‌ی مقاله‌ی مستخرج از این پایان‌نامه در همایش‌ها، کنفرانس‌ها، سمینارها، گردهمایی‌ها و انواع مجلات، نام دانشگاه محقق اردبیلی را در کنار نام نویسندگان (دانشجو و اساتید راهنما و مشاور) ذکر نمایم.
- ۷) چنانچه در هر مقطع زمانی، خلاف موارد فوق ثابت شود، عواقب ناشی از آن (منجمله ابطال مدرک تحصیلی، طرح شکایت توسط دانشگاه و...) را می‌پذیرم و دانشگاه محقق اردبیلی را مجاز می‌دانم با اینجانب مطابق ضوابط و مقررات مربوطه رفتار نماید.

نام و نام خانوادگی دانشجو: سوده بخشی

امضا

تاریخ



دانشگاه محقق اربابلی  
دانشکده فنی و مهندسی  
گروه مهندسی مکانیک

پایان نامه برای دریافت درجهی کارشناسی ارشد  
در رشتهی مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی

عنوان:

تحلیل دینامیکی صفحات مستطیلی هدفمند با استفاده از تئوری سه بعدی الاستیسیته

تحت شرایط مرزی مختلف

پژوهشگر:

سوده بخشی

ارزیابی و تصویب شدهی کمیتهی داوران پایان نامه بدرجهی عالی

امضاء	سمت	مرتبهی علمی	نام و نام خانوادگی
	استاد راهنما و رییس کمیتهی داوران	استادیار	دکتر سیدجاوید زکوی
	استاد راهنما	استادیار	دکتر رضا پیل افکن
	استاد مشاور	مربی	مهندس مسعود ابی ترابی
	داور	دانشیار	دکتر بهروز میرزایی ضیاپور

تابستان ۹۳

تقدیم بہ

پدرو مادر بزرگوار و مہربانم

و برادر عزیزم

سپاس گزارى

از اساتيد بزرگوار راهنمايم، جناب آقاى دكتر رضا پيل افكن و جناب آقاى دكتر

سيد جاويد زكوى به خاطر راهنمايى ها و همرايشان سپاس گزارم و قدردان زحمات

ايشان.

نام خانوادگی: بخشی	نام: سوده
عنوان پایان نامه: تحلیل دینامیکی صفحات مستطیلی هدفمند با استفاده از تئوری سه بعدی الاستیسیته تحت شرایط مرزی مختلف	
اساتید راهنما: دکتر سیدجاوید زکوی، دکتر رضا پیل افکن استاد مشاور: مهندس مسعود ابی ترابی	
مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد رشته: مهندسی مکانیک گرایش: طراحی کاربردی دانشگاه: محقق اردبیلی دانشکده: فنی و مهندسی تاریخ دفاع: ۹۳/۰۶/۱۸ تعداد صفحات: ۹۰	
<p>چکیده: در کار حاضر تحلیل فرکانسی و دینامیکی صفحه‌ی مستطیلی نسبتاً ضخیم با استفاده از تئوری سه بعدی الاستیسیته و روش حل عددی بدون المان با میانبایی شعاعی نقطه‌ای، ارائه شده است. با استفاده از این روش عددی، میانبایی متغیر میدان با استفاده از فقط گره‌های توزیع شده در حجم صفحه انجام می‌گیرد. به طوریکه به دلیل نبود ارتباط میان گره‌ها، توزیع مورد نظر به هر صورت دلخواه انجام پذیر می‌باشد. جنس صفحه، ماده با تابع هدفمند، متشکل از دو فاز فلز و سرامیک می‌باشد. به طوریکه خواص مکانیکی آن در هر سه جهت طول، عرض و ضخامت صفحه، به طور مستقل از هم و با استفاده از مدل موری- تاناکا تغییر می‌کند. تاثیر شعاع سوراخ، توان‌های مختلف کسر حجمی در هر سه جهت طول، عرض و ضخامت صفحه و همچنین تاثیر شرایط مختلف مرزی روی فرکانس‌های طبیعی صفحه با استفاده از برنامه نوشته شده در نرم افزار متلب و شبیه سازی صورت گرفته در نرم افزار آباکوس مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل با نتایج مقالات موجود مقایسه شده و نشان از دقت بالای روش مورد استفاده در کار حاضر دارد. مشاهده شد نحوه تغییرات فرکانس با افزایش شعاع سوراخ، به شرط مرزی و نسبت ابعادی صفحه بستگی دارد. همچنین نحوه تغییرات فرکانس طبیعی با افزایش توان کسر حجمی در هر جهت دلخواه، به شرط مرزی صفحه و نیز اندازه‌ی توان‌های کسر حجمی در دو جهت دیگر وابسته است. در کار حاضر برای اولین بار تحلیل فرکانسی صفحه‌ی پیزوالکتریک با تابع هدفمند، با استفاده از روش بدون المان با میانبایی شعاعی نقطه‌ای ارائه شده است. با اعتباربخشی نتایج حاصل، از طریق مقایسه‌ی آن با نتایج مقالات موجود، نشان داده شد روش حاضر برای تحلیل صفحات پیزوالکتریک با تابع هدفمند مناسب است. همچنین تحلیل دینامیکی صفحات مستطیلی نسبتاً ضخیم با تابع هدفمند، در دو حالت حضور و عدم حضور استهلاک، با روش حاضر و با به کارگیری الگوریتم انتگرال گیری نیومارک ارائه شده است. تاثیر شرایط مرزی و توان‌های کسر حجمی مختلف روی پاسخ دینامیکی صفحه بررسی و با نتایج مقالات موجود مقایسه شده است.</p>	
کلید واژه‌ها: تئوری سه بعدی الاستیسیته، تحلیل فرکانسی، تحلیل دینامیکی، روش بدون المان، ماده با تابع هدفمند سه بعدی	

## فهرست مطالب

شماره و عنوان مطالب	صفحه
<b>فصل اول: کلیات و مروری بر تحقیقات گذشته</b>	
۱-۱- مقدمه	۲
۲-۱- مواد با تابع هدفمند	۳
۳-۱- تئوری‌های صفحه	۴
۴-۱- روش حل	۶
۵-۱- انواع تحلیل‌ها	۹
۱-۵-۱- تحلیل استاتیکی خطی	۹
۲-۵-۱- تحلیل فرکانسی	۹
۳-۵-۱- تحلیل دینامیکی	۱۰
۶-۱- مواد پیزوالکتریک	۱۰
۷-۱- پیشینه پژوهش	۱۲
۱-۷-۱- روش بدون المان	۱۲
۲-۷-۱- تحقیقات شیا و همکارانش	۱۴
۳-۷-۱- تحقیقات مؤدهی و همکارانش	۱۶
۴-۷-۱- تحقیقات بهجت و همکارانش	۱۷
<b>فصل دوم: مبانی نظری پژوهش و شرح روش عددی</b>	
۱-۲- مقدمه	۲۰
۲-۲- ساخت توابع شکل RPIM	۲۰
۱-۲-۲- خواص توابع شکل میانبایی شعاعی نقطه‌ای	۲۴
۳-۲- روش میانبایی شعاعی نقطه‌ای برای صفحه مستطیلی همگن	۲۴
۱-۳-۲- اصل انرژی	۲۶
۲-۳-۲- فرمول بندی RPIM	۲۷
۴-۲- استخراج معادله حرکت برای صفحه پیزوالکتریک	۲۹
۵-۲- تحلیل فرکانسی	۳۲



۳۳	۱-۵-۲- صفحه مستطیلی بدون سوراخ همگن .....
۳۸	۲-۵-۲- صفحه مستطیلی سوراخ‌دار همگن .....
۴۱	۳-۵-۲- صفحه با تابع هدفمند .....
۴۱	۱-۳-۵-۲- مدل موری- تاناکا .....
۴۲	۶-۲- تحلیل دینامیکی .....
۴۶	۱-۶-۲- روش نیومارک بتا .....
۴۸	۷-۲- معرفی نرم‌افزار ABAQUS .....
۴۸	۱-۷-۲- المان استفاده شده .....
۴۹	۲-۷-۲- مدل‌سازی صفحه و مراحل تحلیل در نرم‌افزار ABAQUS .....

### فصل سوم: بحث و نتایج

۵۱	۱-۳- مقدمه .....
۵۲	۲-۳- نتایج صفحه مستطیلی بدون سوراخ همگن .....
۵۳	۳-۳- نتایج صفحه مستطیلی سوراخ‌دار همگن .....
۵۹	۴-۳- نتایج صفحه با تابع هدفمند .....
۵۹	۱-۴-۳- صفحه مربعی با تابع هدفمند یک‌بعدی .....
۶۱	۲-۴-۳- صفحه مستطیلی با تابع هدفمند سه‌بعدی .....
۷۴	۵-۳- شکل مدهای ارتعاشی .....
۷۴	۶-۳- نتایج صفحه پیزوالکتریک .....
۷۷	۷-۳- تحلیل دینامیکی صفحه‌ی مستطیلی با تابع هدفمند .....

### فصل چهارم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات

۸۵	۱-۱- نتیجه‌گیری .....
۸۷	۲-۱- پیشنهادات برای کارهای آتی .....

## فهرست جدول‌ها

شماره و عنوان جدول	صفحه
جدول ۱ - ۱: مشخصات روش‌های بدون المان.....	۱۴
جدول ۲ - ۱: توابع شکل پایه شعاعی با پارامترهای شکل بی‌بعد .....	۲۲
جدول ۲ - ۲: خواص ماده سازنده صفحه مستطیلی.....	۳۳
جدول ۳ - ۱: همگرایی و مقایسه فرکانس‌های پایه بی‌بعد صفحه بدون سوراخ همگن با شش شرط مرزی مختلف .....	۵۲
جدول ۳ - ۲: شش فرکانس طبیعی اول صفحه مستطیلی همگن با شرط مرزی CCCC.....	۵۳
جدول ۳ - ۳: شش فرکانس طبیعی اول صفحه مستطیلی همگن با شرط مرزی SSSS.....	۵۳
جدول ۳ - ۴: مقایسه شش فرکانس طبیعی اول صفحه مستطیلی همگن با شرط مرزی CFFF .....	۵۴
جدول ۳ - ۵: همگرایی فرکانس‌های پایه‌ی صفحه سوراخ‌دار با ۳ شعاع مختلف برای شرط مرزی CCCC.....	۵۶
جدول ۳ - ۶: مقایسه فرکانس‌های پایه بی‌بعد صفحه سوراخ‌دار با شعاع‌ها و شرایط مرزی مختلف .....	۵۷
جدول ۳ - ۷: خواص مواد استفاده‌شده در بخش ۳-۴-۱.....	۶۰
جدول ۳ - ۸: فرکانس‌های پایه بی‌بعد صفحه مربعی با تابع هدفمند و شرط مرزی SSSS.....	۶۰
جدول ۳ - ۹: فرکانس‌های پایه بی‌بعد صفحه مستطیلی به ازای توان‌های کسر حجمی و شعاع‌های مختلف سوراخ (شرط مرزی CCCC) .....	۷۳
جدول ۳ - ۱۰: فرکانس‌های پایه بی‌بعد صفحه مستطیلی به ازای توان‌های کسر حجمی و شعاع‌های مختلف سوراخ (شرط مرزی SSSS) .....	۷۳
جدول ۳ - ۱۱: فرکانس‌های پایه بی‌بعد صفحه مستطیلی به ازای توان‌های کسر حجمی و شعاع‌های مختلف سوراخ (شرط مرزی SFSF) .....	۷۴
جدول ۳ - ۱۲: همگرایی فرکانس بی‌بعد صفحه پیزوالکتریک همگن با تغییر تعداد گره‌ها با شرط مرزی CCCC.....	۷۶
جدول ۳ - ۱۳: خواص مواد پیزوالکتریک.....	۷۶
جدول ۳ - ۱۴: فرکانس‌های پایه بی‌بعد صفحه پیزوالکتریک با تابع هدفمند و شرط مرزی CCCC به ازای توان‌های کسر حجمی مختلف.....	۷۷

## فهرست شکل‌ها

صفحه

شماره و عنوان شکل

- شکل ۱ - ۱: مولفه‌های تنش روی یک المان از صفحه ..... ۵
- شکل ۱ - ۲: تفاوت در نحوه مدل‌سازی یک مساله دلخواه در دو روش المان محدود و بدون المان ..... ۷
- شکل ۱ - ۳: نواحی محافظ کروی و مکعبی ..... ۸
- شکل ۲ - ۱: سیستم مختصات استفاده شده برای توصیف هندسه صفحه ..... ۳۳
- شکل ۲ - ۲: گره‌های سازنده هندسه صفحه ..... ۳۴
- شکل ۲ - ۳: سلول‌های زمینه ۶ وجهی و نقاط گوسی یک سلول زمینه ..... ۳۶
- شکل ۲ - ۴: وجوهی از صفحه که تحت شرایط مرزی مختلف قرار می‌گیرد ..... ۳۷
- شکل ۲ - ۵: صفحه سوراخ‌دار و گره‌های سازنده صفحه ..... ۳۹
- شکل ۲ - ۶: صفحه سوراخ‌دار و سلول‌های زمینه از نمای بالا ..... ۴۰
- شکل ۲ - ۷: کسر حجمی (الف) فلز (ب) سرامیک در وجه پایینی صفحه ( $l_x = 1, l_y = 1, l_z = 2$ ) ..... ۴۳
- شکل ۲ - ۸: کسر حجمی (الف) فلز (ب) سرامیک در صفحه‌ی میانی ( $l_x = 1, l_y = 1, l_z = 2$ ) ..... ۴۴
- شکل ۲ - ۹: کسر حجمی (الف) فلز (ب) سرامیک در وجه بالایی صفحه ( $l_x = 1, l_y = 1, l_z = 2$ ) ..... ۴۵
- شکل ۳ - ۱: فرکانس بی‌بعد با تغییر نسبت شعاع به طول ( $r/a$ ) صفحه مربعی با شرط مرزی الف (CCCC ب) SSSS (ج) ..... ۵۵
- شکل ۳ - ۲: فرکانس بی‌بعد صفحه مربعی با تغییر نسبت شعاع به طول ( $r/a$ ) صفحه مربعی با شرط مرزی CCCC ..... ۵۵
- شکل ۳ - ۳: فرکانس پایه‌ی بی‌بعد با تغییر شعاع سوراخ برای شرط مرزی CCCC حاصل از الف) روش RPIM (ب) ..... ۵۸
- شکل ۳ - ۴: فرکانس پایه‌ی بی‌بعد با تغییر شعاع سوراخ برای شرط مرزی CCCC حاصل از ABAQUS ..... ۵۹
- شکل ۳ - ۵: تغییرات فرکانس پایه صفحه بدون سوراخ با تغییر توان کسر حجمی در جهت x ( $l_x = l_y = 0$ ) ..... ۶۱
- شکل ۳ - ۶: تغییرات فرکانس پایه صفحه بدون سوراخ با تغییر توان کسر حجمی در جهت x ( $l_x = l_y = 1$ ) ..... ۶۳
- شکل ۳ - ۷: تغییرات فرکانس پایه صفحه بدون سوراخ با تغییر توان کسر حجمی در جهت x ( $l_x = l_y = 5$ ) ..... ۶۴
- شکل ۳ - ۸: تغییرات فرکانس پایه صفحه بدون سوراخ با تغییر توان کسر حجمی در جهت y (الف)  $l_x = l_z = 0$  (ب)  $l_x = l_z = 1$  (ج)  $l_x = l_z = 5$  ..... ۶۵
- شکل ۳ - ۹: تغییرات فرکانس پایه صفحه بدون سوراخ با تغییر توان کسر حجمی در جهت Z (الف)  $l_x = l_y = 0$  (ب)  $l_x = l_y = 1$  (ج)  $l_x = l_y = 5$  ..... ۶۵

- شکل ۳ - ۱۰: تغییرات فرکانس پایه صفحه سوراخ‌دار ( $r = 0.5m$ ) با تغییر توان کسر حجمی در جهت X الف) ..... ۶۶
- شکل ۳ - ۱۱: تغییرات فرکانس پایه صفحه سوراخ‌دار ( $r = 0.5m$ ) با تغییر توان کسر حجمی در جهت Y الف) ..... ۶۶
- شکل ۳ - ۱۲: تغییرات فرکانس پایه صفحه سوراخ‌دار ( $r = 0.5m$ ) با تغییر توان کسر حجمی در جهت Z الف) ..... ۶۷
- شکل ۳ - ۱۳: تغییرات فرکانس پایه صفحه سوراخ‌دار ( $r = 1m$ ) با تغییر توان کسر حجمی در جهت X الف) ..... ۶۷
- شکل ۳ - ۱۴: تغییرات فرکانس پایه صفحه سوراخ‌دار ( $r = 1m$ ) با تغییر توان کسر حجمی در جهت Y الف) ..... ۶۸
- شکل ۳ - ۱۵: تغییرات فرکانس پایه صفحه سوراخ‌دار ( $r = 1m$ ) با تغییر توان کسر حجمی در جهت Z الف) ..... ۶۸
- شکل ۳ - ۱۶: تغییرات فرکانس پایه صفحه سوراخ‌دار ( $r = 1.5m$ ) با تغییر توان کسر حجمی در جهت X الف) ..... ۶۹
- شکل ۳ - ۱۷: تغییرات فرکانس پایه صفحه سوراخ‌دار ( $r = 1.5m$ ) با تغییر توان کسر حجمی در جهت Y الف) ..... ۶۹
- شکل ۳ - ۱۸: تغییرات فرکانس پایه صفحه سوراخ‌دار ( $r = 1.5m$ ) با تغییر توان کسر حجمی در جهت Z الف) ..... ۷۰
- شکل ۳ - ۱۹: فرکانس پایه بی بعد برای ۳ شرط مرزی و ۳ شعاع مختلف سوراخ با تغییر توان کسر حجمی در جهت X ..... ۷۱
- شکل ۳ - ۲۰: فرکانس پایه بی بعد برای ۳ شرط مرزی و ۳ شعاع مختلف سوراخ با تغییر توان کسر حجمی در جهت Y ..... ۷۲
- شکل ۳ - ۲۱: فرکانس پایه بی بعد برای ۳ شرط مرزی و ۳ شعاع مختلف سوراخ با تغییر توان کسر حجمی در جهت Z ..... ۷۲
- شکل ۳ - ۲۲: شکل مدهای صفحه‌ی مستطیلی بدون سوراخ الف) ( $l_x = l_y = l_z = 0$ ) ب) ( $l_x = l_z = 5$  و  $l_y = 0$ ) ج) ..... ۷۵
- شکل ۳ - ۲۳: همگرایی پاسخ دینامیکی نقطه‌ی میانی صفحه در جهت Z ( $W$ ) برای شرط مرزی CCCC با تغییر گام زمانی الف) بازه زمانی ۰ تا ۰/۲ ثانیه ب) ۰/۲ تا ۰/۰۹ ثانیه ..... ۷۹

- شکل ۳ - ۲۴: پاسخ زمانی نقطه‌ی میانی صفحه برای شرط مرزی CCCC، تحت بارگذاری هارمونیک و بدون در نظر گرفتن استهلاک ..... ۸۰
- شکل ۳ - ۲۵: پاسخ زمانی نقطه‌ی میانی صفحه برای شرط مرزی SSSS، تحت بارگذاری هارمونیک و بدون در نظر گرفتن استهلاک ..... ۸۰
- شکل ۳ - ۲۶: تاریخچه‌ی خیز بی‌بعد نقطه‌ی میانی صفحه‌ی مربعی با شرط مرزی الف) CCCC ب) SSSS و (وجه بالایی صفحه تحت نیروی گسترده‌ی  $F = 10 \sin(2000t)$  نیوتن است) (مژدهی و همکارانش، ۲۰۱۱) ..... ۸۱
- شکل ۳ - ۲۷: پاسخ زمانی نقطه‌ی میانی صفحه برای شرط مرزی CCCC، تحت بارگذاری هارمونیک با در نظر گرفتن استهلاک ..... ۸۲
- شکل ۳ - ۲۸: پاسخ زمانی نقطه‌ی میانی صفحه برای شرط مرزی SSSS، تحت بارگذاری هارمونیک با در نظر گرفتن استهلاک ..... ۸۳

فهرست علائم اختصاری

واحد	مفهوم یا توضیح	علامت اختصاری
m	شعاع (یا اندازه‌ی اضلاع) ناحیه‌ی محافظ	$r_s$
-	اندازه‌ی بی‌بعد ناحیه‌ی محافظ	$\alpha_s$
-	میانگین فاصله‌ی گره‌ی	$d_c$
m	میدان جابه‌جایی	$u$
m	مولفه‌های جابه‌جایی در سه جهت $x, y$ و $z$	$u, v, w$
-	تابع پایه‌ی شعاعی	$R_i$
-	تابع پایه‌ی چندجمله‌ای	$P_j$
m	طول، عرض و ضخامت صفحه	$a, b, h$
-	ضرایب توابع پایه‌ی شعاعی و چندجمله‌ای	$a_i, b_j$
-	بردار توابع پایه‌ی شعاعی	$R$
-	بردار توابع پایه‌ی چندجمله‌ی	$P$
-	بردار ضرایب توابع پایه‌ی شعاعی و چندجمله‌ای	$a, b$
-	پارامترهای شکل بی‌بعد تابع پایه‌ی شعاعی	$\alpha_c, \bar{q}$
-	تعداد گره‌های سازنده‌ی صفحه	$N$
-	تعداد گره‌های درون ناحیه‌ی محافظ	$n$
-	تعداد جملات پایه‌ی چندجمله‌ای استفاده شده	$m$
-	نقطه‌ی گوسی (نقطه‌ی نمونه)	$x_Q$
-	ماتریس ممان شعاعی	$R_0$
-	ماتریس ممان چندجمله‌ای	$P_0$

-	ماتریس ممان ترکیبی	$G$
m	بردار جابه‌جایی‌های گره‌های درون ناحیه‌ی محافظ	$q$
m	بردار جابه‌جایی‌های تمام گره‌های سازنده‌ی صفحه	$Q$
Pa	ضریب الاستیسیته	$E$
-	نسبت پواسون	$\vartheta$
N/m <sup>3</sup>	بردار نیروی گسترده در واحد حجم	$P_b$
N	بردار نیروی سطحی	$P_s$
N	بردار نیروی متمرکز	$P_c$
N/m <sup>2</sup>	بردار تنش	$\sigma$
-	بردار کرنش	$\epsilon$
Pa	ماتریس الاستیک ماده	$D$
J	انرژی کرنشی	$\Pi$
J	کار نیروهای خارجی	$\bar{W}$
J	انرژی جنبشی	$T$
kg/m <sup>3</sup>	چگالی	$\rho$
-	ماتریس توابع شکل	$N_u$
-	اپراتور ماتریسی کرنش - جابه‌جایی	$B_u$
m <sup>3</sup>	حجم صفحه	$V$
m <sup>2</sup>	سطح جانبی صفحه	$S$
m <sup>3</sup>	حجم ناحیه‌ی محافظ	$\Omega$
m <sup>2</sup>	سطح جانبی ناحیه‌ی محافظ	$\Gamma$
kg	ماتریس جرم محلی	$m_{uu}$
N/m	ماتریس سفتی محلی	$k_{uu}$

N	بردار بار محلی	$f$
kg	ماتریس جرم کلی	$M_{uu}$
N/m	ماتریس سفتی کلی	$K_{uu}$
N	بردار نیروی کلی	$F$
J	انرژی جنبشی در مبحث پیزوالکتریک	$\bar{k}$
J	انرژی پتانسیل در مبحث پیزوالکتریک	$\bar{\Pi}$
-	بردار کرنش در مبحث پیزوالکتریک	$\bar{S}$
N/m <sup>2</sup>	بردار تنش در مبحث پیزوالکتریک	$\bar{T}$
N/C	بردار میدان الکتریکی	$\bar{E}$
C/m <sup>2</sup>	بردار جابه‌جایی الکتریکی	$\bar{D}$
J	کار حاصل از نیروهای خارجی و بار سطحی	$\bar{W}$
C	بار سطحی	$\bar{Q}$
V	پتانسیل الکتریکی	$\bar{\Phi}$
V	بردار پتانسیل الکتریکی گره‌های درون ناحیه‌ی محافظ	$\bar{\Phi}_i$
V	بردار پتانسیل الکتریکی تمام گره‌های سازنده‌ی صفحه	$\bar{\bar{\Phi}}_i$
m	بردار دامنه‌های ارتعاش صفحه (۳×۱)	$\bar{U}$
rad/s	فرکانس طبیعی	$\omega$
m	بردار دامنه‌های ارتعاش گره‌های درون ناحیه‌ی محافظ (۳n×۱)	$\bar{\bar{U}}$
m	بردار دامنه‌های ارتعاش تمام گره‌های سازنده‌ی صفحه (۳N×۱)	$\hat{U}$
-	کسر حجمی فلز	$v_m$
-	کسر حجمی سرامیک	$v_c$
Pa	ضرایب لامه	$\lambda, \mu$



Pa	مدول بالک	$K$
s	گام زمان	$\Delta t$
s , 1/s	ضرایب متناسب با جرم و سفتی در مستهلک کننده‌ی رایلی	$\bar{a}, \bar{b}$
-	پارامترهای روش نیومارک بتا	$\alpha, \beta$
-	توان‌های کسر حجمی	$l_x, l_y, l_z$
-	فرکانس طبیعی بی‌بعد	$\bar{\omega}$
rad/s	فرکانس نیروی تحریک هارمونیکی	$\hat{\omega}$

**فصل اول:**

**کلیات و مروری بر تحقیقات**

**گذشته**

صفحه یک المان سازه‌ای سه بعدی است که یک بعد آن نسبت به دو بعد دیگر نسبتاً کوچکتر است و ساختاری مسطح دارد. صفحات المان‌های ساختاری مهمی هستند که در کاربردهای مهندسی فراوانی نظیر ساخت صفحات بتنی کف، در ساختار سفینه‌های فضایی و موشک‌ها، در سازه‌های نیروی دریایی از جمله کشتی‌ها و زیردریایی‌ها، در ساخت قطعات و بدنه ماشین‌ها و نیز در ساختار مخازن و توربین‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. اخیراً مواد با تابع هدفمند با توجه به خصوصیات منحصر به فرد خود از جمله قابلیت تحمل بارهای مکانیکی و حرارتی بالا و تغییر پیوسته و ملایم خواص در جهت‌های دلخواه، برای برآوردن نیاز صنایع گوناگون مورد استفاده قرار گرفته‌اند. با توجه به کاربرد وسیع صفحات در صنایع، که ضرورت شناخت و طراحی صحیح آنها را ایجاب می‌کند، بررسی رفتار مکانیکی و خصوصاً تحلیل فرکانسی<sup>۱</sup> و تحلیل دینامیکی<sup>۲</sup> صفحات بسیار حائز اهمیت است. اما توجه به دو نکته اساسی ضروری است. اول اینکه در اکثر کارهای انجام‌شده از تئوری‌های ساده‌شده‌ی صفحات نظیر تئوری کلاسیک صفحه<sup>۳</sup> و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول<sup>۴</sup> استفاده شده است. که در صورت افزایش ضخامت صفحه منجر به بروز خطا در نتایج خواهد شد. در این صورت استفاده از تئوری سه‌بعدی الاستیسیته<sup>۵</sup> مناسب‌تر خواهد بود. دوم اینکه جهت استفاده مناسب از ماده جدید با تابع هدفمند<sup>۶</sup> در صنایع مختلف، شناخت رفتار مکانیکی آن امری ضروری است. اخیراً مواد پیزوالکتریک<sup>۷</sup> برای ساخت سازه‌های هوشمند<sup>۸</sup>، بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. شناخت خصوصیات و همچنین روابط حاکم بر آنها گام مهمی در جهت طراحی و کاربرد مناسب سازه‌هایی از این جنس است. روش‌های عددی بدون المان<sup>۹</sup> برای حل مسائل دوبعدی و سه‌بعدی، اخیراً بسیار مورد توجه محققین قرار گرفته است.

---

1 Frequency Analysis

2 Dynamic Analysis

3 Classical Plate Theory

4 First Order Shear Deformation Theory

5 Three Dimensional Elasticity Theory

6 Functionally Graded Material

7 Piezoelectric material

8 Smart structures

9 Meshless Method

## ۱-۲ - مواد با تابع هدفمند

مواد با مقاومت مکانیکی بالا و وزن کم همواره توجه مهندسين و محققين را به خود جلب کرده‌اند. چرا که مواد با این مشخصات نیاز روزافزون صنایع مختلف از جمله هوا و فضا، حمل‌ونقل، ساختمان و موارد متعدد دیگر هستند. آلیاژها و مواد کامپوزیتی بسیاری جهت استفاده در این صنایع ارائه شده است. کامپوزیت‌ها موادی هستند که نسبت مقاومت مکانیکی به وزن بالایی دارند اما مقاومت کم آنها در برابر بارهای بزرگ و لایه‌لایه‌شدگی<sup>۱</sup> استفاده از آنها را در بسیاری از صنایع مذکور با مشکل مواجه می‌سازد. خصوصاً در مواردی که بارهای حرارتی قابل توجهی به سازه وارد می‌شود، امکان استفاده از کامپوزیت‌ها به دلیل احتمال جدا شدن ماتریس‌ها و فیبرها، ناشی از عدم مطابقت خواص مکانیکی و نیز ایجاد تنش‌های پسماند ناشی از تفاوت در ضرایب انبساط حرارتی<sup>۲</sup> ماتریس‌ها و فیبرها بسیار محدود خواهد شد.

این خصوصیات نامطلوب در صورت تغییر ملایم خواص مواد به خصوص در جهت ضخامت برطرف خواهد شد. بنابراین ایده ساخت ماده جدیدی که ظرفیت بالایی برای تحمل بار مکانیکی و حرارتی داشته و خواص آن به طور تدریجی و پیوسته در داخل ماده تغییر کند، منجر به ارائه ی مواد با تابع هدفمند در سال ۱۹۸۰ گردید (چن و جیائو<sup>۳</sup>، ۲۰۰۷). مواد با تابع هدفمند نوع جدیدی از مواد کامپوزیت غیرهمگن می‌باشند که از حداقل دو فاز مختلف ماده، معمولاً فلز و سرامیک، ساخته می‌شوند. به طوریکه کسرهای حجمی<sup>۴</sup> مواد سازنده به طور پیوسته در طول بعد مشخصی تغییر می‌کند. در مقیاس ماکروسکوپی مواد با تابع هدفمند، ناهمسانگرد<sup>۵</sup> و ناهمگن<sup>۶</sup> هستند و خواص مکانیکی آنها به‌طور پیوسته و طبق یک تابع معین در فضا تغییر می‌کند. در مقایسه با مواد کامپوزیتی لایه‌ای، در مواد با تابع هدفمند تغییر ناگهانی در خواص ماده در واسط بین دو لایه که منجر به تنش‌های برشی بین لایه‌ای بزرگ و در نتیجه لایه‌لایه‌شدگی می‌شود وجود ندارد. مواد با تابع هدفمند با استفاده از مقاومت مکانیکی فلز و مقاومت حرارتی سرامیک، در شرایط محیطی با دمای بالا قابل استفاده هستند. از دیگر مزایای مواد با تابع هدفمند نسبت به سایر مواد غیرهمگن، می‌توان به مقاومت بالای شکست و ضریب تمرکز تنش پایین آن اشاره کرد. مواد با تابع هدفمند اغلب به عنوان ساختارهای صفحه‌ای عایق گرما که تحت محیط‌های دما بالا هستند استفاده می‌شوند (ردی<sup>۷</sup>، ۲۰۰۰).

---

1 delaminating

2 Coefficients of thermal expansion

3 Chen & Zhao

4 Volume fractions

5 Anisotropic

6 Inhomogeneous

7 Reddy