

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## بسمه تعالی



مدیریت تحصیلات تکمیلی

### تعهدنامه اصالت اثر

اینجانب **زهرا محتشم** متعهد می‌شوم که مطالب مندرج در این پایان‌نامه حاصل کار پژوهشی اینجانب است و دستاوردهای پژوهشی دیگران که در این پژوهش از آنها استفاده شده است، مطابق مقررات ارجاع و در فهرست منابع و مأخذ ذکر گردیده است. این پایان‌نامه قبلاً برای احراز هیچ مدرک هم سطح یا بالاتر ارائه نشده است. در صورت اثبات تخلف (در هر زمان) مدرک تحصیلی صادر شده توسط دانشگاه از اعتبار ساقط خواهد شد.

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی می‌باشد .

**زهرا محتشم**

امضاء:



دانشکده علوم پایه

## نقش تعریف در یادگیری ریاضی

نگارش:

زهرا محترم

استاد راهنما: خانم دکتر سهیلا غلام آزاد

استاد مشاور: آقای دکتر ابراهیم ریحانی

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته آموزش ریاضی

فروردین ماه 1391

## تأییدیه هیات داوران

شهید گمنام یعنی همنشینی دو فضیلت دست نیافتنی؛ شهادت و گمنامی

### تقدیم به:

هرچند ناچیزتر از آن است که شایسته‌ی تقدیم به محضر ایشان باشد به پاس خون‌های پاک و مطهر شهدای گمنام این سرزمین، این نوشتار را پیشکش می‌کنم به محضر شهدای گمنامی که حضور قدسی‌شان فضای دانشگاه را معطر ساخته و خروش روحانی‌شان تا ابد سرافرازی، عزت و آزادی را برای این سرزمین پیام‌آور شده است.

## تقدیر و تشکر

سپاس خداوند بی‌همتا را که توفیق انجام این پژوهش را به من عنایت فرمود .

از زحمات بی‌شائبه‌ی مادرم قدردانی می‌کنم او که با حضور دائمش همواره در همه‌ی امور تکیه‌گاه من است.

از استاد راهنما دکتر سهیلا غلام‌آزاد به پاس راهنمایی‌های ارزنده‌ی ایشان، که بی‌شک بدون راهنمایی ایشان نتیجه‌ای حاصل نمی‌شد، نهایت تشکر و قدردانی را دارم.

از استاد مشاور دکتر ابراهیم ریحانی که با رهنمودهای ارزشمند خویش در تهیه و تدوین این رساله نقش به‌سزایی داشتند، سپاس‌گذارم.

از اساتید گرامی دکتر زهرا گویا و دکتر منیره‌ی اکبری که مسئولیت مطالعه و داوری این پایان‌نامه را به عهده داشتند تشکر می‌کنم.

از راهنمایی‌های دوست خوبم شقایق شریف‌پور و همچنین از دانش‌آموزان خوبم در سال دوم دبیرستان مطهره و دبیرستان ام‌سلمه که در انجام کار میدانی این پژوهش صمیمانه همکاری کردند کمال تشکر را دارم.

## چکیده

در این پژوهش ما اهمیت نقش تعریف در یادگیری ریاضی را نشان می‌دهیم. برای این منظور ما از مفهوم مثال‌های تولید شده برای تعریف، انتخاب‌های دانش‌آموزان از تعاریف مختلف مفهوم و دلایل آنها برای این انتخاب‌ها و نحوه‌ی استفاده از تعریف مفهوم در حل مساله و اثبات، برای بررسی نقش تعریف در یادگیری مفهوم استفاده می‌کنیم. ما در سه مرحله و سه پرسشنامه در اختیار دانش‌آموزان سال دوم متوسطه در رشته‌ی تجربی یا دانش‌آموزان سال دوم متوسطه در رشته‌ی ریاضی قرار می‌دهیم. داده‌های حاصل از پرسشنامه‌ی اول، شامل عبارت‌هایی است، که دانش‌آموزان برای تعریف عدد زوج ایجاد کردند. داده‌های حاصل از پرسشنامه‌ی دوم، انتخاب‌های دانش‌آموزان از تعاریف مختلف عدد زوج و همچنین دلایل آنها برای پذیرش یا رد یک تعریف عدد زوج را نشان می‌دهد، و پرسشنامه‌ی سوم عملکرد دانش‌آموزان در بکارگیری تعریف عدد زوج در حل مساله یا اثبات را نشان می‌دهد. چارچوب کلی تحلیل داده‌ها مدل شناختی تال و وینر است، علاوه بر این در بررسی پاسخ‌ها به پرسشنامه‌ی اول، چارچوبی با شش رده‌ی، تعریف مبتنی بر چگونگی ساخت عدد زوج، تعریف مبتنی بر بیان مثال، تعریف مبتنی بر بیان ویژگی‌های عددزوج، تعاریف رسمی، تعریف مبتنی بر رسم شکل و گزاره‌های نامفهوم ایجاد شد، که در تحلیل این پرسشنامه بکار گرفته شد. همچنین این پژوهش، یک مدل از فرایند یادگیری با سه مولفه‌ی قابلیت ارائه‌ی مفهوم، قابلیت تشخیص مفهوم، قابلیت کاربرد مفهوم در حل مساله و اثبات ایجاد کرد. نتایج این مطالعه نقش ارائه‌ی تعریف یک مفهوم در درک و کاربرد آن و همچنین بعضی بدفهمی‌های دانش‌آموزان درباره‌ی مفهوم را نشان می‌دهد.

**کلمات کلیدی:** نقش تعریف در یادگیری ریاضی، تصور مفهوم، تعریف مفهوم

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
أ.....	تأییدیه هیات داوران.....
ب.....	تقدیم به.....
ت.....	تقدیر و تشکر.....
ث.....	چکیده.....
ج.....	فهرست مطالب.....
د.....	فهرست جدول‌ها.....
د.....	فهرست شکل‌ها.....
ذ.....	فهرست پیوست‌ها.....
<b>فصل اول: طرح مسئله</b>	
2.....	1-1 مقدمه.....
3.....	2-1 عنوان تحقیق.....
3.....	3-1 بیان مسئله.....
5.....	4-1 اهمیت و ضرورت موضوع.....
6.....	5-1 اهداف تحقیق.....
6.....	2-5-1 اهداف کلی تحقیق.....
6.....	2-5-1 اهداف جزئی تحقیق.....
7.....	6-1 سوالات تحقیق.....
7.....	7-1 قلمرو تحقیق.....
7.....	1-7-1 قلمرو موضوعی تحقیق.....
7.....	1-7-1 قلمرو مکانی تحقیق.....
8.....	2-7-1 قلمرو زمانی تحقیق.....
8.....	8-1 تعاریف واژه‌ها، مفاهیم و متغیرها.....
8.....	1-8-1 تعاریف نظری.....
9.....	2-8-1 تعاریف عملیاتی.....
<b>فصل دوم: مروری بر ادبیات موضوع</b>	
11.....	1-2 مقدمه.....
11.....	2-2 تعریف چیست؟.....
12.....	1-2-2 انواع تعریف.....
13.....	3-2 سیر تاریخی تعریف.....
15.....	4-2 نقش‌ها و ویژگی‌های تعریف.....



## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
16	5-2 ضرورت‌ها و زیبایی یک تعریف
17	1-5-2 معیار سلسله‌مراتبی
17	2-5-2 معیار وجود
18	3-5-2 معیار هم‌ارزی
19	4-5-2 معیار مبتنی بر اصل موضوع بودن
19	5-5-2 معیار اختصار
20	6-5-2 معیار زیبایی
21	7-5-2 معیار تناقض‌نمایی
22	6-2 رده‌بندی برای تعریف
23	1-6-2 تعریف توصیفی و تعریف ترسیمی
26	2-6-2 رده‌بندی تکوینی و رده‌بندی از طریق خواص
26	3-6-2 رده‌بندی رویه‌ای و ساختاری
27	7-2 رویکرد رسمی و مشکلات
28	8-2 مدل تصور مفهوم و تعریف مفهوم
28	1-8-2 تصور مفهوم، تعریف مفهوم و تشکیل مفهوم
32	2-8-2 نقش مدل وینر و مفاهیم مرتبط به آن در آموزش ریاضی
33	3-8-2 مطالعه‌ی وینر (1976) درباره‌ی مفهوم تعریف
35	9-2 مروری بر مطالعات انجام شده در زمینه‌ی تعریف در سال‌های اخیر
35	1-9-2 درک دانش‌آموزان از مفهوم تعریف: شیر و زاسلاوسکی (2005)
36	2-9-2 دانش‌موضوعی معلمان آینده: زاسکین و لیکین (2008)
37	3-9-2 تعریف کردن به عنوان یک فعالیت ریاضی: زندیه و راسماسن (2010)
38	4-9-2 مدلی برای یادگیری یک مفهوم
39	5-9-2 نتیجه‌گیری
<b>فصل سوم: روش تحقیق</b>	
41	1-3 مقدمه
42	2-3 اهداف تحقیق
42	1-2-3 اهداف کلی تحقیق
42	2-2-3 اهداف جزئی تحقیق
42	3-3 سوالات تحقیق
42	4-3 روش و طرح تحقیق

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
43	5-3 فرایند تحقیق.....
43	1-5-3 مطالعات کتابخانه‌ای.....
43	2-5-3 مطالعات میدانی.....
44	6-3 شرکت کنندگان.....
44	7-3 انتخاب دانش‌آموزان.....
44	8-3 مراحل اجرای تحقیق.....
44	1-8-3 مرحله‌ی اول.....
45	2-8-3 مرحله‌ی دوم.....
45	3-8-3 مرحله‌ی سوم.....
45	4-8-3 مرحله‌ی چهارم.....
46	9-3 فرایند تهیه‌ی پرسشنامه.....
46	1-9-3 پرسشنامه‌ی اول.....
46	2-9-3 پرسشنامه‌ی دوم.....
47	3-9-3 پرسشنامه‌ی سوم.....
47	10-3 روش تجزیه و تحلیل داده‌ها.....
47	1-10-3 مدلی برای یادگیری.....
48	2-10-3 تحلیل داده‌ها.....
<b>فصل چهارم: تجزیه و تحلیل داده‌ها</b>	
50	1-4 مقدمه.....
50	2-4 چارچوبی برای تحلیل.....
51	1-2-4 تعریف مبتنی بر چگونگی ساخت عدد زوج.....
51	2-2-4 تعریف مبتنی بر بیان ویژگی‌های عدد زوج.....
51	3-2-4 تعریف مبتنی بر بیان مثال.....
51	4-2-4 تعریف رسمی.....
51	5-2-4 تعریف مبتنی بر رسم شکل.....
52	6-2-4 گزاره‌های نامفهوم.....
52	3-4 یافته‌ها.....
52	1-3-4 یافته‌های حاصل از پرسشنامه‌ی اول.....
57	2-3-4 یافته‌های حاصل از پرسشنامه‌ی دوم.....
63	3-3-4 یافته‌های حاصل از پرسشنامه‌ی سوم.....
67	4-4 چند بررسی موردی.....

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
77	5-4 نتیجه‌گیری.....
	<b>فصل پنجم: جمع بندی و پیشنهاد برای تحقیقات آتی</b>
79	1-5 مقدمه.....
79	2-5 سوالات تحقیق.....
80	3-5 پاسخ به سوالات تحقیق.....
82	4-5 بحث و نتیجه‌گیری.....
83	5-5 محدودیت‌های پژوهش.....
84	6-5 پیشنهادها.....
84	7-5 پژوهش‌های آینده.....
	<b>فهرست جدول‌ها</b>
53	جدول 1-4: توزیع پاسخ‌های دانش‌آموزان به پرسشنامه‌ی اول.....
56	جدول 2-4: درصدهای مربوط به پرسشنامه‌ی اول.....
57	جدول 3-4: توزیع پاسخ‌های دانش‌آموزان به سوالات اول، دوم و سوم.....
64	جدول 4-4: توزیع پاسخ‌های دانش‌آموزان به مساله‌ی 1.....
66	جدول 5-4: توزیع پاسخ‌های دانش‌آموزان به مساله‌ی دوم.....
	<b>فهرست شکل‌ها</b>
2	شکل 1-1: مثال‌هایی از مثلث در زندگی روزمره و نه در ریاضی.....
15	شکل 1-2: مولفه‌های مفهوم یک تعریف ریاضی.....
15	شکل 2-2: مثلث‌ها.....
21	شکل 3-2: چهارضلعی‌های محدب.....
24	شکل 4-2: نحوه‌ی شکل‌گیری انواع تعاریف.....
25	شکل 5-2: چگونگی تعمیم یا تخصیص.....
30	شکل 6-2: شکل اول مدل وینر.....
30	شکل 7-2: شکل دوم مدل وینر.....
31	شکل 8-2: شکل سوم مدل وینر.....
31	شکل 9-2: شکل چهارم مدل وینر.....
31	شکل 10-2: شکل پنجم مدل وینر.....
32	شکل 11-2: شکل ششم مدل وینر.....
33	شکل 12-2: نمایش عوامل موثر در یک تعریف ریاضی.....
39	شکل 13-2: سطوح یادگیری مفهوم.....

## فهرست مطالب

صفحه

عنوان

### فهرست پیوست‌ها

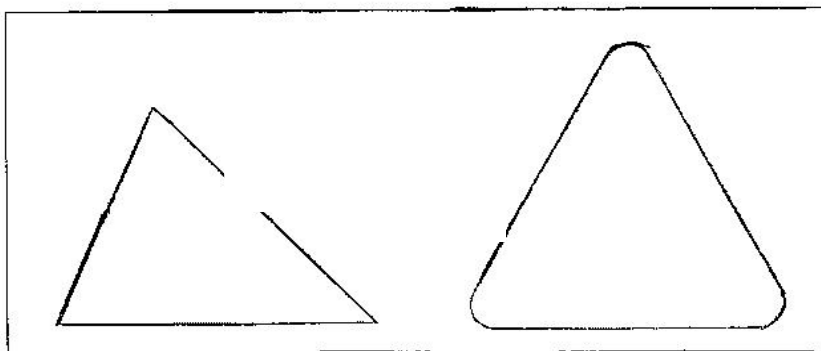
87.....	پیوست 1: پرسشنامه‌ی اول.....
88.....	پیوست 2: نمونه پاسخ دانش‌آموزان به پرسشنامه‌ی اول.....
89.....	پیوست 3: پرسشنامه‌ی دوم.....
90.....	پیوست 4: نمونه پاسخ دانش‌آموزان به پرسشنامه‌ی دوم.....
91.....	پیوست 5: پرسشنامه‌ی سوم.....
92.....	پیوست 6: نمونه پاسخ دانش‌آموزان به پرسشنامه‌ی سوم.....
93.....	فهرست منابع و مراجع.....
.....	چکیده‌ی انگلیسی.....

فصل اول

طرح مساله

## 1-1 مقدمه

تفکر ریاضی‌وار بیشتر از آنکه به معنی تبدیل هر چیزی به نمادها و معادلات (حتی اگر امکان داشته باشد) باشد، نیازمند بیان کلامی دقیق است. لذا رسمیت ریاضیات معمولاً با نحوه‌ی ارائه‌ی آن در قالب تعریف، قضیه، اثبات مرتبط می‌باشد. از این رو مرحله‌ی اول در یادگیری ارتباطات رسمی در ریاضی، یادگیری تعاریف است (جیمسون<sup>1</sup>، 1999). لذا تعریف، یک مولفه‌ی اساسی از دانش ریاضی و یادگیری تعریف، مساله‌ی اساسی آموزش ریاضی است. تعاریف در ساختار اصل موضوعی ریاضی که ریاضیات را مشخص می‌کند، اهمیت اساسی دارند، و اغلب به عنوان ابزاری برای درک موثر یک مفهوم معین بکار می‌روند. البته باید توجه داشت که درمقایسه با زندگی روزمره، نقش تعاریف در ریاضی اساسی است، چرا که مفاهیم روزمره همیشه بطور یگانه‌ای تعبیر نمی‌شوند، در نتیجه مرزبندی مفاهیم قطعی نیست. درحالی‌که مفاهیم ریاضی بطور صریح در تعاریف رسمی مشخص می‌شوند. به عنوان مثالی برای این قطعیت که همیشه تمایز آن روشن نیست تصویر زیر ارائه می‌شود:



شکل 1-1: مثال‌هایی از مثلث در زمینه‌ی روزمره که در ریاضی مثلث محسوب نمی‌شوند (روسکین و رولکا، 2007)

<sup>1</sup> Jamison

رده‌بندی فوری هر دو شکل به عنوان مثلث، ظرفیت ذهن ما و شکل‌گیری مشکلاتی در سطح ریاضیات رسمی را توصیف می‌کند (روسکین<sup>1</sup> و رولکا<sup>2</sup>، 2007). بنابراین چگونگی شکل‌گیری مفهوم ریاضی با فرایند تفکر انسان تفاوت دارد و بیشتر از طریق رهیافت‌ها<sup>3</sup> هدایت می‌شود (ورسکی<sup>4</sup> و کیمن<sup>5</sup>، 1974؛ نقل‌شده در روسکین و رولکا، 2007). برای روشن کردن نقشی که ساختار مفهومی شخص دارد، تال و وینر<sup>6</sup> (1991) مدل تصور مفهوم<sup>7</sup> و تعریف مفهوم<sup>8</sup> را ارائه دادند. تعامل بین شکل-گیری ذهنی مفاهیم ریاضی، و تعاریف رسمی از این مفاهیم با بکارگیری این مدل مورد بحث قرار می‌گیرد. در پژوهش حاضر ما نشان می‌دهیم، چگونه این مدل می‌تواند برای تحلیل درک دانش‌آموزان از یک مفهوم خاص بکار رود. نقل‌قول زیر از ویلسون<sup>9</sup> (1990، نقل‌شده در شیر و زاسلاوسکی، 2001)، انگیزه‌ی مطالعه‌ی حاضر را تا حدی بیان می‌کند: «گرچه ما دائماً از تعاریف استفاده می‌کنیم ولی به ندرت درباره‌ی طبیعت تعاریف تامل داشته‌ایم، و توافق کمی درباره‌ی آنچه یک تعریف خوب تشکیل می‌دهد، وجود دارد». در این راستا پژوهش حاضر به دنبال بررسی نقش تعریف در یادگیری ریاضی می‌باشد. زمینه‌ای که برای این منظور در نظر گرفته می‌شود، ویژگی زوجیت عدد است. شناسایی اعداد زوج و فرد مهارت مهمی است که دانش‌آموزان از سال‌های اولیه آموزش مدرسه‌ای با آن آشنا شده و در تحصیل ریاضی و حتی زندگی روزمره، به آن نیاز دارند.

## 2-1 عنوان تحقیق

نقش تعریف در یادگیری ریاضی

## 3-1 بیان مسئله

یکی از قدیمی‌ترین مشکلات که در آموزش ریاضی شناسایی شده است درک ضعیف دانش‌آموزان از منطق یا / و مفاهیم ریاضی و تعاریف آنهاست (هارت<sup>10</sup>، 1986؛ مور<sup>11</sup>، 1994، نقل‌شده در ادوارد<sup>12</sup> و

---

<sup>1</sup> Rosken

<sup>2</sup> Rolka

<sup>3</sup> Heuristic Strategies

<sup>4</sup> Tversky

<sup>5</sup> Kahneman

<sup>6</sup> Tall & Vinner

<sup>7</sup> Concept Image

<sup>8</sup> Concept Definition

<sup>9</sup> Wilson

<sup>10</sup> Hart

<sup>11</sup> Moore

<sup>12</sup> Edwards

وارد<sup>1</sup>، 2008). تحقیقات در آموزش ریاضی بطور مکرر نشان داده است که دانش‌آموزان دبیرستانی و فارغ‌التحصیلان برای درک تعاریف جدید و کاربرد تعاریف بطور مناسب مشکلاتی دارند و همچنین از نقش تعاریف در حل مساله و ایجاد اثبات‌ها آگاهی ندارند (دالبرگ<sup>2</sup> و هاوسمن<sup>3</sup>، 1997؛ ادواردز و وارد، 2004؛ زاسلاوسکی<sup>4</sup> و شیر<sup>5</sup>، 2005؛ به نقل از زاسکین<sup>6</sup> و لیکین<sup>7</sup>، 2008). درک محدود مفاهیم بطور عمده به آنچه تال و وینر (1981) ناهماهنگی بین "تعریف رسمی مفهوم" و "تصورات دانش-آموزان از مفهوم"، شناسایی کرده‌اند، مربوط می‌شود. با در نظر گرفتن اینکه چگونه مفاهیم بطور سنتی تدریس شده‌اند، یک دانش‌آموز ممکن است برای حفظ کردن یک تعریف، که تعریف مفهوم نامیده می‌شود، تشویق شود. از سوی دیگر هنگامی که سعی می‌کند، یک مفهوم را به یاد آورد، آنچه به ذهن او می‌رسد تعریف مفهوم نیست. یک دانش‌آموز به جای تعریف مفهوم، معمولا تجارب قبلی با نمودارها، ویژگی‌ها و مثال‌های وابسته با مفهوم را به یاد می‌آورد. همه‌ی این تجارب تصور مفهوم را بوجود می‌آورد (گاتیرز<sup>8</sup> و جیم<sup>9</sup>، 1999؛ به نقل از کانینگهام و رابرت، 2010). تصور مفهوم بعضی از دانش‌آموزان ممکن است به یک تصور نوعی محدود شود و اتکا کامل به آن می‌تواند درک آنها را تحت تاثیر قرار دهد (وینر و هرشکوویتز<sup>10</sup>، 1980؛ به نقل از رابرتس<sup>11</sup> و کانینگهام<sup>12</sup>، 2010). بنابراین زمانی که دانش‌آموزان با یک مفهوم قدیمی در یک زمینه‌ی جدید مواجه می‌شوند بر اساس تصور مفهوم، با همه‌ی فرض‌های مبهمی که از زمینه‌های قبلی کسب شده است به فعالیت پاسخ می‌دهند. اگر تصور بر اساس تجربه‌ای شکل گرفته باشد که با تعریف رسمی متناقض باشد، می‌تواند به پاسخی منجر شود، که با تعریف رسمی مغایرت دارد. بنابراین هرچند تعاریف رسمی به شکل‌گیری تصور مفهوم کمک می‌کنند، اما درک مفهوم را ضمانت نمی‌کنند. در واقع زمانی که یادگیرندگان تصورات مفهوم یا درک ذهنی خود از مفاهیم ریاضی را شکل دادند تعاریف غیرضروری می‌شوند. اکثر دانش‌آموزان هنگام حل مساله تعاریف را بکار نمی‌برند. مطالعات لینچوسکی<sup>13</sup> و دیگران (1992) نشان می‌دهد که حتی بعضی از دانشجویان معنی تعریف مفهوم را نمی‌دانند (آتورپس، 2006). گرچه مفاهیم در تدریس ریاضی بصورت ساختاری، یعنی کاربردی معرفی می‌شوند، مطالعات تجربی نشان داده‌اند دانش‌آموزان مفاهیم ریاضی را بطور عملی به عنوان فرایند تفسیر می‌کنند (وینر و دریفوس<sup>14</sup>، 1989؛ اسفارد<sup>15</sup>، 1989؛ به نقل از آتورپس<sup>16</sup>، 2006) از طرفی بدلیل غلبه‌ی عادت‌های فکری روزمره، افراد از ضرورت استفاده از تعاریف رسمی آگاهی ندارند و همچنین در بیشتر موارد تنها ارجاع به تصور مفهوم کارساز است،

<sup>1</sup> ward

<sup>2</sup> Dahlberg

<sup>3</sup> Housman

<sup>4</sup> Zaslavsky

<sup>5</sup> Shir

<sup>6</sup> Zazkin

<sup>7</sup> Leikin

<sup>8</sup> Gutierrez

<sup>9</sup> Jaime

<sup>10</sup> Hershkowitz

<sup>11</sup> Roberts

<sup>12</sup> Cunningham

<sup>13</sup> Linchevsky

<sup>14</sup> Dreyfus

<sup>15</sup> Asfard

<sup>16</sup> Attorps



بنابراین تنها مسائل غیرروتین نظیر شناسایی مثال‌ها و غیرمثال‌های یک مفهوم معین، حل مساله و اثبات‌های ریاضی است که می‌تواند دانش‌آموزان را به کاربرد تعریف مفهوم رسمی تشویق کند (وینر، 1991). این در حالی است که به نظر می‌رسد، تعداد زیادی از دانش‌آموزان تعاریفی که برای انجام تکالیف ریاضی نظیر اثبات قضایا نیاز دارند را نمی‌دانند. در نتیجه برای حل مساله، اغلب از دانش‌آموزان خواسته می‌شود که تعاریف مربوطه را حفظ کنند و گاهی اوقات امتیازاتی در بررسی برای تکرار این تعاریف به آنها داده می‌شود. اما تحقیقات نشان داده است، که تنها دانستن تعاریف کافی نیست. به عنوان مثال ادواردز (1997، به نقل از ادواردز و وارد، 2004) دریافت که حتی زمانی که تعاریف در مقابل دانشجویان قرار دارد تعداد زیادی از آنها با کاربرد تعاریف در یک روش ریاضی مشکلاتی داشتند. با توجه به اهمیت موضوع، پژوهش حاضر به دنبال بررسی دریافت دانش‌آموزان، از تعریف یک مفهوم ریاضی می‌باشد. توضیحات و توجیحات دانش‌آموزان درباره‌ی مفهوم عدد زوج راهنمای ما در این بررسی خواهد بود.

#### 4-1 اهمیت و ضرورت تحقیق

یک تعریف راهی است برای ایجاد هماهنگی در معنی مفاهیم، ابزاری است برای ارتباط بین انسان‌ها و همچنین مبنایی برای حل مساله و اثبات به شمار می‌رود (شیر و زاسلاوسکی، 2001). تعاریف ریاضی در ساختار اصل موضوعی که ریاضیات را مشخص می‌کند، اهمیت اساسی دارند. تعاریف اغلب به عنوان ابزاری برای درک موثر یک مفهوم معین بکار می‌روند. یادگیری تعاریف برای انجام ریاضی ضروری هستند، بنابراین به نظر می‌رسد نقش تعاریف در آموزش ریاضی باید بطور روشن آشکار شود. به هر حال به گفته‌ی وینر (1991) "نقش تعریف در تفکر ریاضی در زمینه‌های رسمی تا حدی نادیده گرفته شده است، در حالیکه مطمئن نیستیم که این عمل به دلیل بدیهی بودن آن است یا به عمد از آن چشم‌پوشی شده است." نقش‌های اساسی که به تعاریف نسبت داده می‌شود (به نقل از زاسلاوسکی<sup>1</sup> و شیر<sup>2</sup>، 2005) شامل (1) معرفی اشیا نظریه و دریافت اساس مفهوم و بیان خواص مشخص‌کننده‌ی آن (ماریوتی<sup>3</sup> و فیزبن<sup>4</sup>، 1997؛ پیم<sup>5</sup>، 1993؛ ریسلند<sup>6</sup>، 1978). (2) ترکیب مولفه‌های اساسی برای تشکیل مفهوم (کلوزمایر<sup>7</sup> و فلدمن<sup>8</sup>، 1975؛ سودر<sup>9</sup>، 1980؛ وینر، 1991؛ ویلسون<sup>10</sup>،

---

<sup>1</sup> Zaslavsky

<sup>2</sup> Shir

<sup>3</sup> Mariotti

<sup>4</sup> Fischbein

<sup>5</sup> Pimm

<sup>6</sup> Rissland

<sup>7</sup> Klausmeier

<sup>8</sup> Feldman

<sup>9</sup> Sowder

<sup>10</sup> Wilson

1990)؛ (3) بناکردن مبنایی برای اثبات‌ها و حل‌مساله (مور<sup>1</sup>، 1994؛ وبر<sup>2</sup>، 2002)؛ (4) ایجاد هماهنگی در معنی مفاهیم، که انتقال آسان ایده‌های ریاضی را امکان‌پذیر می‌کند (بوراسی<sup>3</sup>، 1992). از بین موضوعات مطرح شده درباره‌ی تعاریف، ایده‌ی تعریف مفهوم و تصور مفهوم و درک تعاریف ریاضی در این تحقیق مورد توجه قرار گرفته است. ادبیات پیشینه روشن می‌کند که تصورات مفهوم، به خوبی (بطور مناسب) به تعاریف مفهوم متصل نمی‌شوند و دانش‌آموزان برای استفاده از تعاریف در اثبات، حل‌مساله و غیره مشکلاتی دارند. هرچند همانطور که دی‌ویلیبیرز (1998، ص 248 تا 255) بیان می‌کند:

ساخت تعاریف (تعریف کردن) یک فعالیت ریاضی است که، کم‌اهمیت‌تر از فعالیت‌های دیگر نظیر حل‌مساله، حدسیه‌سازی، تعمیم، خاص کردن، اثبات و غیره نیست. اما عجیب است، که در بیشتر مواقع در تدریس ریاضیات نادیده گرفته شده است."

شواهد آشکار می‌کند که، پیشنهاد درگیر کردن دانش‌آموزان در تعریف کردن می‌تواند به آنها برای غلبه بر این مشکلات کمک کند (وبر و لارسن<sup>4</sup>، 2008). همچنین کلاین<sup>5</sup> و فرودنتال<sup>6</sup> معتقد بودند، اگر دانش‌آموزان در ایجاد ریاضی از جمله تعاریف از ابتدا تا پایان درگیر شوند، آن را بهتر درک خواهند کرد. از نظر آنها این در واقع یک روش عالی برای یادگیری ریاضی است بدلیل اینکه دانش‌آموزان می‌توانند تصور بهتری از آنچه ریاضی است، داشته باشند (می‌یر<sup>7</sup> و مارتینو<sup>8</sup>، 1996).

## 5-1 اهداف تحقیق

### 1-5-1 اهداف کلی

- بررسی جایگاه تعریف در ریاضیات مدرسه‌ای
- بررسی نقش تعریف در یادگیری مفاهیم ریاضی

---

<sup>1</sup> Moore

<sup>2</sup> Weber

<sup>3</sup> Borasi

<sup>4</sup> Larsen

<sup>5</sup> Klein

<sup>6</sup> Fruedental

<sup>7</sup> Maher

<sup>8</sup> Martino

## 2-5-1 اهداف جزئی

- بررسی درک دانش‌آموزان از مفهوم عدد زوج
- بررسی نقش تعریف عدد زوج در یادگیری این مفهوم

## 1-6 سوالات تحقیق

- سوال 1- جایگاه و نقش تعریف در ریاضیات مدرسه‌ای چیست؟
- سوال 2- ارائه‌ی تعریف مفاهیم ریاضی در آموزش مدرسه‌ای چه نقشی در یادگیری آن مفاهیم دارد؟

## 1-7-1 قلمرو تحقیق

از آنجا که هر تحقیق در یک محدوده‌ی بخصوصی انجام می‌گیرد، روشن نمودن دقیق و صحیح این محدوده به ارزش و اعتبار پژوهش می‌افزاید. در واقع تعیین محدوده، مشخص می‌کند که محقق درباره‌ی چه موضوعی، کجا و در چه زمانی تحقیق کرده است (نادری و سیف‌نراقی، 1371، ص 7).

## 1-7-1 قلمرو موضوعی تحقیق

قلمرو موضوعی این تحقیق، در زمینه‌ی بررسی تصور مفهوم دانش‌آموزان سال دوم دبیرستان از تعریف عدد زوج، و مقایسه‌ی آن با تعاریف رسمی ارائه شده برای تعریف عدد زوج است.

## 1-7-2 قلمرو مکانی تحقیق

مبانی نظری و پژوهش‌های کتابخانه‌ای مربوط به این تحقیق قبل از مراحل اجرایی در دانشگاه تربیت دبیر شهیدرجایی تهران و دانشگاه شهیدبهبشتی صورت گرفته است. مراحل میدانی و اجرایی تحقیق در یکی از دبیرستان‌های دخترانه‌ی شهر بوشهر و یکی از دبیرستان‌های دخترانه‌ی عالی‌شهر انجام یافته است. شرکت‌کنندگان در این تحقیق شامل دانش‌آموزان سال دوم رشته‌ی تجربی و دانش‌آموزان سال دوم رشته‌ی ریاضی این دو دبیرستان در سال تحصیلی 1391-1390 می‌باشند.

## 3-7-1 قلمرو زمانی تحقیق

مبانی نظری و تنظیم ابزار گردآوری اطلاعات در نیمه‌ی دوم سال 1389 و نیمه‌ی اول سال 1390 انجام گرفت. مراحل اجرای تحقیق در آبان و آذرماه 1390 انجام پذیرفت و مرحله‌ی تجزیه و تحلیل داده‌ها و تفسیر نتایج و نگارش پایان‌نامه از دی‌ماه 1390 شروع و در اسفندماه 1390 پایان یافته است.

## 8-1 تعریف واژه‌ها، مفاهیم و متغیرها

### 1-8-1 تعاریف نظری

- **تعریف مفهوم:** "تعریف مفهوم" یک تعریف رسمی از یک مفهوم ریاضی است. وینر و دریفوس (1989) ادعا می‌کنند که همه‌ی مفاهیم ریاضی به جز مفاهیم اولیه چنین تعریفی دارند.
- **تصور مفهوم:** "تصور مفهوم" ترکیبی از همه‌ی نمایش‌های فردی برای مفهوم وابسته به اسم مفهوم است. این تصور از اطلاعاتی که مفهوم را برای فرد مشخص می‌کند از جمله نمودارها، نمادها، نمایش‌های کلامی یا اطلاعات عددی تشکیل شده است. نمایش ذهنی دانش‌آموز از مفهوم، از تجارب او با مثال‌ها و غیرمثال‌های مفهوم نتیجه می‌شود. تصور مفهوم ممکن است غیر کامل یا از نظر ریاضی نادرست باشد و می‌تواند شامل وابستگی‌های ساده‌ی غیر ریاضی با اسم مفهوم باشد، برای مثال سرعت مجاز<sup>1</sup> در بزرگراه‌ها ممکن است با تصور مفهوم حد<sup>2</sup>، در ریاضی وابسته شده باشد (ادواردز و وارد، 2004). تعداد زیادی از دانش‌آموزان، تصورات ناقصی براساس درک محدود از تعاریف یا ویژگی‌های خاص مثال‌هایی از مفهوم دارند.
- **یادگیری:** از دیدگاه رفتارگرایی، یادگیری، تغییر نسبتاً پایداری در رفتار است، که بر اثر تجربه، در توانایی‌های بالقوه فرد بوجود می‌آید (هیلگارد<sup>3</sup>، 1948؛ به نقل از ویسر<sup>4</sup>، 1999). از دیدگاه شناخت‌گرایی: یادگیری چیزی، به معنی جذب<sup>1</sup> آن در یک طرحواره‌ی<sup>2</sup> مناسب است (اسکمپ<sup>3</sup>، 1987).

<sup>1</sup> Speed Limit

<sup>2</sup> Limit

<sup>3</sup> Hilgard

<sup>4</sup> Visser