بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

موضوع پایان نامه:

ارتعاشات عرضی نانوتیرهای ترکدار با استفاده از مدل غیر محلی الاستیک برای یک تیر تیموشنکو

استاد راهنما :

دکتر کیوان ترابی

بوسیله:

جیران نفر دستگردی

مرداد ۸۹

بسمه تعالی

تاریخ:
شماره:
پیوست:

دانشگاه کاشان
دانشکده مهندسی

مدیریت تحصیلات تکمیلی دانشگاه

صورتجلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

نام و نام خانوادگی دانشجو: جیران نفر دستگردی شماره دانشجویی: ۸۶۳۳۲۱۶۰۰۱

رشته : مهندسی مکانیک –طراحی کاربردی دانشکده : مهندسی

عنوان پایان نامه : ارتعاشات عرضی نانو تیرهای ترکدار با استفاده از مدل غیر محلی الاستیک برای یک تیر تیمو شنکو

تعداد واحد پایان نامه : ۶ واحد **تاریخ دفاع: ۸۹/۵/۱۷**

استادراهنما: دکتر کیوان ترابی

این پایان‌نامه به مدیریت تحصیلات تکمیلی به منظور بخشی از فعالیتهای تحصیلی لازم برای اخذ درجه کارشناسی ارشد ارایه می‌گردد. دفاع از پایان نامه در تاریخ ۸۹/۵/۱۷ مورد تأیید و ارزیابی هیات داوران قرار گرفت و با نمره ۲۰ و درجه عالی به تصویب رسید.

اعضاء هیات داوران

عنوان	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱. استاد راهنما	دکتر کیوان ترابی	استادیار	
۲. متخصص و صاحب نظر از داخل دانشگاه	دکتر احمدرضا قاسمی خوزانی	استادیار	
۳. متخصص و صاحب نظر از داخل دانشگاه	دکتر عباس لقمان	استادیار	
٤. استاد ناظر	دکتر علی اکبر عباسیان	استادیار	

آدرس: کاشان- بلوار قطب راوندی
کدپستی ۸۷۳۱۷-۵۱۱۶۷
تلفن ۵۵۵۹۹۳۰- دورنگار ۵۵۵۹۹۳۰
http: www.kashanu.ac.ir

تقدیم به:

آنانی که عشق شان در قلبم ابدی است، پدر و مادر عزیزم که هستی خویش را سرمایه راه من قرار دادند تا همواره شاد و موفق باشم.

تشکر و قدردانی

بدین وسیله مراتب تقدیر و تشکر خود را از استاد ارجمند و فرزانه جناب آقای دکتر کیوان ترابی به لحاظ راهنمایی های ارزنده و بی دریغشان در انجام این پروژه و در طول دوره ی تحصیلی خویش ابراز می دارم. همچنین از تشریف فرمایی آقایان دکتر عباس لقمان و دکتر احمد رضا قاسمی به عنوان اساتید داور که این پایان نامه را مورد مطالعه قرار داده و در جلسه دفاع شرکت نموده تشکر و قدردانی می نمایم.

چکیده

در این تحقیق بررسی ارتعاشات عرضی یک نانو تیر ترکدار مد نظر است. از آنجایی که تئوری های کلاسیک تیر توانایی پذیرش اثر مقیاس کوچک در خواص مکانیکی را نداشتند، با استفاده از تئوری الاستیسیته غیر محلی برای دو مدل اویلر- برنولی و تیموشنکو اثر مقیاس نانو در معادلات ارتعاشی یک ساختار تیر مانند بسیار کوچک مانند نانو لوله های کربنی وارد شده است. به منظور بررسی پدیده ترک در این ساختار بسیار کوچک در ابتدا به طور کلی با پدیده ترک در یک ساختار تیر مانند بدون وجود اثر نانو برای ساختار های بسیار کوچک، یعنی در حالت کلاسیک آشنا شده و چگونگی مدل کردن ترک در یک تیر بررسی شده است.

در قسمت نخست مسئله تیر ترکدار در حالت کلاسیک با روش مستقیم (حل تحلیلی) فرموله و حل شده سپس همین مسئله با یک روش عددی موسوم به روش مشتقات تغییر شکل یافته حل و مقایسه شده است. همین مسئله با استفاده از مدل توابع تعمیم یافته برای تیری با چندین ترک حل شده است.

ترک موجود در نانو تیر توسط دو فنر پیچشی و خطی الاستیک مدل شده است. انرژی کرنشی تغییر یافته در محل ترک بوسیله ی فنر های در نظر گرفته شده، مدل شده و شرایط سازگاری در مقطع ترکدار بدست آمده است. برای حالت ترکدار، نانو تیر به صورت دو قطعه ی (نانو تیر) مجزا متصل شده توسط دو فنر پیچشی وخطی الاستیک مدل شده است و معادلات ارتعاشی برای هر نانو تیر با توجه به شرایط تکیه گاهی در هر انتهای آن وشرایط سازگاری مقطع ترکدار حل شده است.

شرایط سازگاری شامل یک ناپیوستگی در دوران در اثر خمش، یک ناپیوستگی در تغییر مکان عمودی، یک ناپیوستگی در ممان خمشی و یک ناپیوستگی در نیروی برشی در مقطع ترکدار است. تیری با دو تکیه گاه ساده در هر انتها به عنوان یک شرایط مرزی متقارن و تیر یک سرتکیه گاه ساده و در انتهای دیگر گیردار به عنوان شرط مرزی نامتقارن در نظر گرفته شده است. معادلات ارتعاشی بدست آمده از یک روش تحلیلی جدید بر مبنای استفاده از توابع پایه حل شده اند. همچنین به بررسی اثر مقیاس نانو در حل معادلات ارتعاشی و بررسی پارامتر های ترک در یک نانو تیر پرداخته شده است.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول ۱

مقدمه و تاریخچه ۱

فصل دوم ۸

بررسی ارتعاشات عرضی تیر های ترکدار ۸

۲-۱- معرفی تئوری های حاکم بر یک تیر تحت ارتعاش ۸

۲-۱- ۱- تئوری تیر اویلر- برنولی..... ۸

۲-۱- ۲- تئوری تیر تیموشینکو..... ۱۱

۲-۱-۲-۱- معادلات حرکت برای المان تیر تیموشینکو ۱۴

۲-۲- مدل سازی ترک در یک تیر..... ۱۹

۲-۲-۱- مدل کردن ترک بوسیله دو فنر پیچشی و خطی الاستیک ۲۰

۲-۲-۲- مدل کردن ترک بوسیله توابع تعمیم یافته ۲۴

۲-۳ - حل یک مسئله نمونه و توضیح دو نوع مدل سازی ترک ۲۵

۲-۳-۱- حل مسئله تیر ترکدار با استفاده از مدل استاندارد فنر خطی و پیچشی ۲۵

۲-۳-۱-۱- محاسبه فرکانس های طبیعی ارتعاشات عرضی تیر ترکدار اویلر برنولی به روش مستقیم ۲۵

۲-۳-۱-۱-۱- محاسبه فرکانس های طبیعی تیر ترکدار با شرایط تکیه گاهی یک سر گیردار و یک سر ساده ۲۷

۲-۳-۱-۲- محاسبه فرکانس های طبیعی ارتعاشات عرضی تیر ترکدار اویلر برنولی به روش عددی ۲۹

۲-۳-۱-۲- ۱- روش تغییر شکل پاره ای ۲۹

۲-۳-۱-۲- ۲- تعدادی از عملکردهای ریاضی تغییر شکل پاره ای ۳۰
۲-۳-۱-۲- ۳- استفاده از روش تغییر شکل پاره ای به منظور حل معادلات ارتعاشی ۳۱
۲-۳-۱-۲-۴- مقایسه و بررسی جوابها از دو روش تحلیلی و حل عددی..... ۳۴
۲-۳-۲- حل مسئله تیر با چندین ترک با استفاده از مدل توابع تعمیم یافته برای یک تیر
اویلر- برنولی ۳۷
۲-۳-۲-۱- مقایسه و بررسی پارامتر های فرکانس از روش توابع تعمیم یافته..... ۵۱
۲-۳-۲-۱-۱- تیر با تکیه گاه دوسر ساده ۵۱
۲-۳-۲-۱-۲- تیر با تکیه گاه یک سر گیر دار در ابتدا و یک سر آزاد در انتها ۵۳
۲-۳-۲-۱-۳- تیر دو سر گیر د ار ۵۴
۲-۳-۲-۱-۴- تیر دو سر آزاد ۵۴
۲-۴- حل مسئله تیر تحت ارتعاش عرضی با چندین ترک..... ۵۹
۲-۴-۱- حل مسئله تیر اویلر- برنولی با چندین ترک ۶۰
۲-۴-۲- حل مسئله تیرتیموشنکو با چندین ترک ۶۳
فصل سوم ۷۵
ارتعاشات عرضی یک نانو تیر ترکدار ۷۵
۳-۱- بررسی اثر مقیاس نانو در معادلات حاکم بر یک تیر تحت ارتعاش..... ۷۵
۳-۱-۱- بررسی مدل تیر اویلر- برنولی با اثر مقیاس نانو ۷۶
۳-۱-۲- بررسی مدل تیر تیموشنکو با اثر مقیاس نانو ۸۰
۳-۲- بررسی ارتعاشات عرضی یک ساختار تیر مانند ترکدار در مقیاس طولی نانو ۸۳
۳-۲-۱- حل مسئله یک نانو تیر ترکدار با استفاده از مدل اویلر برنولی..... ۸۴
۳-۲-۱-۱- تیر دو سر تکیه گاه ساده ۹۱
۳-۲-۱-۲- تیر دو سر تکیه گاه گیر دار ۹۴

۳-۲-۲- حل مسئله یک نانو تیر ترکدار با استفاده از مدل تیموشنکو ۹۷
۳-۲-۲-۱- تیر با شرایط مرزی نامتقارن یک سر تکیه گاه ساده و یک سر گیردار۱۰۳
۳-۲-۲-۲- تیر با شرایط مرزی متقارن دو سر تکیه گاه ساده..... ۱۰۷
فصل چهارم..... ۱۱۱
بحث و نتیجه گیری ۱۱۱
منابع و مآخذ ۱۱۷

فهرست جداول

عنوان **صفحه**

جدول۲-۱- ضرایب برش برای تیر تیموشنکو برای سطح مقطع های مختلف ۱۲

جدول ۲-۲- عملکردهای ریاضی به کار رفته توسط تغییر شکل پاره ای..... ۳۰

جدول ۳- ۱- مقادیر چهار پارامتر اول فرکانس برای تیر دو سر تکیه گاه ساده به ازای مقادیر مختلف h , K با وجود ترک درموقعیت میانی تیر $e = 0.5$..... ۹۱

جدول ۳- ۲- مقادیر چهار پارامتر اول فرکانس برای تیر دو سر تکیه گاه ساده به ازای مقادیر مختلف h , K با وجود ترک درموقعیت میانی تیر $e = 0.25$ ۹۲

جدول ۳- ۳- مقادیر چهار پارامتر اول فرکانس برای تیر دو سر تکیه گاه گیردار به ازای مقادیر مختلف K , h با وجود ترک درموقعیت میانی تیر $e = 0.5$..... ۹۴

جدول ۳- ۴- مقادیر چهار پارامتر اول فرکانس برای تیر دو سر تکیه گاه گیردار به ازای مقادیر مختلف K , h با وجود ترک درموقعیت میانی تیر $e = 0.25$..... ۹۵

جدول ۳- ۵- مقادیر چهار پارامتر اول فرکانس برای تیر یک سر تکیه گاه ساده و سر دیگر گیردار به ازای مقادیر مختلف α , h با وجود ترک در موقعیت میانی تیر $e = 0.5$ ۱۰۳

جدول ۳- ۶- مقادیر چهار پارامتر اول فرکانس برای تیر یک سر تکیه گاه ساده و سر دیگر گیردار به ازای مقادیر مختلف α , h با وجود ترکی در موقعیت میانی تیر $e = 0.25$ ۱۰۵

جدول ۳- ۷- مقادیر چهار پارامتر اول فرکانس برای تیر دو سر تکیه گاه ساده با ترکی در موقعیت میانی تیر $e = 0.5$ ۱۰۷

جدول ۳- ۸- مقادیر چهار پارامتر اول فرکانس برای تیر دو سر تکیه گاه ساده با ترکی در موقعیت $e = 0.25$ ۱۰۷

فهرست شکلها

عنوان **صفحه**

شکل۲- ۱- دیاگرام آزاد المانی از تیر مدل اویلر- برنولی تحت ارتعاشات عرضی ۹
شکل ۲-۲ - دیاگرام آزاد المانی از تیر مدل تیموشنکو تحت ارتعاشات عرضی ۱۴
شکل ۲- ۳- یک تیر تیموشنکو با ترکی به طول b در فاصله L^* از تکیه گاه سمت چپ.. ۲۰
شکل ۲- ۴- مدل کردن تیر ترکدار به دو قطعه تیر مجزا که بوسیله دو فنر الاستیک (یکی خطی و دیگری پیچشی) در مقطع ترکدار به هم متصل می شوند ۲۰
شکل۲- ۵- تیر اویلر- برنولی با ترکی به طول b در فاصله L^* از تکیه گاه سمت چپ..... ۲۵
شکل۳- ۱- دیاگرام آزاد المانی از تیر مدل اویلر- برنولی تحت ارتعاشات عرضی آزاد ۷۷

فهرست نمودارها

عنوان **صفحه**

نمودار۲- ۱- تغییرات پارامتر های فرکانس با نسبت های ترک مختلف در موقعیت وسط تیر $e=0.5$ برای پنج مد ارتعاشی اول ۳۵

نمودار۲- ۲- تغییرات پارامتر های فرکانس با نسبت های ترک مختلف در موقعیت وسط تیر $e=0.25$ برای پنج مد ارتعاشی اول ۳۶

نمودار۲-۳ - تغییرات پارامتر های فرکانس با نسبت های ترک مختلف در موقعیت وسط تیر $e=0.75$ برای پنج مد ارتعاشی اول ۳۷

نمودار ۲- ۴- چگونگی تغییر پارامتر آسیب بر حسب تغییر عمق ترک بر اساس چهار نوع تعریف مختلف ۵۱

نمودار۲- ۵- اولین پارامتر فرکانس تیر با شرایط مرزی دو سر تکیه گاه ساده (PP) و دو سر گیردار(CC) با تعداد ترکهای مختلف در فواصل یکسان را به عنوان تابعی از پارامتر سختی ترک λ ۵۵

نمودار۲- ۶- اولین پارامتر فرکانس تیر با شرایط مرزی دو سر آزاد (FF) و یک سر گیردار(CF) با تعداد ترکهای مختلف در فواصل یکسان را به عنوان تابعی از پارامتر سختی ترک λ ۵۶

نمودار۲- ۷- بررسی اثر موقعیت یک ترک در تیر با شرایط مرزی مختلف برای اولین پارامتر فرکانس به عنوان تابعی از موقعیت ترک ξ_{0i} در حالتی که پارامتر سختی فنر $\lambda=2$ می باشد ۵۶

نمودار۲- ۸- بررسی اثر موقعیت دو ترک با موقعیت مکانی مساوی از هر یک از دو انتهای تیر به صورت متقارن و با پارامتر سختی یکسان $\lambda=2$ برای شرایط مرزی مختلف ۵۷

نمودار۲- ۹- تغییر پذیری مد ارتعاشی برای تیر با چهار نوع شرط مرزی، در حالتی که دو ترک متقارن متحرک به عنوان تابعی از موقعیت ترک ξ_0 از هر یک از دو انتهای تیر باشند و با پارامتر سختی یکسان $\lambda=2$ ۵۸

نمودار۲- ۱۰- پنج مد ارتعاشی اول برای تیری با ۱۰ ترک که دارای پارامتر سختی یکسان $\lambda=10$ می باشند با چهار شرایط مرزی مختلف ۵۹

نمودار۲- ۱۱- درصد خطای نسبی چهار فرکانس اول بین روش تحلیلی و روش توابع پایه بر حسب تغییر نسبت ترک برای تیر با تکیه گاه دو سر ساده در دو حالتی که ترک در نیمه $e=0.5$ و یک چهارم اول $e=0.25$ تیر قرار گرفته باشد. ۶۹

نمودار ۲- ۱۲- تغییرات چهار فرکانس اول بدون بعد بر حسب تغییر نسبت ترک برای تیر دوسر تکیه گاه ساده با ترکی در وسط آن $e=0.5$ ۷۰

نمودار ۲- ۱۳- تغییرات چهار فرکانس اول بدون بعد بر حسب تغییر نسبت ترک برای تیر دوسر تکیه گاه ساده با ترکی در یک چهارم اول آن $e=0.25$ ۷۱

نمودار ۲- ۱۴- پارامتر فرکانس اول تیر با چندین ترک ($n=1,3,5,10$) بر حسب تغیر نسبت ترک برای شرایط مرزی تیر دو سر تکیه گاه ساده ۷۲

نمودار ۲- ۱۵- پارامتر فرکانس اول تیر با چندین ترک ($n=1,3,5,10$) بر حسب تغیر نسبت ترک برای شرایط مرزی تیر یک سر تکیه گاه ساده و سر دیگر گیردار ۷۲

نمودار۲- ۱۶- بررسی اثر موقعیت یک ترک در تیر با شرایط مرزی مختلف برای اولین پارامتر فرکانس به عنوان تابعی از موقعیت ترک ζ_{0i} در حالتی که نسبت طول ترک به پهنای تیر $\delta=0.2$ می باشد. ۷۳

نمودار۲- ۱۷- بررسی اثر موقعیت دو ترک با موقعیت مکانی مساوی از هر یک از دو انتهای تیر به صورت متقارن و با نسبت ترک یکسان $\delta=0.2$ برای دو شرط مرزی مختلف ۷۴

نمودار۳- ۱- چهار پارامتر اول فرکانس برای تیر دو سر تکیه گاه ساده با ترکی در موقعیت وسط تیر $e=0.5$ ۹۲

نمودار۳- ۲- چهار پارامتر اول فرکانس برای تیر دو سر تکیه گاه ساده با ترکی در موقعیت وسط تیر $e=0.25$ ۹۳

نمودار۳- ۳- چهار پارامتر اول فرکانس برای تیر دو سر تکیه گاه گیردار با ترکی در موقعیت وسط تیر $e=0.5$ ۹۵

نمودار۳- ۴- چهار پارامتر اول فرکانس برای تیر دو سر تکیه گاه گیردار با ترکی در موقعیت وسط تیر $e = 0.25$ ۹۶

نمودار۳- ۵- چهار پارامتر اول فرکانس برای تیر با شرایط مرزی نامتقارن با ترکی در موقعیت وسط تیر $e = 0.5$ ۱۰۴

نمودار۳- ۶- چهار پارامتر اول فرکانس برای تیر با شرایط مرزی نامتقارن با ترکی در موقعیت یک چهارم ابتدایی تیر $e = 0.25$ ۱۰۶

نمودار۳- ۷- چهار پارامتر اول فرکانس برای تیر با شرایط مرزی متقارن با ترکی در موقعیت وسط تیر $e = 0.5$ ۱۰۸

نمودار۳- ۸- چهار پارامتر اول فرکانس برای تیر با شرایط مرزی متقارن با ترکی در موقعیت یک چهارم ابتدایی تیر $e = 0.25$ ۱۰۹

نمودار۳-۹- بررسی اثر موقعیت یک ترک در تیر با شرایط مرزی مختلف برای اولین پارامتر فرکانس به عنوان تابعی از موقعیت ترک ζ_{0i} در حالتی که سختی فنر مدل شده در مقطع ترکدار $K = 0.35$ و میزان اثر مقیاس نانو $h = 0.2$ می باشد. ۱۱۰

علائم و اختصارات

شیب تار خنثی در اثر لنگر خمشی	ψ
زاویه دوران در اثر نیروی برشی	γ
جرم بر واحد طول	m
مساحت محل برش	A
ممان اینرسی سطح مقطع	I
مدول یانگ	E
ضریب الاستیسیته برشی	G
طول ترک	b
پهنای تیر	W
ثابت نرمی فنر خطی	C_m
ثابت نرمی فنر پیچشی	C_q
نسبت ترک	α
پارامتر فرکانس	λ
فرکانس طبیعی	ω_c
سفتی پیچشی	EI
تنش نرمال	σ
کرنش نرمال	ε
ضریب مقیاس	$e_0 a$
ممان خمشی	M
نیروی برشی	Q
انحراف پیچشی تیر	v
موقعیت ترک در طول تیر	e
اثر مقیاس نانو	h

فصل اول :

مقدمه و تاریخچه

یکی از انواع صدماتی که برای ساختار های مکانیکی مانند صفحات، پوسته ها و میله ها (تیر ها) وجود دارد پدیده ی خستگی ترک می باشد که چنانچه تشخیص داده نشود منجر به مشکلات جبران نا پذیری می گردد. از این رو تعیین پارامترهای ترک از جمله محل، سایز و عمق ترک از اهمیت بالایی برخوردار است. تحلیل و بررسی یک تیر ترکدار به منظور تعیین وسعت صدمات در اثر پدیده ی خستگی ترک به عنوان یک مسئله معکوس[1] شناخته می شود. به منظور حل این نوع مسئله لازم است از روش حلی به نام مسئله مستقیم[2] (با فرض وجود ترک در سازه) استفاده نمود و با بدست آوردن فرکانس های طبیعی یک تیر ترکدار به بررسی پارامترهای ترک پرداخت.

به طور کلی زمانیکه مسئله یک تیر ترکدار مطرح است این مسئله از چهار دیدگاه عمده قابل بررسی است. اول آنکه پدیده ترک در یک تیر به چه شکلی و با استفاده از چه مدلی تحلیل می شود، دوم آنکه برای تحلیل یک تیر ترکدار از کدامیک از دو نوع مدل سازی اویلر- برنولی یا تیموشنکو استفاده شده است، سوم آنکه از چه روشی برای حل معادلات ارتعاشی حاصله از یک تیر ترکدار استفاده می شود و چهارم آنکه آیا این تیر شامل یک یا تعداد متعددی ترک در طول خود می باشد. بررسی هر یک از این دیدگاه ها با نگاهی ویژه به تعیین پارامترهای ترک منجر به ایجاد صدها مقاله و رساله ی علمی در این زمینه شده است.

[1] Inverse problem
[2] Direct problem

به نظر می رسد اولین تحقیقات در مورد مشخصه های ارتعاشی یک تیر با ناپیوستگی های محلی به فرم شکاف های کوچک توسط تامسون[۱] و کیرمشر[۲] در سالهای ۱۹۴۳ و ۱۹۴۴ انجام شده است [۲-۱].

در کل، روشهای متداول برای تحلیل تیر ترکدار به دو گروه عمده دسته بندی می شوند. در دسته اول از روش های المان محدود برای حل مسئله استفاده شده است. فرکانس های طبیعی تیر ترکدار را می توان بوسیله آنالیز عددی دو یا سه بعدی با استفاده از روش المان محدود بدست آورد که روشی ساده با تلاش های محاسباتی کم است[۹-۳]. قالب تشکیل دهنده این تحلیل از نوع روش پیوسته است که بعدا به نوعی از روش گسسته تبدیل شد. از جمله مطالعات انجام شده با روش المان محدود می توان به کار کریستیدس[۳] و همکارش بار[۴] ، همچنین به تحقیقات شن[۵] و پیر[۶] اشاره کرد که در هر دو مورد یک تابع ترک بیان کننده اختلالی در میدان تنش است که در حقیقت این اختلال بوسیله یک ترک القا شده است [۱۲-۱۰]. در ادامه کاندروس و همکارانش[۷] تئوری ارتعاش تیر ترکدار پیوسته را گسترش دادند که در این نظریه ترک نشان دهنده یک تغییر پیوسته در انعطاف پذیری، در نقاطی از همسایگی خود می باشد. آنها این نظریه را با کمک گرفتن از ثابت ماندن میدان تغییر مکان به صورت انفرادی در هر نقطه ناپیوستگی در اثر وجود ترک مدل نمودند [۱۳].

در دسته دوم، یک تیر ترکدار به صورت تعدادی زیر تیر که در مقاطع ترکدار بوسیله فنرهای پیچشی وخطی الاستیک به هم متصل شده اند، در نظر گرفته می شود [۲۱-۱۴]. سختی فنرهای درنظر گرفته شده با عمق ترک و هندسه سطح مقطع تیر رابطه داشته و مقادیر آن با استفاده از تئوری مکانیک شکست بدست می آید [۲۲]. این نوع مدل به طور موفقی برای تیر ترکدار مدل اویلر برنولی با شرایط تکیه گاهی مختلف به کار برده شده است [۲۴-۲۳].

اگرچه بسیاری از محققان اثر صدمات روی مشخصه های دینامیک ساختاری را بررسی نموده اند اما مطالعات آنها بیشتر به مدل تیر اویلر برنولی محدود شده بود [۲۲-۱۵]. در حقیقت زمانیکه تعداد یا عمق ترک ها افزایش می یابد رفتار زیر تیر های ترکدار بیشتر شبیه

[1] Thomson
[2] Kirmsher
[3] Christides
[4] Barr
[5] Shen
[6] Pierre
[7] Chondros et al.

به یک تیر ضخیم است و بنابر این به کارگیری تئوری تیر تیموشنکو منطقی تر از تیر اویلر-برنولی است. از این رو برخی از محققان به منظور بررسی پارامتر های ترک در یک سازه تیر مانند به خصوص زمانیکه تعداد ترک و عمق در طول تیر افزایش یافته از مدل تیموشنکو استفاده نموده اند [۲۵-۲۹].

برای تحلیل ارتعاشی تیر های ترکدار و بررسی پارامتر های ترک در آنها روشهای متعددی به کار رفته است. این روشها شامل روش گالرکین و ریتز، روش حل تقریبی، روش ماتریس انتقال، روش ماتریس سختی دینامیک و روش استفاده از توابع تعمییم یافته یا توزیعی می باشند [۳۰-۴۰].

با وجود روشهای متعددی که برای حل یک مسئله تیر ترکدار ارئه شده است، با این وجود در سال های اخیر توجه بیشتری به حل مستقیم و تحلیلی مسئله ارتعاشی تیر ترکدار بویژه تیری با چندین ترک اختصاص داده شده است [۴۱-۴۷].

اثر ترکها بر روی خواص دینامیکی تیر به طور عمده با توجهی خاص به مشخصه های معادلات ارتعاشی تیر مورد بررسی قرار گرفته است. اولین مطالعات بر پایه تقسیم تیر به زیر تیر هایی بین دو ترک متوالی می باشد. در این روش برای بدست آوردن فرکانس های طبیعی یک تیر با n ترک بایستی دترمینانی از مرتبه $4(n+1)$ حل شود [۴۸-۴۹]. اخیرا، روشی توسط دو شیفرین[1] و روتولو[2] ارائه شده است که با معرفی توابعی ساده تر مرتبه دترمینان مورد نظر برای بدست آوردن فرکانس های طبیعی را تا $n+1$ کاهش داده است [۳۸].

شایان ذکر است که به تازگی دو محقق ایتالیایی به نام های کادمی[3] و کالیو[4] روشی را را بر اساس استفاده از توابع تعمیم یافته و تابع دلتای دیراک ارائه نموده اند که این روش در نهایت منجر به حل یک سیستم معادلات 2×2 می گردد [۵۰].

مزایای تکنولوژی میکرو و نانو، دانشمندان ومهندسان را در پیگیری برای تولید انواع گونه های میکرو و نانو ساختارها ترغیب نموده است. بسیاری از میکرو و نانو الکترونیک سیستم ها ترکیبی از المانهای ساختاری مانند تیرها و صفحات در مقیاس طولی میکرو و نانو می باشند.

[1] Shifrin
[2] Ruotolo
[3] Caddemi
[4] Calio

بررسی این ساختارهای بسیار کوچک در حالتی که دارای نقصی باشند بسیار مهم است. اگرچه امکان یافتن عیوب در این ساختارها بسیار کم است، اما بررسی رفتار مکانیکی این اجزا به عنوان مثال ارتعاشات آنها می تواند هشداری برای وجود یک نقص مانند ترک در این گونه ساختارها باشد. اخیرا لویا[1] و همکارانش تحقیقی در مورد ارتعاشات عرضی نانو تیر های ترکدار با استفاده از مدل الاستیسیته غیر محلی[2] که با به کارگیری مدل تیر اویلر- برنولی انجام داده اند [۵۲]. بر اساس مطالعات انجام شده به نظر می رسد کار لویا و همکارانش تنها مقاله موجود با موضوع بررسی ارتعاشات نانو تیر های ترکدار است. این مقاله ایده ی بسیار خوبی برای بررسی ارتعاشات عرضی نانو تیر های ترکدار با استفاده از مدل تیر تیموشنکو را در ذهن نویسنده این تحقیق ایجاد نمود که در ادامه پیرامون تحقیق پیش رو به تفصیل توضیح داده شده است.

این تحقیق به بررسی ارتعاشات عرضی یک نانو تیر ترکدار با استفاده از مدل الاستیسیته غیر محلی با به کارگیری مدل تیر تیموشنکو پرداخته است. بسیاری از میکرو و نانو الکترونیک سیستم ها ترکیبی از المانهای ساختاری مانند تیرها و صفحات در مقیاس طولی میکرو و نانو می باشند. تاثیرات اندازه در رفتار مکانیکی این ساختار ها که ابعادشان بسیار کوچک و قابل قیاس با فواصل مولکولی است حائز اهمیت می باشد. به دلیل آنکه استفاده از مدلهای مولکولی و اتمی برای تحلیل رفتار مکانیکی چنین ساختارهایی نیازمند تلاشهای ریاضی بسیاری است، مدلهای ساده شده برای آنالیز این ساختارها مفید تر است.

بدین منظور از تئوری الاستیسیته غیر محلی برای بیان رفتار خمشی، کمانشی وارتعاشی این نانو و میکرو تیرها استفاده شده است. از زمانیکه تئوری های تیر اویلر- برنولی و تیموشنکو برای آنالیز ارتعاشی این ساختار های تیر مانند کوچک به کار گرفته شدند، دانشمندان دریافتند که این تئوری ها در حالت کلاسیک نا کارآمد بوده است. تئوری های کلاسیک تیر توانایی پذیرش اثر مقیاس کوچک در خواص مکانیکی را نداشتند. ارینگن برای اولین بار با ارائه مکانیک محیط پیوسته غیر محلی امکانی برای وارد شدن اثر مقیاس کوچک بوسیله مشخص نمودن بیان تنش در یک نقطه داده شده به صورت تابعی از بیان کرنش ها در همه ی نقاط یک جسم فراهم آورد [۵۳].

[1] Loya
[2] Nonlocal Elasticity

با وارد کردن اثر مقیاس نانو در معادلات ارتعاشی یک ساختار تیر مانند بسیار کوچک مانند نانو لوله های کربنی با استفاده از تئوری الاستیسیته غیر محلی برای دو مدل اویلر- برنولی و تیموشنکو و همچنین ارائه روش های مستقیمی برای حل معادلات دیفرانسیلی بدست آمده از دو مدل یاد شده، در این تحقیق به بررسی پدیده ترک در یک ساختار تیر مانند بسیار کوچک با استفاده از دو مدل اویلر- برنولی و تیموشنکو پرداخته شده است.

به منظور بررسی پدیده ترک در یک ساختار تیر مانند بسیار کوچک در ابتدا لازم است تا به طور کلی با پدیده در ترک در یک ساختار تیر مانند بدون وجود اثر نانو برای ساختار های بسیار کوچک، یعنی در حالت کلاسیک آشنا شده و چگونگی مدل کردن ترک در یک ساختار تیر مانند بررسی شود. همانگونه که پیش تر توضیح داده شد به طور کلی دو روش عمده برای تحلیل تیر ترکدار وجود دارد که روش اول بر مبنای استفاده از روش المان محدود و روش دوم بر مبنای تقسیم یک تیر ترکدار به صورت تعدادی زیر تیر در مقاطع ترکدار است که بوسیله فنرهای پیچشی وخطی الاستیک به هم متصل شده اند. در این تحقیق از روش دوم برای تحلیل تیر ترکدار استفاده شده است. در حقیقت، ترک به عنوان یک ناپیوستگی که باعث افزایش انرژی کرنشی یک سازه می گردد در نظر گرفته شده است. این انرژی کرنشی افزوده شده در محل ترک، بوسیله دو فنر پیچشی و خطی الاستیک مدل شده و شرایط سازگاری در مقطع ترکدار بدست آمده است. حل مستقیم برای محاسبه فرکانس های طبیعی با استفاده از تجزیه و تحلیل جداگانه دو قطعه قرار گرفته در دو طرف ترک و اعمال شرایط مرزی و سازگاری در مقطع ترکدار حاصل می شود. بنابراین، در ابتدا لازم است که انواع تئوری های حاکم بر یک تیر مورد بررسی قرار گیرند.

بدین منظور در فصل دوم به بیان تئوری های حاکم بر یک تیر در دو حالت اویلر- برنولی و تیموشنکو پرداخته شده است و در ادامه به تفصیل به بیان مدل سازی ترک در یک سازه پرداخته شده است. دو روش عمده مدل سازی ترک بوسیله فنرهای خطی و پیچشی الاستیک و مدل سازی بوسیله توابع تعمیم یافته توضیح داده شده است. در واقع، مدل سازی بوسیله توابع تعمیم یافته از ترکیب مدل فنر با تابع دلتای دیراک که برای بیان ناپیوستگی در مقاطع ترکدار استفاده شده، حاصل می گردد. در این روش ترک به عنوان پدیده ای مورد نظر قرار گرفته که سفتی پیچشی تیر را به صورت موضعی در محل ترک تحت تاثیر قرار داده و این تاثیر بوسیله توابع تعمیم یافته مدل شده است. برای آشنایی بیشتر با دو روش یاد شده به حل