

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه شهید باهنر کرمان

دانشکده فیزیک

پایان نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد  
رشته فیزیک گرایش بنیادی

---

بررسی امکان سرعت‌های فوق نور در پدیده‌ی  
تونل‌زنی کوانتومی

---

مؤلف :

فرزانه لطفی

استاد راهنما:

دکتر مجید رهنما

بهمن ماه ۱۳۹۰

## چکیده

تونل‌زنی یک پدیده‌ی برجسته‌ی فیزیکی است، مشاهده‌ی ذراتی که علی‌رغم نداشتن انرژی لازم بر یک سد مرتفع فائق می‌آیند، پدیده‌ای که با فیزیک کلاسیک قابل توضیح نیست. اما مکانیک کوانتومی اجازه‌ی چنین پدیده‌ای را می‌دهد. داده‌های تونل‌زنی بسیاری وجود دارند که از مطالعه‌ی تونل‌زنی تجربی با سدهای فوتونی مختلف از فرکانس‌های میکروموج گرفته تا فرکانس‌های فرابنفش به دست آمده‌اند و اشاره به یک زمان تونل‌زنی عمومی دارند. در این پایان‌نامه، مکانیزم پدیده‌ی تونل‌زنی و نیز زمان‌های تعریف شده برای آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. مدهای تونل‌زنی حل‌های معادله‌ی شرودینگر و معادله‌ی هلمهولتز هستند. از آنجا که برجسته‌ترین مثال رویداد مدهای تونل‌زنی در اپتیک، بازتاب داخلی کلی تضعیفی در جفت منشورها است، بنابراین، تأکید ما در این پایان‌نامه بیشتر بر روی این پدیده است. داده‌های تجربی و نظری اخیر تأیید می‌کنند که پدیده‌ی تونل‌زنی با یک زمان تونل‌زنی عمومی مشخص می‌شود که احتمالاً مستقل از نوع میدان است. تعریف زمان فازی به عنوان زمان تونل‌زنی به سرعت مافوق نور منجر می‌شود. اظهار انتشار با سرعت فوق نور باعث بحث‌های نظری داغی در مطبوعات اخیر، و گاهی اوقات بین فیزیکدانان برجسته، شده است که در این پایان‌نامه به تفصیل مورد بحث قرار می‌گیرد.

**کلیدواژه:** تونل‌زنی کوانتومی، سرعت‌های فوق نور، زمان تونل‌زنی عمومی، اصل علیت.

## فهرست

۱	<b>فصل اول: مقدمه و معرفی سیگنال‌ها</b>
۱-۱	مقدمه ..... ۲
۲-۱	معرفی سیگنال‌ها ..... ۶
۱-۲-۱	تعاریف مختلف سرعت‌های انتشار یک موج ..... ۷
۱۰	<b>فصل دوم: تونل‌زنی کوانتومی</b>
۱-۲	تاریخچه‌ی مختصری از تونل‌زنی کوانتومی ..... ۱۱
۲-۲	چند سؤال پایه‌ای درباره‌ی تونل‌زنی کوانتومی ..... ۱۵
۱-۲-۲	تونل‌زنی و اصل عدم قطعیت ..... ۱۵
۲-۲-۲	فروافت یک حالت شبه مانا ..... ۲۰
۳-۲	تونل‌زنی یک حالت مانا ..... ۲۵
۴-۲	دینامیک شبه ایستای تونل‌زنی ..... ۲۸
۵-۲	انتشار موج با مدهای ناپایدار و تونل‌زنی: یک معادله‌ی دیفرانسیلی ..... ۳۰
۳۲	<b>فصل سوم: زمان‌های تونل‌زنی</b>
۱-۳	تاریخچه‌ی مختصری از زمان تونل‌زنی ..... ۳۳
۲-۳	تأخیر زمانی در تونل‌زنی ..... ۳۴
۱-۲-۳	تأخیر زمانی از منظر کلاسیکی ..... ۳۴

- ۳۵ ..... تأخیر زمانی در تونل‌زنی با یک تقریب نیمه کلاسیکی
- ۳۶ ..... بیان مکانیک کوانتومی تأخیر زمانی
- ۳۸ ..... تأخیر زمانی برای یک بسته‌ی موج
- ۴۰ ..... نقد لانداور و مارتین از تعریف تأخیر زمانی در تونل‌زنی کوانتومی
- ۴۳ ..... تأخیر گروه یا زمان فازی
- ۴۶ ..... زمان سکون موقت (Dwell time)
- ۴۷ ..... رابطه‌ی بین زمان فازی و زمان سکون موقت
- ۵۰ ..... "ساعت" بوتیکر- لانداور
- ۵۱ ..... "ساعت" لارمور
- ۵۲ ..... **فصل چهارم: بازتاب داخلی کلی تضعیفی (FTIR)**
- ۵۳ ..... معرفی بازتاب داخلی کلی تضعیفی
- ۵۴ ..... زمان‌های تونل‌زنی در بازتاب داخلی کلی تضعیفی در جفت منشورها
- ۵۶ ..... تأخیرهای گروه یا زمان فازی در FTIR
- ۵۹ ..... زمان تونل‌زنی عمومی برای همه‌ی میدان‌ها
- ۶۱ ..... ضریب تصحیح‌کننده‌ی رابطه‌ی زمان تونل‌زنی عمومی
- ۶۲ ..... ضریب تصحیح برای بازتاب داخلی کلی تضعیفی در جفت منشورها
- ۷۱ ..... **فصل پنجم: آزمایش‌های زمان تونل‌زنی**
- ۷۲ ..... آزمایش‌های زمان تونل‌زنی
- ۷۲ ..... ۱-۱-۵ آزمایش‌های اپتیکی

- ۷۵ ..... ۲-۱-۵ آزمایش‌های میکروموج، فرکانس رادیویی و تراهرتز
- ۷۷ ..... ۳-۱-۵ آزمایش‌های صوتی
- ۷۸ ..... ۲-۵ خلاصه‌ای از یافته‌های آزمایشگاهی

## ۷۹ فصل ششم: مسائلی در باب تونل زنی و سرعت سیگنال

- ۸۰ ..... ۱-۶ آیا یک سیگنال می‌تواند با سرعت فوق نور حرکت کند؟
- ۸۰ ..... ۱-۱-۶ استدلال "بازشکل‌یابی" ("reshaping") در توجیه سرعت‌های فوق نور
- ۸۱ ..... ۲-۱-۶ نقد و بررسی اشکالات استدلال "بازشکل‌یابی"
- ۸۵ ..... ۲-۶ صرف زمان صفر در سد تونل زنی برای یک بسته‌ی موج
- ۸۶ ..... ۳-۶ آیا سیگنال با سرعت فوق نور اصل علیت را نقض می‌کند؟
- ۹۳ ..... ۴-۶ غیرموضعی بودن مدهای ناپایدار
- ۹۳ ..... ۵-۶ نقض رابطه‌ی انرژی ایشیتین با مدهای تونل زنی و ناپایدار
- ۹۴ ..... ۶-۶ غیر قابل مشاهده بودن مدهای ناپایدار و حل‌های تونل زنی
- ۹۵ ..... ۷-۶ معرفی ذرات مجازی در فرآیند تونل زنی

## ۹۷ فصل هفتم: بحث و نتیجه‌گیری

- ۹۸ ..... ۱-۷ بررسی دو نمودار زمان فازی در FTIR
- ۲-۷ برخی از راهکارهای ارائه شده در رفع اشکالات موجود در تعریف زمان فازی به عنوان زمان تونل زنی ..... ۹۹
- ۱۰۱ ..... ۳-۷ بحث و نتیجه‌گیری

## ۱۰۷ پیوست‌ها

پیوست الف: روش فاز مانا ..... ۱۰۸

پیوست ب: شیفت گوس - هانچن ..... ۱۱۵

پیوست ج: اثر هارتمن ..... ۱۱۹

۱۲۰

**منابع**

# فصل اول

مقدمه و معرفی سیگنال‌ها



## ۱-۱ مقدمه

تونل‌زنی یک پدیده‌ی منحصرأ کوانتومی است و قرین کلاسیکی ندارد. این پدیده، در نگاه اول یک مسئله‌ی متناقض‌نماست. از آن جا که اگر ارتفاع یک سد بزرگتر از انرژی کل یک ذره باشد، آنگاه در محدوده‌ی سد انرژی جنبشی ذره منفی و در نتیجه تکانه‌ی خطی آن موهومی می‌شود. اما اگر از منظر مکانیک کوانتومی به این مسئله نگاه کنیم این تناقض برطرف خواهد شد. برطبق اصل عدم قطعیت کوانتومی، ما نمی‌توانیم در یک لحظه هر دو انرژی جنبشی و پتانسیل را به طور مجزا تعیین کنیم. به عبارت دیگر، نمی‌توانیم به مختصه‌ی  $x$  و تکانه‌ی خطی  $p$  به طور هم‌زمان مقادیر معینی اختصاص دهیم. حال اگر در بازه‌ی زمانی به قدر کافی کوچک  $\Delta t$ ، انرژی ذره به اندازه‌ی  $\Delta E$  نامعین شده به گونه‌ای که این انرژی از ارتفاع سد بزرگتر گردد، ذره قادر خواهد بود از سد عبور کند و تونل‌زنی رخ خواهد داد.

کمی پس از کشف تونل‌زنی کوانتومی، مسئله‌ی سرعت فرآیند تونل‌زنی مطرح شد. تحلیل‌های انجام شده بر روی بسته‌ی موج معادله‌ی شرودینگر<sup>۱</sup> نشان دادند که تونل‌زنی زمان محسوسی صرف نمی‌کند. سال‌ها بعد، هارتمن<sup>۲</sup> در راستای تلاش برای فهم محدودیت‌های فرکانسی در ابزارهای تونل‌زنی دربرگیرنده‌ی فیلم نازک چندلایه‌ای این موضوع را بازنگری کرد. او با به کار بردن روش فاز مانا<sup>۳</sup> یک عبارت تحلیلی برای تأخیر زمانی<sup>۴</sup> ناشی از تونل‌زنی از سد به دست آورد که بیانگر زمان عبور متناهی اما کوچکی بود که با فاصله از ابتدای سد اشباع می‌شد، که این اثر به اثر هارتمن معروف شده است. از آن سال‌ها تا کنون، مسئله‌ی زمان صرف شده توسط ذره‌ی در حال تونل‌زنی یکی از مهمترین مسائل مطرح در زمینه‌ی تونل‌زنی کوانتومی در میان فیزیکدانان بوده است. در راستای تلاش برای یافتن تعریف مناسبی برای زمان تونل‌زنی و اندازه‌گیری آن، رهیافت‌های مختلفی ارائه شده و آزمایش‌های گوناگونی به انجام رسیده است. تونل‌زنی فوتونی، به عبارت دیگر تونل‌زنی مدهای ناپایدار<sup>۵</sup> در اپتیک کلاسیک، خیلی آسان‌تر از تونل‌زنی ذره‌ای مانند الکترون بررسی می‌شود، به این دلیل که ردیابی یک تک الکترون در حال تونل‌زنی بدون تغییر دادن حالتش امکان‌پذیر نیست؛

<sup>1</sup> Schrödinger equation

<sup>2</sup> Hartman

<sup>3</sup> Stationary phase

<sup>4</sup> Time-delay

<sup>5</sup> Evanescent wave

بنابراین اولین سرعت تونل‌زنی در سال ۱۹۹۲ با میکروموج‌ها<sup>۶</sup> اندازه‌گیری شد. نتایج آزمایش‌های انجام شده با فرکانس‌های میکروموج تا فرکانس‌های فرابنفش و با ابزارهای تونل‌زنی فوتونی از جمله ساختارهای فوتونی<sup>۷</sup>، موجبرهای فوق ریز<sup>۸</sup> و همچنین جفت منشورها<sup>۹</sup> حاکی از آن است که سرعت بسته‌ی موج تراگسیلیده<sup>۱۰</sup> از سد، که از تقسیم طول سد به زمان تأخیری اندازه‌گیری شده به دست می‌آید، بیشتر از سرعت یک بسته‌ی موج در حال انتشار در فضای آزاد با سرعت  $c$  است. از آن جا که سرعت‌های فوق نور<sup>۱۱</sup> با نظریه‌ی نسبیت خاص و ظاهراً با اصل علیت<sup>۱۲</sup> در تناقض هستند، عده‌ای امکان رویداد این سرعت‌ها را انکار کرده و به دنبال یافتن راهی برای توجیه این سرعت‌های اندازه‌گیری شده متوصل به استدلالی به نام استدلال “بازشکل‌یابی”<sup>۱۳</sup> شده‌اند. در این استدلال، پالس تراگسیل شده از سد بیشتر از قسمت‌های پیشروی پالس فرودی ساخته می‌شود. به بیان دیگر، سد می‌تواند همانند یک حائل عمل کرده و قسمت‌های جلویی پالس فرودی را عبور دهد اما قسمت‌های عقب‌تر پالس را پس بزند. در این صورت، پالس تراگسیلیده زودتر از پالس فرودی به مقدار بیشینه‌اش می‌رسد و اینگونه به نظر می‌آید که با سرعتی بیشتر از سرعت پالس فرودی حرکت کرده است. این استدلال بنا به شواهد تجربی استدلال صحیحی نیست. تحلیل داده‌های تجربی ثابت کرده است که در طول فرآیند تونل‌زنی برای پالس انتقال یافته هیچ تغییر شکلی روی نمی‌دهد و همه‌ی مؤلفه‌های فرکانسی به میزان یکسانی تراگسیل می‌شوند؛ به همین علت، پالس تراگسیلیده همان شکل پالس ورودی را دارد، با این تفاوت که به شدت تضعیف شده است.

ما در این پایان‌نامه برآنیم که امکان فوق نور بودن سرعت در پدیده‌ی تونل‌زنی را مورد بررسی قرار دهیم. برای این منظور، ابتدا مکانیزم پدیده‌ی تونل‌زنی را تا حدودی تشریح کرده و سپس تعاریف گوناگون ارائه شده برای زمان تونل‌زنی را معرفی خواهیم کرد. پس از آن، علاوه بر مروری که بر آزمایش‌های انجام شده و نتایج حاصل از آن‌ها در سه حوزه‌ی اپتیکی، میکروموج و صوتی خواهیم داشت، بارزترین مثال رویداد مدهای تونل‌زنی در اپتیک، یعنی پدیده‌ی بازتاب داخلی کلی

<sup>6</sup> Microwave

<sup>7</sup> Photonic band-gap structures

<sup>8</sup> undersized waveguides

<sup>9</sup> double-prisms

<sup>10</sup> Transmitted wave packet

<sup>11</sup> Superluminal velocities

<sup>12</sup> Principle of causality

<sup>13</sup> “Reshaping” argument

تضعیفی<sup>۱۴</sup> (FTIR) در جفت منشورها را به عنوان نمونه مورد مطالعه قرار داده و تأخیرهای گروه را برای دو قطبش TE و TM به دست خواهیم آورد. دو نمودار زمان فازی رسم شده برحسب ضخامت سد برای فرکانس میکروموج و فرکانس اپتیکی را بررسی و خواهیم دید که زمان فازی برای فرکانس میکروموج به مقادیر منفی و صفر می‌انجامد. از آن جا که بررسی سرعت تونل‌زنی مستلزم بررسی زمان صرف شده در طی این فرآیند است، بنابراین به رهیافت‌های ارائه شده در رفع این زمان‌های غیرفیزیکی اشاره‌ای خواهیم داشت.

در سال ۲۰۰۱، در طراحی متقارن آزمایش بازتاب داخلی کلی تضعیفی در جفت منشورهایی از جنس پرسپکس<sup>۱۵</sup> با ضریب شکست  $n = 1.605$  و با میکروموج‌هایی با فرکانس  $9.15\text{GHz}$  که توسط هایبل، نیمتز و استاهوفن<sup>۱۶</sup> به انجام رسید، مشاهده شد که سیگنال‌های بازتابیده و تونل‌زده منشورهای چپ و راست را در زمان یکسانی ترک می‌کنند. بدین ترتیب آنها ادعا کردند برای زمان تونل‌زنی رابطه‌ی  $\tau_{\perp} = 0$  برقرار است، که  $\tau_{\perp}$  زمان عبور از سد است. به بیان دیگر، بسته‌ی موج در حال تونل‌زنی در درون سد زمانی صرف نمی‌کند و تأخیر کوچک اندازه‌گیری شده در آزمایش از جلوی سد ناشی می‌شود. بدین ترتیب، طول سد تقسیم بر زمان صفر درون سد بعلاوه‌ی زمان برهمکنش در جلوی سد به یک سرعت فوق نور در تونل‌زنی می‌انجامد. همچنین آنها با مطالعات بیشتر دریافتند که زمان تونل‌زنی برای فوتون‌ها، فونون‌ها و الکترون‌ها یک ویژگی عمومی است که فقط به فرکانس بسته‌ی موج فرودی بستگی دارد. به عبارت دیگر، زمان تونل‌زنی مستقل از نوع میدان مورد بررسی و تقریباً با معکوس فرکانس بسته‌ی موج فرودی برابر است. این رابطه‌ی تقریبی با وارد کردن یک ضریب، که بستگی به شرایط مسئله‌ی مورد بررسی دارد، چند درصدی تصحیح می‌شود. ما در فصل چهارم در ضمن معرفی پدیده‌ی بازتاب داخلی کلی تضعیفی، در بخش‌های ۴-۲ تا ۴-۴ به این موضوع پرداخته‌ایم و در فصل ششم نیز پیامدهای آن را بررسی کرده‌ایم.

اما یکی از بزرگترین موانع بر سر راه سرعت‌های فوق نور، مسئله‌ی تناقضش با اصل علیت است. ما با معرفی اجمالی سیگنال‌ها و ویژگی‌های آنها نشان خواهیم داد که فوق نور بودن سرعت سیگنال تناقضی با اصل علیت نخواهد داشت. سپس، ویژگی جالب مدهای ناپایدار و مدهای تونل‌زنی، که

<sup>14</sup> frustrated total internal reflection

<sup>15</sup> perspex

<sup>16</sup> A. Haibel, G. Nimtz, and A. A. Stahlhofen

حل‌های دو معادله‌ی ریاضیاتی متشابه، یعنی معادله‌ی هلمهولتز<sup>۱۷</sup> و معادله‌ی شرودینگر هستند، را ارائه خواهیم داد و برای توجیه ویژگی‌های غیرعادی مدهای تونل‌زنی، نظریه‌ی “ذرات مجازی دخیل در تونل‌زنی” را معرفی می‌کنیم. در پایان، بیانات مخالفان را در رد سرعت‌های فوق نور آورده و پاسخ خود را به عنوان نتیجه‌ی نهایی ارائه خواهیم داد.

---

<sup>17</sup> Helmholtz equation

## ۲-۱ معرفی سیگنال‌ها

از آنجا که در مطالعه‌ی آزمایش‌های تونل‌زنی و نیز در مسیر پرداختن به هدف اصلی خود در این پایان‌نامه با سیگنال‌ها سروکار خواهیم داشت، ابتدا به طور خلاصه برخی از ویژگی‌های اساسی سیگنال‌ها را مرور می‌کنیم. یک سیگنال انرژی و اطلاعات را انتقال می‌دهد. به عنوان مثال، یک سیگنال ممکن است یک انفجار اشعه‌ی  $x$  نجومی باشد. یا ممکن است یک کلمه‌ی انتقال یافته باشد که به دستگاه گیرنده مخابره می‌شود. هر دو مثال با بسته موج‌هایی با پهنای باند فرکانسی محدود و مدت زمان متناهی توصیف می‌شوند. پوش یک بسته‌ی موج با سرعتی کمتر از سرعت نور در خلأ حرکت می‌کند. اطلاعات فقط وقتی دریافت شده‌اند که تمام پوش اندازه‌گیری شده باشد. یک سیگنال ناپیوسته در زمان نمایانگر یک سیگنال ایده‌آل است، به عبارت دیگر نمایانگر یک سیگنال ریاضیاتی [۲،۳]، که مستلزم پهنای باند فرکانسی نامتناهی است. سیگنال‌ها یا مدوله‌شده‌ی دامنه (AM) با ولتاژ  $V$  به صورت زیر هستند [۳]:

$$V = V_0 (\cos \omega_c t) (1 + a_m \cos \omega_{\text{mod}} t),$$

و یا مدوله شده‌ی فرکانس (FM) داده شده با معادله‌ی زیر هستند:

$$V = V_0 \cos [\omega_c (1 + a_m \cos \omega_{\text{mod}} t)],$$

که در آن  $\omega_c$ ،  $\omega_{\text{mod}}$  به ترتیب فرکانس زاویه‌ای حامل و فرکانس زاویه‌ای مدوله‌سازی است.  $a_m$  دامنه‌ی مدوله‌سازی را نمایش می‌دهد. تبدیل فوریه برای سیگنال‌های محدودشده‌ی باند فرکانسی به یک بسط زمانی نامحدود و بنابراین به رفتاری غیرعَلّی می‌انجامد. در این صورت سیگنال قبل از این که تولید شود وجود می‌داشت. به هر حال چنین مؤلفه‌های زمانی غیرعَلّی هرگز آشکارسازی نشده‌اند. در مورد یک باند فرکانسی نامتناهی، بسته‌ی موج می‌تواند با یک تابع تحلیلی نمایش داده شود، که در آن صورت اطلاعات در برداشته در دنباله‌ی جلویی بسته‌ی موج، کل بسته را تعیین می‌کند [۳،۴]. این از نظر ریاضیاتی صحیح است اما برای سیگنال‌ها از دیدگاه فیزیکی نامربوط است.

اساساً فونون‌ها، فوتون‌ها و الکترون‌ها در برهم‌کنش میانی یا برای انتقال بیت‌ها، کلمات یا ارسال هر سیگنال خواسته شده برای القا کردن اثرهای مورد نیاز به کار می‌روند. جبهه‌ی سیگنال یا ابتدای مقطع یک سیگنال یک کمیت ریاضیاتی است که فقط در مورد طیف فرکانسی نامتناهی تعریف می‌شود.

یک فرستنده‌ی فیزیکی فقط سیگنال‌هایی با طیف متناهی تولید می‌کند. برخی ادعا می‌کنند [۵] محدودیت باند فرکانسی بدون تردید یک محدودیت فنی است و نه بنیادی. این عبارت صحیح نیست چون محدودیت باند فرکانسی یک محدودیت فیزیکی بنیادی است. جبهه‌ی یک سیگنال مفهوم فیزیکی ندارد. تنها پوش کامل است که می‌تواند توصیف مناسبی از یک سیگنال فراهم آورد. به طور کلی، یک سیگنال با بسته موج‌هایی با تکانه‌ی خطی  $p_0 = \hbar k_0$  نمایش داده می‌شود، که با فرکانس حامل  $\nu_0$  و با مدوله‌شده‌ی دامنه و فرکانسی با نیم‌پهنای  $\Delta p$  متناظر است [۳].

### ۱-۲-۱ تعاریف مختلف سرعت‌های انتشار یک موج

برای معرفی زمان‌های مربوط به پدیده‌ی تونل‌زنی کوانتومی و در نهایت سرعت‌های وابسته به آن‌ها لازم است بدانیم به انتشار یک موج در یک محیط غیرپاشنده چه سرعت‌هایی می‌توان مربوط ساخت. تعاریف سرعت‌ها که به طور گسترده در اکثر جاها به کار می‌روند به قرار زیر است.

#### الف) سرعت فازی

سرعت فازی سرعت انتشار یک موج سینوسی محض با وسعت بینهایت است. فاز هر مؤلفه‌ی تک فرکانس موج با این سرعت حرکت می‌کند. سرعت فاز برحسب طول موج  $\lambda$  و دوره‌ی تناوب  $T$  به صورت  $v_\phi = \frac{\lambda}{T}$  نوشته می‌شود، همچنین می‌توان آن را به صورت زیر نوشت: [۶،۷]

$$v_\phi = \frac{\omega}{k}$$

#### ب) سرعت گروه

این سرعت به صورت سرعت گروهی از امواج تشکیل دهنده‌ی یک بسته‌ی موج تعریف می‌شود. برای یک بسته‌ی موج به شکل زیر،

$$\psi(x, t) = \int A(k) \exp[-i(\omega t - kx)] dk$$

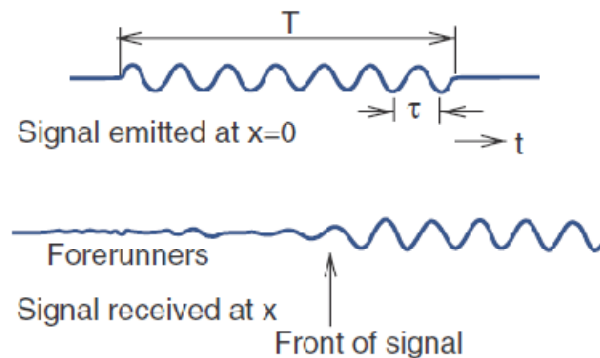
سرعت گروه سرعت نقطه‌ای است که بسته‌ی موج در آن نقطه دارای مقدار بیشینه است. به بیان دیگر، سرعت میانه‌ی بسته‌ی موج یا پوش بسته‌ی موج. این سرعت از این رابطه به دست می‌آید:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

اغلب تصور می‌شود انرژی یا اطلاعات با سرعت گروه به همراه موج حمل می‌شوند. این تصور در اکثر موارد صحیح است. اما اگر موج در یک محیط جذب‌کننده حرکت کند، این استنباط نمی‌تواند همیشه صادق باشد [۶،۷].

### ج) سرعت جبهه

سرعت حرکت قسمت‌های پیشروی و ابتدای منقطع یک موج در محیط را سرعت جبهه گویند (شکل ۱-۱) [۷].



شکل ۱-۱

### د) سرعت سیگنال

سرعت سیگنال: سرعتی است که قسمت اصلی یک پالس با آن انتشار می‌یابد. یک موج با سرعت سیگنال اطلاعات را حمل می‌کند و اغلب با سرعت گروه برابر است. سرعت سیگنال است که توصیف می‌کند یک پیامک با چه سرعتی مکاتبه می‌شود [۶،۷]. در خلأ سرعت سیگنال همان سرعت گروه است:  $v_s \equiv v_g$ .

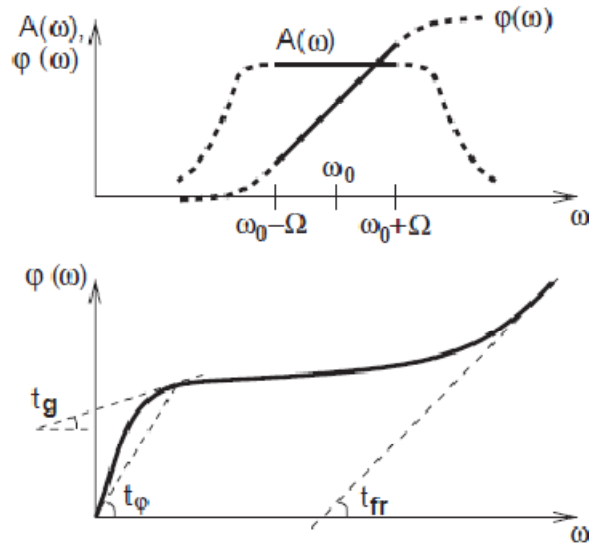
در روابط بالا  $\omega$  و  $k$  به ترتیب فرکانس زاویه‌ای و عدد موج هستند. برای مسئله‌ی انتقال سیگنال عبارات‌های زیر در توصیف تأخیر قسمت‌های مختلف پوش یک سیگنال به کار می‌روند:

$$t_{\varphi}(\omega) = \frac{\varphi(\omega)}{\omega} \leftarrow \text{تأخیر زمانی فاز}$$

$$t_g(\omega) = \tau = \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \leftarrow \text{تأخیر زمانی گروه}$$

$$t_{fr}(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{\varphi(\omega)}{\omega} \leftarrow \text{تأخیر زمانی جبهه}$$

که در آن  $\varphi$  فاز موج است. باند فرکانسی  $A(\omega)$ ، زاویه‌ی فازی و زمان‌های تأخیر در شکل ۲-۱ نشان داده شده‌اند. اگر  $\varphi(\omega)$  زمانی که  $\omega$  به بینهایت میل می‌کند، به یک خط مستقیم نگراید، آنگاه عبارت تأخیر زمانی جبهه هیچ معنایی نخواهد داشت. این وضع در مورد سیگنال‌های محدود باند فرکانسی در هر محیطی و نیز در حالت تونل‌زنی، که در آن عدد موج موهومی است و از این رو زاویه‌ی  $\varphi = kx$  به طول  $x$  بستگی ندارد، رخ می‌دهد. برای همه‌ی مؤلفه‌های یک سیگنال در حال تونل‌زنی شامل مدهای ناپایدار، رابطه‌ی  $t_g = 0$  صدق می‌کند و  $t_{fr}$  تعریف نمی‌شود [۳].



شکل ۲-۱



# فصل دوم

## تونل زنی کوانتومی

## ۱-۲ تاریخچه مختصری از تونل‌زنی کوانتومی

سه سال پس از کشف خاصیت پرتوافشانی در سال ۱۸۹۶، الستر و گیتل<sup>۱۸</sup> شیوهی واپاشی نمایی مواد پرتوزا را از طریق آزمایش کشف کردند. در سال ۱۹۰۰ رادرفورد<sup>۱۹</sup> ایده‌ی نیمه عمر این مواد شیمیایی را، یعنی مدت زمان لازم برای این که تعداد نوکلئون‌های پرتوزا به نصف تعداد اولیه‌شان برسد، مطرح کرد. در سال ۱۹۰۵ شوایدلر<sup>۲۰</sup> ماهیت آماری واپاشی را به اثبات رساند. این بدین معناست که احتمال ازهم پاشیدگی یک هسته به زمان شکل‌گیری‌شان بستگی ندارد و دیگر این که زمان واپاشی یک هسته‌ی خاص را تنها به طریق آماری می‌توان پیش‌بینی کرد. این تفکر به صورت تجربی توسط کول‌راوش<sup>۲۱</sup> در سال ۱۹۰۶ تحقیق شد. آزمایش‌های بعدی نشان دادند که پهنای واپاشی  $\Gamma$ <sup>۲۲</sup> (که از طریق رابطه‌ی  $\tau = \frac{\ln 2}{\Gamma}$  به نیمه عمر  $\tau$  مربوط می‌شود) به متغیرهای بیرونی مانند فشار، دما یا محیط شیمیایی وابسته نیست.

قانون نمایی واپاشی به صورت دیفرانسیلی زیر نیز نوشته می‌شود،

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\Gamma N(t),$$

یا به صورت انتگرالی آن، یعنی:

$$N(t) = N_0 \exp(-\Gamma t),$$

که در آن  $N_0$  تعداد اولیه‌ی نوکلئون‌ها (در  $t=0$ )،  $N(t)$  تعدادشان در  $t > 0$ ، و  $\Gamma$  احتمال واپاشی در واحد زمان است. برای نرخ واپاشی<sup>۲۳</sup> همچنین می‌توان رابطه‌ی  $T = \frac{1}{\Gamma}$  یا  $\tau = T \ln 2$  را به کار برد. باید اشاره کرد که  $N(t)$  نتیجه‌ی یک اندازه‌گیری مجرد نیست بلکه میانگین‌گیری روی یک سری اندازه‌گیری است. بنابراین،  $P(t) = \frac{N(t)}{N_0}$  احتمال این است که یک هسته‌ی معین در زمان  $t$  ( $t > 0$ )

<sup>18</sup> Elster and Gietel

<sup>19</sup> Rutherford

<sup>20</sup> Schweidler

<sup>21</sup> Kohlrausch

<sup>22</sup> Decay width

<sup>23</sup> Rate of decay

واپاشی نکرده و در حالت ابتدایی اش باقی مانده باشد. به جای  $N(t)$  می‌توانیم عبارت

$$P(t) = \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\Gamma t}$$

را به کار ببریم که معمولاً منسوب به قانون واپاشی نمایی است. نظریه‌ی واپاشی  $\alpha$  بر اساس تونل‌زنی کوانتومی توسط گامو<sup>۲۴</sup> پیشنهاد شد، کسی که فرمول گاموی معروف را کشف کرد. تاریخچه‌ی این اکتشاف توسط رزنفلد<sup>۲۵</sup> که یکی از فیزیکدانان هسته‌ای برجسته قرن بیستم بود نقل شده است. اولین تلاش گامو با شکست مواجه شد. او فرض کرد که ذره‌ی  $\alpha$  یک ذره نقطه‌ای جایگزیده در میدان کولنی هسته است و برای گسیل آن یک طیف پیوسته پیدا کرد که این با واقعیت تجربی ویژه انرژی‌های معینی که ذرات ساطع می‌کنند در تناقض بود. پس از آن، گامو به فکر ادغام کردن نیروهای هسته‌ای جاذب با نیروی دافعه کولنی افتاد و با این کار یک سد مؤثر برای ذره‌ی  $\alpha$  مهیا شد. او معادله‌ی شرودینگر را با این پتانسیل مؤثر حل کرد و شرط مرزی موج “در حال خروج” را برای فاصله‌های بزرگ از مرکز هسته اعمال کرد. گامو دریافت که این مسئله‌ی شرط مرزی دونقطه‌ای (برای  $r=0$  باید متناهی باشد و برای  $r \rightarrow \infty$  باید  $\frac{\exp(ikr)}{kr} \rightarrow \Psi$ ) برای انرژی‌های حقیقی حل ندارد، اما برای انرژی‌های مختلط حل‌هایی وجود دارد. او قسمت مختلط انرژی را به عنوان پهنای واپاشی  $\frac{\Gamma}{2}$  (یا ثابت واپاشی) از هم‌پاشیدگی تعریف کرد و به این شیوه فرمول گایگر-ناتل<sup>۲۶</sup> را که رابطه‌ای است بین  $\frac{\Gamma}{2}$  و انرژی ذره‌ی  $\alpha$  ساطع شده، پیدا کرد. این کار به تدریج پس از ورود گامو به گوتینگن<sup>۲۷</sup> کامل شد. هنگامی که او در یک سمینار هفتگی در انجمن علمی نتیجه کارش را ارائه داد توجه زیادی را به خود جلب کرد. مکس بورن<sup>۲۸</sup> که در میان حضار بود اهمیت این نظریه را درک کرد. بورن اعلام داشت که این ایده نه تنها برای فیزیک هسته‌ای قابل اجراست بلکه یک طرح کلی است که باید در سیستم‌های فیزیکی دیگر نیز وجود داشته باشد. او پی برد که گسیل سرد الکترون‌ها از یک سطح فلزی می‌تواند مثال دیگری از این پدیده باشد. بورن که یکی از بنیانگذاران مکانیک کوانتومی مدرن بود پایه‌ی کار گامو را مورد نقد قرار داد، با این استدلال که هامیلتونی یک عملگر هرمیتی است و ویژه مقادیرش باید حقیقی باشد نه مختلط، آن طوری که گامو فرض کرده بود. به

<sup>24</sup> Gamow

<sup>25</sup> Rosenfeld

<sup>26</sup> Geiger-Nuttall

<sup>27</sup> Göttingen

<sup>28</sup> Max Born

هر حال موفقیت نتیجه گامو نمی توانست نادیده گرفته شود. از این رو بورن چند هفته‌ای روی این مسئله کار کرد و با در نظر گرفتن عملگرهای هرمیتی و حالت‌هایی با ویژه‌مقادیر حقیقی همان نتیجه را به دست آورد. برای این منظور بورن فرض کرد که درون هسته حالت‌های گسسته و مانا وجود دارد و پتانسیل کولنی خارج از هسته یک طیف پیوسته دارد که با انرژی‌های گسسته‌ی درون هم پوشانی می‌کند. حال می‌توان این دو مجموعه از تابع‌های موج را (درون و بیرون) به صورت یک مجموعه‌ی کامل از حالت‌ها در نظر گرفت و بسته‌ی موج اصلی را بر حسب آنها بسط داد و بدین ترتیب اساساً همان نتیجه گامو حاصل می‌شود.

در همان زمانی که گامو کارش را چاپ کرد، گرنی<sup>۲۹</sup> و کاندن<sup>۳۰</sup> نیز مقاله‌ای را درباره‌ی واپاشی  $\alpha$  در نشریه‌ی دوره‌ای Nature چاپ کردند. سال‌ها بعد (۱۹۶۲)، کاندن تاریخچه نظریه‌ی تونل‌زنی را بازخوانی کرد که در اینجا به اختصار ذکر می‌شود.

در سال ۱۹۲۸ کاندن به عنوان استادیار در دانشگاه پرینستون<sup>۳۱</sup> مشغول به کار بود. در آنجا او گرنی را که دانشجوی سابق رادرفورد بود ملاقات کرد. در آن زمان دو مقاله‌ی چاپ شده وجود داشت؛ یک مقاله توسط آپن‌هایمر<sup>۳۲</sup> و دیگری توسط فاولر<sup>۳۳</sup> و نُردهیم<sup>۳۴</sup>. این دانشمندان خصیصه‌های غیرمتعارف و جالب توجهی را در مکانیک کوانتومی سیستم‌های یک بعدی مشاهده کرده و این مکانیک جدید را برای فهم فیزیک گسیل سرد الکترون‌ها به کار برده بودند. با مطالعه‌ی این مقالات گرنی به فکر به کار بردن همین ایده برای حل مسئله‌ی واپاشی  $\alpha$  افتاد. در ابتدا نظر فیزیکدان ربرتسون<sup>۳۵</sup> را درباره‌ی این رهیافت جویا شد اما به هیچ دلگرمی نرسید. پس از آن، زمانی که گرنی ایده‌اش را با کاندن مطرح کرد، او به پتانسیل این نظریه پی برد و آن دو تصمیم گرفتند با هم بر روی این موضوع کار کنند. خیلی زود آنها مشاهده کردند که دانستن شکل پتانسیل درون هسته ضرورتی ندارد، فقط باید فرض کرد که پتانسیل درونی در فاصله‌ای برابر با شعاع هسته صفر می‌شود. آنها همچنین مشاهده کردند که می‌توانند تقریب نیمه کلاسیکی یا WKB را در محاسبه‌ی تابع موج زیر سد به کار برند. به این شیوه، گرنی

---

<sup>29</sup> Gurney

<sup>30</sup> Condon

<sup>31</sup> Princeton University

<sup>32</sup> Oppenheimer

<sup>33</sup> Fowler

<sup>34</sup> Nordheim

<sup>35</sup> H.R. Robertson