بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه قم
دانشکده علوم پایه
پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد فیزیک
(گرایش نجومی)

عنوان:

بررسی نقض اصل هم ارزی در دنیای کوانتومی

استاد راهنما:
دکتر حبیب الله رزمی

استاد مشاور:
دکتر ملیحه حیدری فرد

نگارنده:
خدیجه شاکرین

بهمن ۱۳۹۱

تقدیم به رهبر عزیز و فرزانه‌ام، که راه روشن دانش‌اندوزی را برای ما رهروان این‌گونه ترسیم نموده‌اند:

”ما باید علم را با همه‌ی معنای کامل آن به عنوان یک جهاد دنبال کنیم.“

حرم مطهر رضوی، ۱۳۸۵/۱/۱

سپاس و قدردانی

شکر بی‌کران یگانه پروردگارم را که موهبت عقل و فکرت را به ما ارزانی داشت. و سپاس از پدر و مادر دلسوزم که این ودیعه‌ی الهی را در من شکوفا ساختند. قدردان همه‌ی آموزگارانی هستم که از کودکی مشوق و روشنگر راهم بوده‌اند. از تمامی اساتید دانشگاه قم که در مسیر بالندگی مرا یاری نمودند، نهایت سپاس و امتنان را دارم؛ به ویژه از استاد ارجمندم جناب آقای دکتر حبیب الله رزمی که متعهدانه مرا در نگارش پایان نامه‌ی حاضر راهنمایی فرمودند. افزون بر آن، بایسته است که از مساعدت و همکاری استاد مشاورم، سرکار خانم دکتر ملیحه حیدری فرد، ممنون باشم. در پایان، از اساتید داور و ناظر این پایان نامه نیز کمال تشکر را دارم.

چکیده

اینشتین نظریه‌ی نسبیت عام خود را بر پایه‌ی چند اصل مهم مطرح نمود. از میان این اصول اصل هم ارزی را اساسی ترین اصل نسبیت عام می‌شمارند. بدین سان، آزمودن اعتبار این نظریه منوط به تعیین محدوده‌ی برقراری اصل هم ارزی است. امروزه فیزیکدانان بر این باورند که باید اصل هم ارزی در برخی سطوح نقض شود؛ زیرا این نقض لازمه‌ی دست یابی به نظریه‌های جدید نظیر گرانش کوانتومی، نظریه‌ی ریسمان و ... می‌باشد. از همین رو بررسی نقض اصل هم ارزی به شکل جدی مورد بحث واقع شده است. پس از ارائه‌ی نظریه‌ی نسبیت عام، آزمایش‌های مختلفی توانسته‌اند با دقت‌های متفاوت اصل هم ارزی را بررسی نمایند؛ اما در چند دهه‌ی اخیر، امکان نقض این اصل بر اساس برخی آزمون‌های نظری و تجربی مطرح شده است. در پایان نامه‌ی حاضر، ضمن اشاره‌ی اجمالی به نظریه‌ی نسبیت عام، صورت‌های مختلف اصل هم ارزی و آزمون‌های نقد و بررسی آن را (در سطح مکانیک کوانتومی) مطالعه می‌کنیم و درمی‌یابیم رهیافت‌هایی که به صورت نظری نقض اصل هم ارزی را ادعا نموده‌اند، با ملاحظه‌ی اصل عدم قطعیت قابل نقداند. پس با وجود این‌که امکان نقض اصل هم ارزی را انکار نمی‌کنیم، اما اظهار نظرهای قطعی درباره‌ی نقض و یا مشاهده پذیر بودن این نقض را (با روش‌ها و الگوهای تا کنون مطرح) محل تردید می‌دانیم. لازم به ذکر است اگرچه داده‌های آزمایش‌های تداخل سنجی اتمی از طریقی که ما در این جا به کار برده‌ایم غیر قابل نقداند، اما این آزمایش‌ها هنوز این اصل را در محدوده‌ی دقت شناخته شده‌ی آن نقض نکرده‌اند. امید داریم در آینده رویدادهای جدیدتری همچون آزمون‌های فکری و تجربی نو در دنیای کوانتومی و یا پرتاب ماهواره‌ی STEP و انجام آزمایش‌های پیشرفته‌تر، قلمروی اعتبار اصل هم ارزی را به طور دقیق‌تر مشخص سازند.

کلمات کلیدی: *جرم لختی، جرم گرانشی، اصل هم ارزی، نقض اصل هم ارزی، عدم قطعیت کوانتومی*

فهرست مطالب

فصل ۱

معرفی اجمالی نظریه‌ی نسبیت عام و اصل هم ارزی

۱.۱ مقدمه

هر نظریه‌ی علمی، ویژگی منحصر به فردی دارد. خصوصیت بارز نسبیت عام این است که بیان می‌کند دافعه‌ی گرانشی وجود ندارد و نمی‌توان اتاقک بسته‌ای ساخت که درون آن از هر اثر گرانشی خارجی مصون باشد. بنابراین، هیچ ناحیه‌ای از فضا خالی از اثرات گرانشی نیست. به بیان دیگر گرانش با همه چیز درگیر می‌شود و اندرکنش دارد. این سرشت، نقش مهمی در نظریه‌ی نسبیت عام اینشتین دارد. او استدلال کرد گرانش باید یک جزء ذاتی فضا-زمان باشد که می‌توان آن را به صورت هندسه‌ی فضا-زمان نشان داد. مفهوم این هندسه در نسبیت خاص نیز به کار می‌رود، با این تفاوت که در آن جا چارچوب‌های ما لخت هستند و با سرعت ثابت نسبت به یک‌دیگر حرکت می‌کنند؛ به عبارت دیگر، نیرویی بر آن‌ها وارد نمی‌شود. در نسبیت خاص مربع فاصله‌ی بین دو رویداد با مختصات (x, y, z, t) و $(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt)$ از این رابطه به دست می‌آید:

$$ds^{۲} = c^{۲} dt^{۲} - dx^{۲} - dy^{۲} - dz^{۲}. \qquad (۱.۱)$$

این فاصله ناوردا است، چراکه ناظر لخت دیگر نیز همین مقدار را اندازه می‌گیرد.

با حضور گرانش در نسبیت عام، دستگاه‌ها شتاب دارند؛ در این جا نیز فاصله همچنان ناوردا می‌ماند. فاصله‌ی بین دو رویداد مجاور از رابطه‌ی کلی زیر محاسبه می‌شود:

$$ds^{۲} = \sum_{i,k=۰}^{۳} g_{ik}\ dx^{i}\ dx^{k}, \qquad (۲.۱)$$

که در آن x^i به ازای $i = ۱,۲,۳$ مختصات فضایی، و به ازای $i = ۰$ مختصه‌ی زمانی را نشان می‌دهد. در حالت کلی ضریب‌های g_{ik} توابعی از x^i هستند که بیانگر اطلاعات گرانشی می‌باشند. در حقیقت این‌ها پتانسیل را در گرانش نیوتونی معرفی می‌کنند. g_{ik} یک تانسور متقارن هموردای مرتبه دو با نشانگان[۱] ۲− است که آن را متریک می‌نامند. از این رو، رابطه‌ی تبدیل تانسوری آن‌ها بدین شکل است [۱] :

$$g'_{mn} = \frac{\partial x^i}{\partial x'^m} \; \frac{\partial x^k}{\partial x'^n} \; g_{ik}. \tag{۳.۱}$$

اکنون میدان برداری $X^i(x)$ را در نقطه‌ی Q با مختصات $x^i + \delta x^i$ نزدیک به نقطه‌ی P با مختصات x^i در نظر می‌گیریم. با استفاده از بسط تیلور تا مرتبه‌ی اول خواهیم داشت:

$$X^i(x + \delta x) = X^i(x) + \delta x^k \; \partial_k X^i. \tag{۴.۱}$$

اگر جمله‌ی دوم سمت راست عبارت بالا را با δX^i نشان دهیم، داریم:

$$\delta X^i(x) = \delta x^k \partial_k X^i = X^i(x + \delta x) - X^i(x), \tag{۵.۱}$$

که یک رابطه‌ی تانسوری نیست؛ زیرا تفاضل دو تانسور در دو نقطه‌ی مختلف است. پس نمی‌توانیم مشتق معمولی از یک تانسور را تعریف کنیم. از آن جا که در نسبیت عام به دنبال روابط تانسوری هستیم تا شکل ناوردا داشته باشند، روش دیگری را به کار می‌بریم. اگر میدان برداری $X^i(x)$ را در نقطه‌ی P به طور موازی به نقطه‌ی Q انتقال دهیم و مقدار $X^i + \bar{\delta} X^i$ را به دست آوریم، آن‌گاه

$$X^i(x) + \delta X^i(x) - \Big[X^i(x) + \bar{\delta}\; X^i(x)\Big] = \delta X^i(x) - \bar{\delta}\; X^i(x), \tag{۶.۱}$$

یک رابطه‌ی تانسوری است. در جایی که $X^i(x)$ یا δx^i صفر شود، $\bar{\delta} X^i$ نیز باید صفر گردد. بنابراین ساده‌ترین تعریفی که رابطه‌ی $\bar{\delta} X^i$ را با $X^i(x)$ و δx^i خطی در نظر می‌گیرد، عبارت است از:

$$\bar{\delta}\; X^i(x) \equiv -\Gamma^i_{jk}(x) X^j(x) \delta x^k. \tag{۷.۱}$$

حال مشتق هموردا[۲] را که با نماد $\nabla_j X^i$ یا $X^i_{;j}$ یا $X^i_{\|j}$ نمایش می‌دهند، تعریف می‌کنیم:

$$\nabla_j X^i = \lim_{\delta x^j \to ۰} \frac{۱}{\delta x^j} \Big\{ X^i(x + \delta x) - \Big[X^i(x) + \bar{\delta}\; X^i(x)\Big] \Big\}. \tag{۸.۱}$$

با توجه به روابط (۵.۱) و (۷.۱) خواهیم داشت:

$$\nabla_j X^i = \partial_j X^i + \Gamma^i_{kj} X^k. \tag{۹.۱}$$

---

[۱] Signature
[۲] Covariant Derivative

از آن جا که می‌دانیم $\nabla_j X^i$ یک تانسور است، به دست می‌آوریم:

$$\Gamma'^i_{jk} = \frac{\partial x'^i}{\partial x^m}\frac{\partial x^n}{\partial x'^j}\frac{\partial x^p}{\partial x'^k}\,\Gamma^m_{np} + \frac{\partial^۲ x^p}{\partial x'^j \partial x'^k}\frac{\partial x'^i}{\partial x^p}, \qquad (۱۰.۱)$$

یا به طور معادل:

$$\Gamma^i_{jk} = \frac{\partial x'^i}{\partial x^m}\;\frac{\partial x^n}{\partial x'^j}\;\frac{\partial x^p}{\partial x'^k}\;\Gamma^m_{np} - \frac{\partial x^m}{\partial x'^j}\;\frac{\partial x^n}{\partial x'^k}\;\frac{\partial^۲ x'^i}{\partial x^m \partial x^n}. \qquad (۱۱.۱)$$

از روابط بالا درمی‌یابیم که Γ^i_{jk} تانسور نیست، اما نسبت به اندیس‌های پایین (هموردا) متقارن است. Γ^i_{jk} را ارتباط[۱] یا نمادهای کریستوفل[۲] می‌نامند. Γ^i_{jk} مفهومی معادل نیرو در گرانش نیوتونی دارد.

اینشتین از هندسه‌ی نااقلیدسی ریمان برای توصیف نظریه‌ی گرانش خود استفاده نمود. این هندسه ساده سازی‌های زیر را وارد می‌کند:

$$\Gamma^i_{jk} = \Gamma^i_{kj}, \qquad (۱۲.۱)$$

$$\nabla_k\, g_{ij} = ۰. \qquad (۱۳.۱)$$

بنابراین، با استفاده از رابطه‌ی (۳.۱) نتیجه‌ی مطلوب به دست می‌آید:

$$\Gamma^i_{jk} = \frac{۱}{۲} g^{im}\left(\frac{\partial g_{mj}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{km}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^m}\right). \qquad (۱۴.۱)$$

اکنون به دنبال یافتن معادله‌ی زمین پیما[۳] در نسبیت عام هستیم. طبق تعریف، زمین پیما نوعی از منحنی است که بردار مماس بر آن به موازات خودش حرکت می‌کند. افزون بر این، زمین پیما کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه‌ی فضا-زمان را نشان می‌دهد.

نخست لازم می‌نماید که مشتق جهت‌دار[۴] را برای یک تانسور دلخواه با نماد زیر تعریف کنیم:

$$\frac{D}{Du}(T^{a\cdots}_{b\cdots}) = \nabla_X\; T^{a\cdots}_{b\cdots} = X^i \nabla_i\; T^{a\cdots}_{b\cdots}. \qquad (۱۵.۱)$$

حال اگر $X^i = \dfrac{dx^i}{du}$ میدان برداری مماس بر زمین پیما باشد، باید مشتق جهت‌دار آن در معادله‌ی

$$\nabla_X\; X^i = \lambda\; X^i, \qquad (۱۶.۱)$$

با مقدار دلخواه λ صدق کند. در نتیجه با بهره گیری از روابط (۹.۱) و (۱۵.۱) خواهیم داشت:

$$\frac{d^۲ x^i}{du^۲} + \Gamma^i_{jk}\;\frac{dx^j}{du}\;\frac{dx^k}{du} = \lambda\;\frac{dx^i}{du}, \qquad (۱۷.۱)$$

[۱] Connection
[۲] Christoffel Symbols
[۳] Geodesic
[۴] Directional Derivative

که u پارامتر منحنی است. به دلیل آن‌که λ دلخواه است، در صورتی که بتوان آن را روی منحنی با متغیر s صفر نمود، معادله‌ی زمین پیما به عبارت زیر تقلیل می‌یابد:

$$\frac{d^{2}x^{i}}{ds^{2}}+\Gamma^{i}_{jk}\,\frac{dx^{j}}{ds}+\frac{dx^{k}}{ds}=0. \qquad (۱۸.۱)$$

در ادامه، به سراغ مفهوم انحنا می‌رویم. ابتدا باید تانسور ریمان را به صورت زیر تعریف کنیم:

$$R^{i}_{jkl}=\partial_{k}\Gamma^{i}_{jl}-\partial_{l}\Gamma^{i}_{jk}+\Gamma^{m}_{jl}\,\Gamma^{i}_{mk}-\Gamma^{m}_{jk}\,\Gamma^{i}_{ml}. \qquad (۱۹.۱)$$

اگرچه در عبارت بالا هر جمله به تنهایی نمایشگر یک تانسور نیست، اما می‌توان نشان داد که حاصل آن یک تانسور است. با استفاده از خواص تقارنی این تانسور، به اتحادهای بیانکی[۱] می‌رسیم:

$$\nabla_{i}R_{mnjk}+\nabla_{k}R_{mnij}+\nabla_{j}R_{mnki}\equiv 0. \qquad (۲۰.۱)$$

اکنون می‌توانیم تانسور انحنا (تانسور ریچی[۲]) را با به کار بردن قاعده‌ی تنجش[۳] به دست آوریم:

$$R_{ij}=R^{k}{}_{ikj}. \qquad (۲۱.۱)$$

با استفاده‌ی دوباره از قاعده‌ی تنجش، اسکالر انحنا (اسکالر ریچی) حاصل می‌شود:

$$R=R^{i}_{i}=g^{ij}R_{ij}. \qquad (۲۲.۱)$$

می‌توان با دو تانسور اخیر، تانسور اینشتین را معرفی نمود:

$$G_{ij}=R_{ij}-\frac{1}{2}g_{ij}\;R. \qquad (۲۳.۱)$$

با این تعریف، اتحادهای بیانکی بدین صورت بازنویسی می‌شوند:

$$\nabla_{i}G^{i}_{j}\equiv 0. \qquad (۲۴.۱)$$

باید دانست که: "شرط لازم و کافی برای تخت بودن یک متریک (هندسه‌ی آن) این است که تانسور ریمان آن صفر باشد."

اگر به جز گرانش میدان‌های دیگری نیز در فضا-زمان حضور داشته باشند، نیازمند تعریف تانسور انرژی-تکانه (T^{ij}) برای توصیف این میدان‌ها خواهیم بود. هم ارزی جرم و انرژی پیشنهاد می‌دهد که همه‌ی صورت‌های انرژی به عنوان چشمه‌ی میدان گرانشی عمل کنند؛ این درواقع مفهوم اصل هم ارزی ضعیف (WEP)[۴] است. بنابراین T^{ij} چشمه‌ی معادلات میدان می‌باشد. در مختصات

[۱] Bianchi Identities

[۲] Ricci

[۳] عمل تنجش، یکسان کردن یک اندیس پایین با یک اندیس بالا در تانسور آمیخته است که رتبه‌ی آن را دو مرتبه کاهش می‌دهد.

[۴] Weak Equivalence Principle

مینکوفسکی[۱] نسبیت خاص، تانسور انرژی-تکانه قوانین بقا را این گونه برآورده می‌سازد:

$$\partial_j T^{ij} = ۰. \qquad (۲۵.۱)$$

اصل حداقل جفت شدگی گرانشی[۲] (توضیح آن در ادامه‌ی همین بخش می‌آید)، عبارت بالا را به صورت زیر برای نسبیت عام تعمیم می‌دهد:

$$\nabla_j T^{ij} = ۰. \qquad (۲۶.۱)$$

از مقایسه‌ی این رابطه با اتحاد (۲۴.۱) درمی‌یابیم که باید دو تانسور متناسب باشند:

$$G^{ij} = \kappa\, T^{ij}. \qquad (۲۷.۱)$$

κ ضریب تناسب است و ثابت جفت شدگی نام دارد. این ثابت با استفاده از اصل تطابق[۳] (توضیح آن در ادامه‌ی همین بخش می‌آید) تعیین می‌گردد. چون در حد رسیدن از نسبیت عام به گرانش نیوتونی (یعنی حد گرانش ضعیف و سرعت پایین) باید این معادله به معادله‌ی پواسون کاهش یابد، خواهیم داشت:

$$\kappa = \frac{۸\pi G}{c^۴}, \qquad (۲۸.۱)$$

و در نتیجه معادله‌ی (معادلات) اینشتین به شکل

$$G^{ij} = \frac{۸\pi G}{c^۴} T^{ij}, \qquad (۲۹.۱)$$

خواهدبود. در سمت راست این معادله توزیع ماده و انرژی، و در سمت چپ آن هندسه‌ی فضا-زمان حضور دارد. یعنی معادله‌ی اینشتین ماده و هندسه را به یک‌دیگر مربوط می‌کند. روش حل این معادله (معادلات) بدین صورت است که معمولا تانسور انرژی-تکانه (به عنوان مثال برای غبار، سیال کامل و ...) را می‌شناسیم و با استفاده از آن، هندسه‌ی فضا-زمان را تعیین می‌کنیم. گاهی تانسور انرژی-تکانه و تانسور اینشتین را هم زمان به طور جزئی می‌شناسیم؛ آن‌گاه به کمک این معادله هر دو تانسور را به طور کامل مشخص می‌سازیم.

از موارد ابتدایی موفقیت نظریه‌ی نسبیت عام می‌توان توضیح پدیده‌هایی نظیر انتقال به سرخ گرانشی، حرکت تقدیمی حضیض عطارد، خمش نور و ... را که گرانش نیوتونی و نسبیت خاص از توجیه آن‌ها ناتوان‌اند، نام برد.

[۱] Minkowski
[۲] Minimal Gravitational Coupling Principle
[۳] Correspondence Principle

با وجود این‌که به دلیل غنی بودن هندسه‌ی ریمانی، به نسبیت عام نگاه ریاضی می‌شود، اما سرشت بنیادی و مفهومی این نظریه در چند اصل مهم نهفته است که بدون اثبات پذیرفته می‌گردند. این اصول عبارت اند از اصل ماخ[۱] (البته با توضیح و تذکری که در ادامه می‌آید)، اصل هموردایی عام[۲] اصل حداقل جفت شدگی گرانشی، اصل تطابق و اصل هم ارزی (EP)[۳] که در ادامه به توضیح آن‌ها می‌پردازیم.

۱ . اصل اول، اصل ماخ نام دارد. گفته می‌شود اینشتین نظریه‌ی نسبیت عام را تحت تأثیر افکار فلسفی ماخ ارائه کرده است. طبق این اصل، توزیع ماده هندسه را می‌سازد. به بیان دیگر، در جهان تهی نمی‌شود از هندسه صحبت نمود. اگرچه با داشتن توزیع ماده می‌توان هندسه را از معادله‌ی اینشتین محاسبه کرد، اما وجود متریک دوسیته[۴] یا متریک مینکوفسکی در جهان‌های تهی، بیان دوم اصل ماخ را رد می‌کند. ماخ فضای مطلق نیوتون را قبول ندارد و حرکت را نسبی می‌داند.

۲ . می‌دانیم در نسبیت عام همه‌ی چارچوب‌ها، لخت یا نالخت، با یک‌دیگر معادل‌اند؛ چراکه همه‌ی مشاهده‌گرها باید بتوانند قوانین فیزیکی را یکسان (یک شکل) درک کنند. در غیر این صورت، ما با توجه به محدود بودن به چارچوب نالخت زمین، شانس کمی برای کشف قوانین خواهیم داشت. از همین رو به سراغ اصل هموردایی عام می‌رویم. این اصل بیان می‌کند که قوانین فیزیکی در تمام چارچوب‌ها شکل یکسانی دارند و با توجه به ویژگی تانسورها، این قوانین را به شکل تانسوری می‌نویسیم تا شرط مورد نظر خود به خود برآورده شود. دلیل این مطلب آن است که معادلات تانسوری در همه‌ی دستگاه‌ها شکل ظاهری خود را حفظ می‌کنند.

۳ . اصل دیگر، اصل حداقل جفت شدگی گرانشی است. طبق این اصل، در گذار از نسبیت خاص به نسبیت عام باید کمترین تغییر در معادلات به وجود آید؛ بنابراین نباید جملات اضافه شده به وضوح شامل تانسور انحنا باشند. برای درک بیشتر این اصل، یک مثال مطرح می‌کنیم. همان طور که قبلا اشاره شد، قانون بقای انرژی-تکانه در نسبیت خاص بدین شکل است:

$$\partial_j T^{ij} = 0. \qquad (۳۰.۱)$$

[۱] Mach's Principle
[۲] General Covariance Pinciple
[۳] Equivalence Principle
[۴] de Sitter Metric

ساده ترین تعمیم از قانون بالا در نسبیت عام که دارای شکل تانسوری باشد، عبارت است از:

$$\nabla_j T^{ij} = 0. \qquad (۳۱.۱)$$

به دلیل این‌که تانسور انحنا در نسبیت خاص صفر است، می‌توان به شکل دیگری نیز این تعمیم را ایجاد نمود:

$$\nabla_j T^{ij} + g^{jm} R^i_{jnl} \nabla_m T^{nl} = 0, \qquad (۳۲.۱)$$

که منجر به معادله‌ی (۳۰.۱) در نسبیت خاص می‌گردد. اما با لحاظ اصل حداقل جفت شدگی گرانشی، این تعمیم قابل قبول نیست.

۴. لازم به ذکر است که یک نظریه‌ی جدید می‌بایست با هر نظریه‌ی پذیرفته شده‌ی قبلی در محدوده‌ی اعتبار آن هم خوان باشد. این مفهوم با عنوان اصل تطابق شناخته می‌شود. به عنوان نمونه، فرمول بندی نسبیت عام باید با حذف گرانش به نسبیت خاص تبدیل گردد.

۵. حال می‌خواهیم به یک اصل باقی مانده، یعنی اصل هم ارزی بپردازیم. بیشتر فیزیکدانان این اصل را اساسی ترین اصل نسبیت عام می‌شمارند [۲]. از آ ن جا که این پایان نامه به طور خاص به بررسی اصل هم ارزی می‌پردازد، شرح مفصل آن در یک بخش جداگانه مناسب به نظر می‌رسد.

۲.۱ اصل هم ارزی

به منظور معرفی اصل هم ارزی، نخست لازم است مفهوم جرم را تعریف کنیم. جرم را به دو دسته تقسیم می‌کنند: جرم اینرسی یا لختی (m_i)[۱] و جرم گرانشی (m_g)[۲]. جرم گرانشی، دو شکل معلوم (m_a)[۳] و مجهول (m_p)[۴] دارد. جرم لختی رفتار اینرسی جسم، یعنی مقاومت آن را در برابر تغییرات حرکت اندازه می‌گیرد و در قانون دوم نیوتون ظاهر می‌شود. جرم گرانشی رفتار گرانشی جسم را تعیین می‌کند. هر جسم، یک چشمه‌ی میدان گرانشی (m_a) و نیز متأثر از میدان گرانشی (m_p) است.

شناخت و بهره گیری از این تعابیر در طول زمان بدین صورت بوده است که نیوتون بین کمیت ماده و وزن تمایز قائل شد. پوانکاره[۵] نخستین بار از واژه‌ی «جرم گرانشی» و «جرم لختی» استفاده

[۱] Inertial Mass
[۲] Gravitational Mass
[۳] Active
[۴] Passive
[۵] Poincare

کرد. سپس باندی[1] سه مفهوم «جرم گرانشی معلوم» ، «جرم گرانشی مجهول» و «جرم لختی» را از لحاظ روش اندازه گیری متفاوت دانست. در نهایت، اینشتین برابر بودن جرم گرانشی (معلوم و مجهول) با جرم اینرسی را به عنوان اصل نسبیت عام قرار داد [۳].

در ادامه، مفهوم اصل هم ارزی و صورت‌های مختلف آن را به تفصیل بیان خواهیم کرد.

۱.۲.۱ پیشینه

نخستین بار گالیله کشف کرد که اجسام با یک نسبت مستقل از جرم سقوط می‌کنند. آزمایش گالیله در واقع یک مشاهده‌ی تجربی از فیزیک نیوتونی است. در این آزمایش، دو جسم مختلف از ارتفاع یکسان (برج پیزا) سقوط می‌کنند. اگر نیروهایی مانند مقاومت هوا را نادیده بگیریم، دو جسم هم زمان به زمین می‌رسند و شتاب یکسانی را تجربه می‌کنند. چند سال بعد، هویگنس[2] مشاهدات گالیله را اصلاح کرد. سپس نیوتون گرانش را با قانون عکس مجذور فاصله‌ای مطرح نمود. وی توانست با استفاده از قانون دوم خود نتیجه گیری کند نیرویی که گرانش اعمال می‌کند، متناسب با جرمی است که روی آن اثر می‌گذارد. طبق قانون سوم، نیرو همچنین با جرم منبع گرانشی متناسب است. نیوتون به خوبی آگاه بود که ممکن است این نتایج به طور تقریبی درست باشند و شاید جرم اینرسی وارد شده در قانون دوم، دقیقا با جرم گرانشی حاضر در قانون گرانش برابر نشود. اگر دو آونگ با طول‌های مساوی داشته باشیم، دوره‌ی تناوب هریک از آن‌ها با $\left(\frac{m_i}{m_g}\right)^{\frac{1}{2}}$ متناسب است؛ چراکه نیروی مماسی وارد بر هر آونگ عبارت است از:

$$F_{tan} = -m_g g \sin\theta, \tag{۳۳.۱}$$

به طوری که θ بیانگر زاویه‌ی انحراف از راستای قائم می‌باشد. اگر طول آونگ را با L نشان دهیم، با استفاده از قانون دوم نیوتون برای نوسانات کوچک به دست می‌آوریم:

$$m_i L \frac{d^2\theta}{dt^2} = -m_g g\theta. \tag{۳۴.۱}$$

بدین سان، دوره‌ی تناوب آونگ به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$T = 2\pi \left(\frac{m_i L}{m_g g}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{۳۵.۱}$$

[1] Bondi
[2] Huygens

نیوتون این آزمایش را برای جرم‌های مختلف (سرب و چوب) انجام داد و تا دقت $۱۰^{-۳}$ هیچ اختلافی در دوره‌ی تناوب آونگ‌ها مشاهده نکرد. سپس بسل[۱] این مشاهده را با دقت بیشتری ($۱۰^{-۵}$) تأیید نمود. سرانجام اتووش[۲] توانست به دقت $۱۰^{-۹}$ دست یابد [۴].

البته تا کنون به دلیل پیشرفت روش‌ها و ابزارهای اندازه گیری، این دقت به مقدار قابل توجهی افزایش یافته است. اما در این جا فقط به دلیل اهمیت تاریخی این آزمایش‌ها، به ذکر این موارد بسنده می‌کنیم و در آینده به آزمون‌های جدید اصل هم ارزی اشاره خواهیم نمود.

۲.۲.۱ اصل هم ارزی در مکانیک نیوتونی

نخست قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:

$$\boldsymbol{F} = m_i \boldsymbol{a}. \qquad (۳۶.۱)$$

از آن جا که جرم گرانشی مجهول میزان پاسخ جسم به میدان گرانشی خارجی را نشان می‌دهد، با قرار دادن m_p در میدان پتانسیل ϕ داریم:

$$\boldsymbol{F} = -m_p \, \nabla\phi. \qquad (۳۷.۱)$$

حال دو ذره را با جرم‌های لختی $m_i^{۱}$ و $m_i^{۲}$ و جرم‌های گرانشی مجهول $m_p^{۱}$ و $m_p^{۲}$ در نظر می‌گیریم. این دو جسم از ارتفاع یکسان در میدان گرانشی سقوط می‌کنند. بنابراین:

$$m_i^{۱} \boldsymbol{a}_{۱} = \boldsymbol{F}_{۱} = -m_p^{۱} \, \nabla\phi, \qquad (۳۸.۱)$$

$$m_i^{۲} \, \boldsymbol{a}_{۲} = \boldsymbol{F}_{۲} = -m_p^{۲} \, \nabla\phi. \qquad (۳۹.۱)$$

با استفاده از نتیجه‌ی مشاهده شده، یعنی $a_{۱} = a_{۲}$، نسبت

$$\frac{m_i^{۱}}{m_p^{۱}} = \frac{m_i^{۲}}{m_p^{۲}}, \qquad (۴۰.۱)$$

به دست می‌آید. اگر آزمایش را برای جرم‌های دیگر تکرار کنیم، خواهیم دید نسبت $\frac{m_i}{m_p}$ یک ثابت جهانی به نام α است. بدون از دست دادن کلیت مطلب، می‌توان با انتخاب مناسب یکاها مقدار α را واحد در نظر گرفت. پس جرم لختی با جرم گرانشی مجهول برابر می‌شود.

---
[۱] Bessel
[۲] Eotvos

اکنون فرض می‌کنیم دو جرم در دو نقطه‌ی فضا-زمان، با یک‌دیگر برهم کنش گرانشی دارند. اگر فاصله‌ی بین دو جسم را با r نشان دهیم، داریم:

$$\phi_1 = -G\frac{m_a^1}{r}, \tag{41.1}$$
$$\phi_2 = -G\frac{m_a^2}{r}. \tag{42.1}$$

نیرویی که هر جرم احساس می‌کند عبارت است از:

$$\boldsymbol{F}_1 = -m_p^1\ \nabla\phi_2, \tag{43.1}$$

$$\boldsymbol{F}_2 = -m_p^2\ \nabla\phi_1. \tag{44.1}$$

اگر مکان یکی از جرم‌ها را مبدأ فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{F}_1 = G\frac{m_p^1\ m_a^2}{r^2}\hat{r}, \tag{45.1}$$
$$\boldsymbol{F}_2 = -G\frac{m_p^2\ m_a^1}{r^2}\hat{r}. \tag{46.1}$$

پس با استفاده از قانون سوم نیوتون به دست می‌آوریم:

$$\frac{m_p^1}{m_a^1} = \frac{m_p^2}{m_a^2}. \tag{47.1}$$

با استدلالی مانند قبل نتیجه می‌گیریم که جرم گرانشی مجهول با جرم گرانشی معلوم برابر است. بنابراین، به نتیجه‌ی مهم زیر (اصل هم ارزی) در فیزیک نیوتونی دست می‌یابیم:

$$m = m_i = m_a = m_p. \tag{48.1}$$

لازم به توضیح است که برابری جرم لختی و جرم گرانشی در فیزیک نیوتونی، یک نتیجه‌ی قابل مشاهده می‌باشد. پس امکان دارد مثلا دو جرم سقوط کننده‌ی آزاد، شتاب متفاوتی در مرتبه‌هایی دقیق‌تر از دقت‌های امروزه داشته باشند. وقوع این نتیجه‌ی فرضی، هیچ خللی در فیزیک نیوتونی وارد نمی‌کند؛ چراکه هم ارزی دو جرم را به عنوان اصل نپذیرفته است. اما اگر این فرض اساسی (اصل هم ارزی) نسبیت عام نقض شود، نظریه‌ی اینشتین در همان محدوده اعتبار خود را از دست خواهد داد [۲].

۳.۲.۱ صورت‌های مختلف اصل هم ارزی

اصل هم ارزی، فضا-زمان را با یک گروه از مسیرهای مرجح، یعنی جهان خط‌های جسم‌هایی که سقوط آزاد دارند، تقسیم می‌کند. در یک چارچوب موضعی که یکی از این مسیرها را دنبال می‌نماید حرکت جسم‌های آزمون یکنواخت است. افزون بر این، نتایج آزمون‌های غیر گرانشی موضعی، مستقل از سرعت چارچوب می‌باشد. دو چارچوبی که در یک رویداد از فضا-زمان واقع شده‌اند، اما نسبت به یک‌دیگر حرکت می‌کنند، باید در آزمایش‌های یکسان از همه‌ی قوانین فیزیکی غیر گرانشی پیش بینی مشابهی داشته باشند؛ به بیان دیگر، باید ناوردای لورنتس باشند. این جنبه از اصل هم ارزی را ناوردای لورنتس موضعی (LLI)[۱] می‌نامند.

همچنین پاسخ آزمون‌های غیر گرانشی باید مستقل از موقعیت فضا-زمانی چارچوب باشد. این مفهوم ناوردای موقعیت موضعی (LPI)[۲] نامیده می‌شود [۵].

جهانی بودن سقوط آزاد (UFF)[۳]، بخش دیگری از اصل هم ارزی است. گاهی UFF به عنوان اصل هم ارزی ضعیف قلمداد می‌گردد.

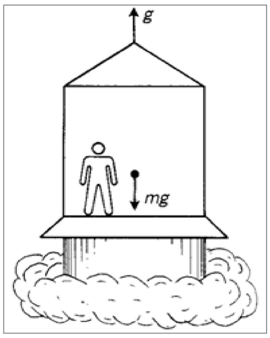
استدلال ذکر شده در بخش (۲.۲.۱) مبنی بر تأیید UFF، تنها در مورد ذرات نقطه‌ای معتبر است. به روشنی می‌توان این جواب را به حرکت مرکز جرم یک توزیع جرم گسترده در میدان گرانشی یکنواخت تعمیم داد. در این حالت، m_i و m_g به ترتیب جرم لختی کل و جرم گرانشی مجهول کل را نشان می‌دهند. اگر این دو جرم متناسب نباشند، جسم هنگام حرکت در میدان گرانشی تغییر شکل خواهد داد. اگر دوجرم متناسب، و سرعت اولیه‌ی همه‌ی اجزاء جسم یکسان باشد، آن‌گاه مسیر همه‌ی اجزا همانند یک‌دیگر خواهد بود. اگر سرعت‌های اولیه متفاوت باشند، جسم بدون عمل نیروهای چسبندگی داخلی، پخش و پراکنده خواهد شد [۶].

اکنون به توضیح اصل هم ارزی با بیان آزمایش فکری مشهور اینشتین، یعنی آزمایش آسانسور می‌پردازیم. ابتدا ناظر را در یک آسانسور در نظر می‌گیریم. حالت‌های زیر برای ناظر و آسانسور متصور است:

۱ . آسانسور در یک سفینه‌ی فضایی که با شتاب g نسبت به چارچوب لخت از زمین دور می‌شود قرار گرفته است. ناظر حاضر در آسانسور، یک جسم را از حال سکون رها کرده، مشاهده

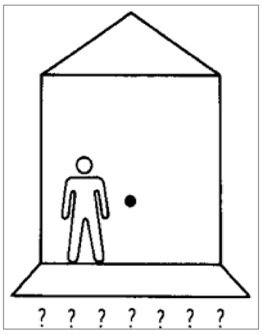
[۱] Local Lorentz Invariance
[۲] Local Position Invariance
[۳] Universality of Free Fall

می‌کند که جسم با شتاب g سقوط می‌کند.



شکل ۱.۱: حالت ۱ ، آسانسور در سفینه‌ی شتابدار [۲].

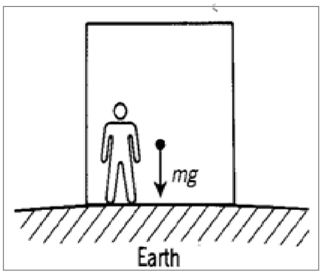
۲ . موتور سفینه‌ی شامل آسانسور خاموش می‌شود. در این حالت، آسانسور نسبت به ناظر چارچوب لخت به طور یکنواخت حرکت می‌کند. جسم رها شده، در حالت سکون نسبت به ناظر باقی می‌ماند.



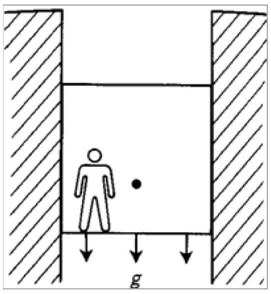
شکل ۲.۱: حالت ۲ ، آسانسور در سفینه‌ی غیرشتابدار [۲].

۳ . آسانسور روی سطح زمین قرار می‌گیرد. از حرکات مداری و چرخشی زمین صرف نظر می‌گردد. در این جا نیز جسم رها شده با شتاب g به سوی زمین سقوط می‌کند.

۴ . آسانسور در یک فضای خالی قائم نسبت به سطح زمین واقع می‌شود، به طوری که بتواند آزادانه سقوط کند. در این حالت جسم رها شده، در حالت سکون نسبت به ناظر باقی می‌ماند.



شکل ۱.۳: حالت ۳ ، آسانسور روی سطح زمین [۲].



شکل ۱.۴: حالت ۴ ، سقوط آسانسور در فضای خالی روی زمین [۲].

در موارد (۲) و (۴) توانسته‌ایم به طور موضعی اثرات گرانشی را حذف کرده، به حد نسبیت خاص برسیم. بنابراین هیچ آزمایش موضعی وجود ندارد که بتواند میان سقوط آزاد غیر چرخنده در میدان گرانشی و حرکت یکنواخت در فضا در غیاب گرانش (نسبیت خاص) تمایز قائل شود. با این تعریف یکی از صورت‌های اصل هم ارزی را ارائه کرده‌ایم.

از سوی دیگر می‌دانیم همه‌ی نیروهای لختی با جرم جسمی که به آن نیرو وارد می‌شود، متناسب است. نیروی حاضر در حالت‌های (۱) و (۳)، نیروی گرانش می‌باشد. بدین سان درمی‌یابیم چارچوبی که به صورت خطی نسبت به یک چارچوب لخت در نسبیت خاص شتاب دارد، به طور موضعی شبیه چارچوب ساکن در میدان گرانشی است. این مفهوم، یکی از بیان‌های اصل هم ارزی است [۲].

اگرچه در این بخش به توضیح صورت‌های مختلف اصل هم ارزی پرداختیم، لازم است دو اصطلاح رایج، یعنی اصل هم ارزی ضعیف و اصل هم ارزی قوی (SEP)[۱] را نیز شرح دهیم. در ادامه، تعریفی از این دو مفهوم را ذکر می‌کنیم که در منابع مختلف به کار رفته است.

[۱] Strong Equivalence Principle