فصل اول

مقدمه و کلیات و ادبیات تحقیق

۱ ـ۱ ـمقدمه

از ایام قدیم انتخاب بهینه برای سرمایه گذاری رویای هر سرمایه گذار بوده و هست. سرمایه گذاران به منظور تحقق رویای خود مبنی بر کسب بازدهی مورد انتظار از شم تجاری و تجربیات خود مدد می-گرفتند. با پیشرفت مدیریت مالی انتخاب های سرمایه گذاران روشمند شد و آنها با کاربرد مدلهای مختلف و تلفیق نتایج حاصل از آها با تجربیات خود قادر شدند تا انتخاب بهینه را محقق نمایند.

سبد سرمایه گذاری به مجموعه دارایی های سرمایه گذاری شده توسط یک سرمایه گذار اطلاق می-شود. از نظر فنی، یک سبد سرمایه گذاری ، مجموعه کاملی از دارایی‌های واقعی و مالی را در بر می گیرد. دارایی‌های مالی، شامل انواع اوراق بها داری مانند اوراق مشارکت، سهام عادی، سهام ممتاز و مشتقات مالی است. مدیریت سبد سهام، مطالعه همه ابعاد سبد سهام را در بر می گیرد که شامل ترکیب سهام موجود،

وزن هر سهم در سبد و بهترین زمان برای تغییر ترکیب سبد است. مدیریت سبد سهام، بخش مهمی از مفهوم مدیریت سرمایه گذاری و کانون توجه آن را تشکیل می دهد (عباسی،۱۳۸۸).

موضوع ردیابی شاخص[1] در حوزه مدیریت دارایی ها و سبد سهام طبقه بندی می شود که در ادامه به تشریح آن می پردازیم. یک سرمایه گذار اغلب خواستار دستیابی به بالاترین میزان بازده در کمترین سطح ممکن از ریسک است. محدودیت های دیگری نیز می تواند در یک سرمایه گذاری مشخص وجود داشته باشد. ردیابی شاخص یکی از راهبردهای کم ریسک تخصیص منابع است که به اعتقاد بسیاری از صاحب نظران، بازدهی بالاتری را نسبت به رویکرد فعال در یک افق زمانی بلند مدت ایجاد می کند (شارپ ، ۱۹۹۱). ایجاد یک پورتفوی با عملکردی مشابه شاخص و به دنبال آن دستیابی به ریسکی نزدیک به بازار ، منطق زیربنایی این رویکرد سرمایه گذاری است که هم اکنون با رشدی بی سابقه در تمامی بازارهای پیشرفته دنیا در حال پیاده سازی است (حنیفی، ۱۳۸۸).

۱ ۲ -مدیریت سبد سهام

مدیران سرمایه گذاری به طور دائم با این مسئله مواجه هستند که چگونه سبد سهامی را تشکیل دهند که بیشتر با اهداف مورد نظر آنها همسو باشد . یکی از این اهداف که تمامی مدیران سرمایه گذاری بر آن تاکید دارند افزایش سرمایه و درآمد حاصل از سرمایه گذاری در یک دوره زمانی میان مدت یا بلند مدت با توجه به محدودیت های سرمایه گذاری است . ریسک و بازده دو عاملی هستند که همواره در حوزه سرمایه گذاری مطرح بوده اند. به مرور زمان ریسک در مقابل بازده ، ماهیت جامعتری به خود گرفته و روشهایی جهت کمی نمودن، اندازه گیری یا به عبارتی مدیریت ریسک سرمایه گذاری مطرح شده است. پیش از این سرمایه گذاران در راستای اتخاذ تصمیمات مالی از نسبتهای بازده سرمایه گذاری استفاده می-

1- Index tracking

کردند (عراقی، ۱۳۸۵). بطور کلی از نقطه نظر پذیرش ریسک دو راهبرد زیر بنایی که برای مدیران دارایی جهت سرمایه گذاری ها مورد استفاده قرار می گیرد:

۱. *مدیریت فعال*[1] *سبد سهام* : در این روش مدیران پورتفوی بیشترین انعطاف پذیری را داشته و سعی در انتخاب بهترین سهم در یک دوره زمانی را دارند . در این روش فرض بر این است که مدیران با بهره گیری از تجربه و دانش خود در انتخاب اوراق بهادار و یا زمانبندی مناسب تصمیمات خرید / فروش قادر به ایجاد ارزش هستند. دیدگاه مدیران فعال سبد سهام این است که بازارها به خودی خود کارایی کامل ندارند.

۲. *مدیریت انفعالی*[2] *یا غیر فعال سبد سهام* : برخلاف مدیران فعال این دسته از مدیران بر این باورند که بازارهای مالی کارا می باشند . از طرفی نمی توان ه مواره با تغییرات بازار همگام شد . بنابراین این دسته از مدیران انعطاف پذیری کمتری داشته وخود را ملزم به برآورده ساختن مجموعه ای از معیارها و محدودیتها می دانند. معمولترین این محدودیتها دستیابی به بازده ای مطابق بازده یک شاخص خاص (مانند S&P500) با سرمایه گذاری بر تعداد محدودی از اقلام تشکیل دهنده آن شاخص می باشد . بر این اساس مدلهای شاخص محور برای تشکیل سب د سهام شکل گرفتند . سبد سهام حاصل از این روش سرمایه گذاری غیر فعال را سبد سهام ردیابی کننده شاخص می-نامند (بیزلی ،۲۰۰۳).

نوع دیگری از سرمایه گذاری ها وجود دارد که ترکیبی از دو استراتژی فوق است . به این ترتیب که بخشی از سرمایه را به صورت فعال و بخش دیگری را به صورت غیر فعال سرمایه گذاری می کنند.

1-Active management
2- Passive management

۱ ۳ -سرمایه گذاری غیر فعال در مقایسه با سرمایه گذاری فعال

از سال ۱۹۷۰ سرمایه گذاری های شاخص محور در بازارهای اقتصادی کشورهایی مانند امریکا، انگلستان، استرالیا و کانادا به طور گسترده ای رشد نمودند . به عنوان مثال موسسه بازنشستگی آمریکا در سالهای اخیر بیش از یک چهارم از دارایی های سرمایه ای خود را از طریق روشهای شاخص محور در سرمایه گذاری نموده است . این روشها در سرمایه گذاریهای خصوصی نیز محبوب می باشد (گیورونسکی،۲۰۰۵) . در سالهای اخیر نرخ رشد بالای ایجاد شده در بازارهای نوظهور مانند چین، عملکرد و کارایی استفاده از مدلهای شاخص محور در سرمایه گذاری در این بازارها را به اثبات رسانده است به طوری که امروزه سبدهای سهام ردیابی کننده شاخص محور اصلی سرمایه گذاری روی دارایی های مالی تلقی می شو ند (کی یان لی، ۲۰۱۱). همچنین تحقیقات عملی انجام شده توسط (مالیکیل ،۱۹۹۵)، (سورنسون ،۱۹۹۸)، (فرینو و گالگر ،۲۰۰۱) نشان می دهد که سرمایه گذاری های غیر فعال به طور متوسط از سرمایه گذاری های فعال کارا تر هستند (جریسون، ۲۰۰۸).

در سالهای اخیر مدیریت انفعالی و بویژه روش ردیابی شاخص در ایالات متحده و اروپا به دو دلیل عمده بسیار مورد توجه قرار گرفته است:

۱ - تجزیه و تحلیل تجربی گذشته نشان داده است که:

الف) در حالی که بهترین روشهای مدیریت فعال پرتفو در یک سال خاص عملکرد بهتری از عملکرد بازار دارند اما در دوره های طولانی مدت اینطور نیست (به عنوان مثال در سال ۱۹۹۸ در انگلستان تنها ۲۵٪ از پرتفوهای فعال در یک دوره ۵ ساله از شاخص خود پیشی گرفتند) .

ب) یک مدیریت فعال سبد سهام که در یک سال از شاخص خود پیشی می گیرد، در سالهای بعدی ممکن این عملکرد را تکرار نکند (در انگلستان بسیاری از سرمایه گذاریهایی که در سال ۱۹۹۲ عملکرد قابل قبولی داشتند عملکردشان در سال ۱۹۹۸ تا ۷۵٪ کاهش یافت.)

۲- چنانچه بازار و شاخص های آن رشد تدریجی در دوره زمانی بلند مدت داشته باشند واضح است که بازده های مناسب بدون درگیر شدن در ریسک زیاد ناشی از روش های مدیریت فعال قابل حصول می- باشد (بیزلی ،۲۰۰۳).

در حقیقت سرمایه گذاری انفعالی به اعتقاد بسیاری از متخصصان در بلند مدت دارای ریسک کمتر و هزینه های معاملاتی کمتر نسبت به رویکردهای فعال می باشد . چارلز الیس در مقاله ای با عنوان '' بازی بازند ه ها'' نشان داد که ۸۵٪ مدیران فعال نتوانسته اند بازدهی بالاتر از شاخص S&P500 را در یک بازۀ زمانی ۱۰ ساله بدست آورده و بر آن غلبه کنند .الیس بیان داشت که سرمایه گذاری در بازار سهام یک بازی با برایند صفر است، زیرا تمام سرمایه گذاران در مجموع، بازدۀ بازار را بدست خواهند آورد. معادل یک بازنده در بازار، بایستی یک برنده وجود داشته باشد . به جای کوشش برای غلبه بر بازار، سرمایه گذاران بایستی بازتابی از بازار را با حداقل هزینه از طریق یک پورتفوی ردیابی کنندۀ شاخص بدست آورند . نکته قابل توجه آن است که سرمایه گذاران به طور میانگین، بازده بازار منهای هزینه های معاملاتی را دریافت خواهند کرد و هرچه فعال تر باشند، با هزینه های معاملاتی، تأثیرات بازار و هزینه های مالیاتی بیشتر مواجه خواهند بود (حنیفی، ۱۳۸۸). بحث در مورد مزایا و معایب مدلهای سرمایه گذاری فعال و غیر فعال همواره وجود داشته و دارد . در ادامه برخی ویژگیها و مزایا و معایب هر یک از روشهای مدیریت سرمایه گذاری سبد سهام به اختصار بیان شده است .

مزایای مدیریت سرمایه گذاری فعال:

- مدیران دوره ای در هنگام ناکارآمدی بازار می توانند بر اساس تخصص ، مهارت تجزیه و تحلیل و همچنین استفاده از تجربه خود از این روش برای کسب سود استفاده کنند.
- احتمال بازده بالاتر

- مدیران می توانند در صورتیکه احساس کنند بازار با خطر سقوط مواجه است دست به تغییرات آنی بزنند.

معایب مدیریت سرمایه گذاری فعال:

- هزینه های بالای عملیاتی
- هزینه های بالای مدیریت با توجه به هزینه هایی که برای تیم مدیریت پرداخت می شود.
- از آنجا که فرایند تصمیم گیری شامل اوراق بهادار می باشد ، بسیاری از اشتباهات امکان پذیر است .
- در معرض هم ریسک شرکت و هم بازار است.

مزایای مدیریت سرمایه گذاری انفعالی:

- پایین بودن هزینه های معاملاتی و مدیریت
- فرآیند تصمیم گیری ساده تر
- تنها در معرض ریسک بازار است

معایب مدیریت سرمایه گذاری انفعالی:

- فقدان روش کنترل، در صورتیکه مدیران احساس کنند که بازار در معرض سقوط است (در صورتیکه که شاخص سقوط کند به ناچار بازده بدست آمده از سبد سهام نیز کم خواهد شد)
- بازده در حد یک مقدار خاص (benchmark) بوده و مورد نظر است.

۱ ۴ -ردیابی شاخص و ردیابی شاخص بهبود یافته

۱-۴-۱- ردیابی شاخص

ردیابی شاخص چنان چه قبلا ذکر شد یکی از روشهای مدیریت غیر فعال سبد سهام می باشد . در این روش تلاش بر این است که سبد سهامی ایجاد شود که عملکرد شاخص را دنبال کند . از طرفی واضح و مشخص است که برای دستیابی به بازدهی دقیقا مطابق با بازده شاخص مورد نظر باید سبد سهامی از تمامی اقلام تشکیل دهنده شاخص با نسبت یکسان تهیه کنیم (ردیابی کامل[1]) . اما این کار مشکلاتی را بوجود می آورد که در برخی از آنها عبارتند از:

۱. در صورتی که تعداد اقلام شاخص زیاد باشد . برای ردیابی کامل باید خرید تمامی اقلام با نسبت بسیار کم انجام شود . این کار در عمل نا مطلوب بوده و در برخی بازارها به علت محدودیت های موجود امکان پذیر نیست.
۲. در ترکیب اقلام شاخص در طول یک دوره زمانی تغییرات بسیاری رخ می دهد . بسیاری از شرکتهای جدید وارد بازار شده و بسیار از آنها خارج می شوند. بنابراین خرید تمامی اقلام منطقی به نظر نمی رسد.
۳. خرید از تمامی اقلام با نسبت ناچیز سبب افزایش هزینه های ثابت عملیاتی می شود . چرا که معمولاً در بازارها به ازای هر تعداد خرید از هر سهم یک مقدار حداقل هزینه های عملیاتی دریافت می شود.

با توجه به موارد فوق مدیران سرمایه گذاری ترجیح می دهند با استفاده از سبد سهامی متشکل از تعداد محدودی از اقلام شاخص ، عملکرد آن شاخص را ردیابی کنند

1- Perfect tracking

۱-۴-۲- ردیابی شاخص بهبود یافته

ایده ردیابی شاخص بهبود یافته اخیرا مورد توجه قرار گرفته است (لی،۲۰۱۱). بیشتر مدیران علاقه مند به پیشی گرفتن در بازدهی سبد سهام خود نسبت به بازدهی شاخص بازار می باشند . به طور کلی مدل ردیابی شاخص بهبود یافته ایجاد یک سبد سهام به گونه ای است که در آن به کسب بازدهی بیشتر به عنوان یک هدف در کنار کاهش خطای ردیابی توجه می گردد.

۱-۵- هدف تحقیق

در این پایان نامه هدف ردیابی عملکرد پنج شاخص بزرگ و معتبر دنیا (**Hang Seng** (هنگ کنگ)، **DAX100** (آلمان) ، **FTSE100** (انگلستان) ، **S&P100** (ایالات متحده) و **Nikkei** (ژاپن))، با استفاده از زیر مجموعه ای از سهام شامل تشکیل دهنده آن شاخص می باشد . به منظور تحقق این هدف، از خطای ردیابی به عنوان معیاری جهت بررسی عملکرد سبد سهام ردیابی کننده شاخص در ردیابی هر شاخص استفاده می کنیم. بر این اساس مدلی با هدف مینیمم کردن خطای ردیابی با توجه به محدودیت های موجود ایجاد نموده و از شبکه های عصبی هاپفیلد برای جستجوی جوابهای مناسب استفاده می شود و در نهایت نتایج با نتایج حاصل از روش الگوریتم ژنتیک مورد مقایسه قرار می گیرد . همچنین در این تحقیق بازده مازاد را در کنار خطای ردیابی به عنوان یک تابع هدف مورد بررسی قرار داده و تاثیر آن را بر جوابهای مورد نظر مورد بررسی قرار می دهیم.

۱-۶- روش تحقیق

در این تحقیق از پس از مدلسازی مسئله برای یافتن جوابهای کارا ابتدا از یک الگوریتم شبکه عصبی هاپفیلد با دو متغیر پیوسته و گسسته جهت یافتن بهترین سهام جهت ورود به سبد سهام منتخب با هدف

کاهش خطای ردیابی استفاده می کنیم . پس از شناسایی بهترین سهام ردیابی کننده شاخص از یک شبکه عصبی هاپفیلد که دارای تنها متغیر های پیوسته است جهت یافتن اوزان بهینه هر سهم استفاده می شود. در نهایت با توجه به خطای ردیابی به عنوان معیار ارزیابی نتایج را با روش ال گوریتم ژنتیک مقایسه می کنیم.

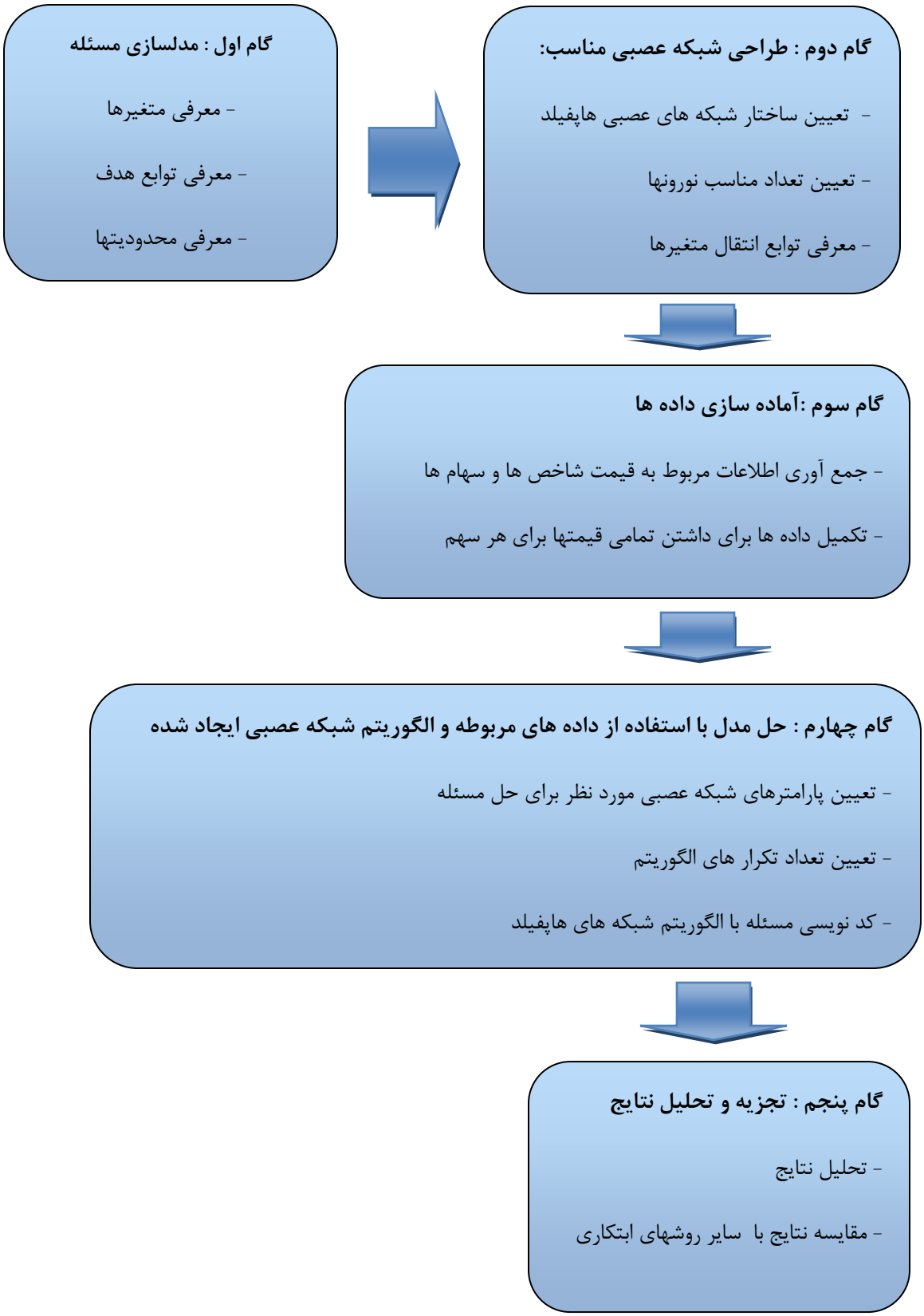
۱-۷- محدودیت های تحقیق

(تاباتا و تاکدا، ۱۹۹۵) با بررسی مدل سنتی مارکوییتز بیان نموده اند که این مدل یک مدل با دو معیار است: اول اینکه این یک مدل برنامه ریزی صفر و یک است و در ابتدا باید تصمیم گیری شود که کدام سهم باید در سبد سهام قرار گیرد و پس از آن باید با استفاده از یک الگوریتم مناسب وزن سهام منتخب را طوری انتخاب نمود که حداقل خطای ردیابی حاصل شود . آنها اظهار داشتند که این مدل به علت ترکیب پیچیده آن راه حل تحلیلی مشخصی ندارد و در زمره مسائل **NP complete** قرار می گیرد. به عنوان نمونه در ردیابی شاخص **S&P500** با ۲۰۰ سهم از ۵۰۰ سهم، تعداد سبد های سهام قا بل بررسی برابر $500!/(200! * 300!) \approx 5,05 * 10^{144}$ می باشد و به منظور تشخیص سبد سهام با کمترین خطای ردیابی ناگزیر به حل تمامی سبدهای سهام هستیم . چنانچه مشاهده می شود فضای جواب بسیار بزرگ بوده و به همین علت است که بیشتر محققان از روشهای ابتکاری برای دستیابی به جوابهای بهینه بهره می برند (جریسون،۲۰۰۸). همانگونه که در ادامه از ادبیات تحقیق مشخص است تا کنون تحقیقی در رابطه با استفاده از شبکه های عصبی برای حل مسئله ردیابی شاخص ارائه نشده است . با توجه به کارایی شبکه های عصبی در حل مسائل پیچیده در این تحقیق از این روش برای حل مسئله ردیابی شاخص استفاده می شود.

۱-۸- ساختار تحقیق

در این تحقیق ابتدا برخی از تحقیقات انجام شده بر روی موضوع ردیابی شاخص را به طور خلاصه مورد بررسی قرار می دهیم . در بخش دوم مدل ردیابی شاخص را بطور کامل مورد بررسی قرار داده و مدل ریاضی مربوط به این مسئله را معرفی می کنیم . در بخش بعد به طور خلاصه حل مسائل بهینه سازی با استفاده از شبکه های عصبی را مورد بررسی قرار داده و الگوی حل مسائل MINLP[1] با استفاده از شبکه های شبکه عصبی را معرفی می کنیم . در مرحله بعد ساختار شبکه عصبی مورد نظر را برای حل مسئله ردیابی شاخص مورد نظر طراحی می کنیم . در پایان مسئله ردیابی شاخص را برای ۵ بازار با استفاده از الگوریتم ارائه شده حل نموده و جوابهای بهینه را بدست می آوریم و در پایان نتایج مورد نظر را با نتایج حاصل از الگوریتم ژنتیک مقایسه می کنیم. در شکل (۱) مراحل حل مسئله به طور خلاصه نشان داده شده است.

1-Mixed integer nonlinear programing



شکل۱- ۱- شماتیک مراحل تحقیق

۱-۹- پیشینه تحقیق در رابطه با موضوع ردیابی شاخص

در سالهای گذشته تحقیقات زیادی جهت انتخاب سبد سهام ردیابی کننده شاخص مورد استفاده قرار گرفته است. این تحقیقات از نظر کلی به دو دسته تقسیم می گردند. دسته اول پژوهش هایی هستند که در رابطه با ایجاد یک سبد سهام ردیابی کننده شاخص از ابتدا بحث می کنند و دسته دوم تحق یقاتی هستند که در ادبیات تحقیق توجه کمتری به آنها شده است و تحقیقاتی هستند که در آنها با فرض موجود بودن یک سبد سهام ردیابی کننده شاخص سعی در بهبود عملکرد آن دارند. هدف این تحقیقات بهبود عملکرد سبد سهام اولیه در ردیابی شاخص با اعمال کمترین تغییرات در سبد سه ام اولیه می باشد. از این رو توجه به هزینه های معاملاتی برای تغییر از یک سبد سهام به سبد سهام دیگر در این روشها بیشتر به چشم می خورد.

از سویی دیگر در سالهای اخیر (بعد از سال ۲۰۰۵) در مدلهای انتخاب سبد سهام به روش ردیابی شاخص به موضوع بازده مازاد نیز توجه شده است (کانگاز و بیزلی، ۲۰۰۸). در این مدلها هدف انتخاب یک سبد سهام مناسب به گونه ای است که در یک بازه زمانی با مد نظر قرار دادن حداکثر توانایی را در ردیابی شاخص، به افزایش بازده حاصل از سبد سهام نیز به عنوان یک هدف توجه داشته باشد . در ادامه برخی از تحقیقات انجام شده بر روی موضوع ردیابی شاخص را به طور خلاصه مورد بررسی قرار می دهیم

مید و سالکین در سال ۱۹۹۰ موضوع ردیابی شاخص را مورد بررسی قرار دادند و سعی در حل مدل به روش برنامه ریزی کوادراتیک داشتند آنها همچنین تاثیر طبقه بندی صنایع مختلف را بر روی پرتفوی ردیابی کننده مورد بررسی قرار دادند هر چند که این استراتژی عملکرد سبد سهام را بهبود نمی داد و بعدها (لارسن و رسنیک ۱۹۹۸) به عدم کارایی این گونه طبقه بندی ها به ویژه برای شاخص هایی با سرمایه زیاد پی بردند.

شاپ کات (۱۹۹۲) اولین کسی بود که از الگوریتم ژنتیک برای ردیابی شاخص **FTSE100** انگلستان به طور کارا استفاده نمود .در مدل او فرض بر انتخاب ۲۰ شرکت از شرکتهای موجود در شاخص بود.

تاباتا و تاکدا (۱۹۹۵) مدل مارکوییتز را مورد بررسی قرار داده و سعی در یافتن روشی برای ارائه یک حل کارا بودند . آنها در مدل خود ابتدا با استفاده از یک برنامه ریزی صفر و یک سعی در تعیین سهم هایی که در پرتفو قرار میگرفتند داشتند و پس از آن با استفاده از مدل ردیابی شاخص سعی در تعیین وزنهای بهینه داشتند . در مدل آنها از ابتدا با انتخاب سهام های وارد شونده در سبد سهام به روش مارکویتز در واقع توانایی بالقوه سبد سهام در ردیابی بهتر شاخص از بین می رود و مدل آنها به نوعی ترکیبی از روشهای انتخاب سبد سهام به روش فعال و غیر فعال است.

ادلبوتر(۱۹۹۶) نیز از روشی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک در ردیابی شاخص **DAX** استفاده نمود . در این مقاله توانایی الگوریتم ژنتیک بر متمرکز کردن جوابها بر بهینه مورد نظر ردیابی کننده شاخص مورد بررسی قرار گرفت.

رادلف و ولتر (۱۹۹۸) چهار مدل خطی برای مسئله ردیابی شاخص ارائه نمودند که در همه انها از فاصله مطلق بازده شاخص و پرتفوی ردیابی کننده به ج ای مربع این فاصله ها استفاده می شد . آنها از برنامه ریزی خطی برای یافتن جواب صریح و بهینه مورد نظر استفاده نمودند و نتایج خود را بر روی شش بازار بورس معتبر دنیا آزمایش نمودند.

گیلی و کلزی (۲۰۰۱) از یک الگوریتم ابتکاری بر پایه استانه پذیرش استفاده نمودند که جوابی را مورد پذیرش قرار می داد که از حد استانه داده شده بدتر نباشد . این کار از گیر افتادن در بهینه های

محلی جلوگیری می نمود. در مدل آنها هزینه های معامله نیز مورد محاسبه قرار میگرفت . اما به بازده مازاد به عنوان هدف توجهی نمی شود.

نیکل و دریک ۲۰۰۳ از روش **simulated annealing** جهت یافتن جواب بهینه مسئله ردیابی شاخص استفاده نمودند. در مدل آنها از مدل خطی چند عاملی استفاده می شد که عوامل متغیر های اقتصاد کلان بودند. در این مدل علاوه بر ایجاد یک پرتفوی ردیابی کننده شاخص از ابتدا ، بهبود عملکرد یک پرتفوی ردیابی کننده شاخص موجود با صرف کمترین هزینه معاملاتی نیز مورد توجه قرار گرفت. اما یکی از مشکلات روش آنها زمان بالای حل برای شاخص های با تعداد سهام بالا بود.

بیزلی و مید (۲۰۰۳) فرمولی با در نظر داشتن هزینه های معاملاتی و لحاظ محدودیت بر این هزینه ها ایجاد نمودند در مدل آنها محدودیتی بر تعداد سهام های منتخب وجود داشت و برای حل مسئله از الگوریتم ژنتیک استفاده نمودند. در واقع تحقیق آنها بررسی جامعی از مدل ردیابی شاخص می باشد . آنها ۵ شاخص بزرگ دنیا را با این روش تحلیل نموده و نتایج را با یکدیگر مقایسه نمودند.در این مدل آنها با افزایش تعداد سهام شاخص و تعداد سهام منتخب زمان به علت افزایش حجم محاسبات افزایش می یابد. به همین دلیل معمولا از روشهای ابتکاری برای محدود کردن فضای جواب استفاده می شود که مسئله را پیچیده می کند.

جورین (۲۰۰۳) یک مدل بر پایه ریسک و بازده را در مدیریت فعال سبد سهام مطرح نمود و خطای ردیابی را به عنوان یک محدودیت در این مدل به کار گرفت.

اوکی و اکمن (۲۰۰۳) معادلات خود را بر مبنای مدل بیزلی قرار داده و با تجمیع محدودیت ها یک مدل عدد صحیح غیر خطی ایجاد نمودند . نتایج آنها در دقت و صحت تفاوت چندانی با مدل قبل (بیزلی ۲۰۰۳) نداشت ولی با وجود آن سرعت دستیابی به جواب بیشتر بود.

مید و بیزلی در سال (۲۰۰۴) از یک مدل تک عاملی به منظور کمینه سازی خطای ردیابی استفاده نمودند. در مدل آنها ردیابی شاخص با تعداد محدودی از سهم های موجود در شاخص صورت می گرفت.

کولمن و همکاران (۲۰۰۴) با محدود ساختن تعداد سهام تشکیل دهنده پرتفو یک تابع هدف موزون از خطای ردیابی و تعداد سهام ها ایجاد نموده و با مینیمم سازی آن با استفاده از یک روش برنامه ریزی کوادراتیک جوابهای بهینه را محاسبه نمودند.

داز و سینکاتی (۲۰۰۵) یک مدل بهینه سازی احتمالی برای مسئله ردیابی شاخص و ردیابی شاخص بهبود یافته ارائه نمودند .در مدل آنها در مرحله نخست شاخص هایی که باید در سبد سهام قرار گیرند انتخاب شده و در مرحله بعد وزن دهی می شوند. در این مدل محدودیت در صد انتخاب ه‌ر سهم و کل تعداد سهام منتخب در سبد در نظر گرفته شده و با یک روش بر پایه خوشه بندی سلسه مراتبی و سریهای زمانی سعی در یافتن جواب بهینه دارد . در مدل آنها شاخص ها بر اساس بازده مشابه دسته بندی شده و سپس یک سهام از هر خوشه گرفته شده و یک زیر مجموعه جهت پرتفو تشکیل می شد . سپس وزن سهام های منتخب را بهینه می شود . این مدل مدل جالبی بود اما کارایی آن در ردیابی شاخص به مانند مدلهای قبل نبود (جریسون ۲۰۰۵).

جریسون (۲۰۰۵) با یک مدل الگوریتم ژنتیک ترکیبی به حل مسئله ردیابی در شاخص **Dutch AEX** پرداخت و این روش را با سایر روش ها مقایسه نمود . آنها با استفاده از الگوریتم ژنتیک سهام های ورودی به سبد سهام را شناسایی نموده و سپس با استفاده از برنامه ریزی کوادراتیک وزنهای بهینه را انتخاب می کنند. در تحقیقات آنها بازنگری یک پرتفوی ردیابی کننده مورد توجه قرار نمی گیرد.

فانگ و وانگ (۲۰۰۵) مسئله ردیابی شاخص را یک مسئله با دو تابع هدف فرض نمودند. یکی خطای ردیابی و دیگری بازده مازاد و از مدل تصمیم گیری فازی برای رسیدن به جواب کارا استفاده نمودند . آنها از داده های بورس شانگهای استفاده نمودند.

گیورونسکی (۲۰۰۴) رویکردهای مختلف در رابطه با انتخاب سبد سهام را هنگامی که عملکرد سبد سهام با توجه به ردیابی یک شاخص مورد ارزیابی قرار می گیرد را مورد بررسی قرار می دهد. آنها با توجه به برداشت های متفاوت از ریسک از جمله واریانس و ارزش در معرض خطر چند مدل برای انتخاب سبد سهام پیشنهاد نموده اند . هدف آنها از طرح این مدلها متوازن سازی مجدد سبد سهام ، با توجه به هزینه های عملیاتی و اطلاعات جدید در رابطه با شرایط بازار است و مدل خود را در بازار اسلو مورد آزمایش قرار دادند.

لی و همکاران (۲۰۰۵) از مینمم کردن یک مدل موزون بر تفاوت بین بازده شاخص و بازده پرتفوی ردیابی کننده استفاده کرده و این مدل را در بورس شنزن پیاده سازی نمودند.

اوه ، کیم و مین (۲۰۰۵) با استفاده از مدلی بر پایه الگوریتم ژنتیک توانایی این مدل را در ردیاب ی شاخص سهام کره مورد بررسی قرار دادند.

اوه و سایرین (۲۰۰۵) برای هر سهم یک تابع اولویت تعریف کردند . تابع مذکور حاصل جمع موزون حجم معامله ، ارزش بازاری و بتا بود. انها با استفاده از یک روش ابتکاری سهام های تشکیل دهنده پرتفو شناسایی نموده و از الگوریتم ژنتیک وزنهای بهینه را محاسبه نمودند.

مارسلینو و کوریلی (۲۰۰۶) با این فرض که قیمتهای سهام متاثر از یک مدل عاملی هستند مدلی ارائه نمودند که بر اساس آن عوامل مرتب سازی شده و سپس سهمی که دارای بیشترین همبستگی با عامل مورد نظر بود به پرتفو اضافه می شود.

یائو و همکاران (۲۰۰۶) مسئله مورد نظر را به شکل یک م سئله کنترل خطی درجه دوم احتمالی در نظر گرفته و با استفاده از روش برنامه ریزی نیمه قطعی آنرا حل نمودند . در مدل آنها هزینه های معاملاتی در نظر گرفته نمی شد.

رافائلی و بنل (۲۰۰۶) یک رویکرد مقایسه ای مبنی بر الگوریتم ژنتیک و برنامه ریزی کوادراتیک به منظور ردیابی شاخص **FTSE100** توسعه دادند . در مدل آنها مزیت های مدل **GA** نسبت به **QP** این مدل ذکر و در رابطه با دوره های بروز رسانی ترکیب پرتفو بحث شد.

اسوین و کاین (۲۰۰۷) یک برنامه ریزی احتمالی دو مرحله ای ارائه نمودند که تابع هدف آن مجموع سه عنصر بود . ۱- انحراف مطلق بین بازده شاخص و پرتفوی ردیابی کننده .۲- انحراف از میزان سرمایه گذاری مطلوب در یک صنعت خاص ۳- تعداد شرکت هایی که در آن سرمایه گذاری صورت می گیرد.

بیزلی و کانگاز (۲۰۰۸) بهبود عملکرد یک سبد سهام موجود را در ردیابی شاخص بررسی می کنند. در تحقیق آنها به بازده مازاد نیز به عنوان یک هدف توجه می شود و از یک برنامه ریزی ترکیبی خطی عدد صحیح برای حل مسئله ردیابی شاخص استفاده می کنند . مدل محدودیت هزینه های معاملاتی را نیز مورد نظر قرار می دهد و با توجه به خطی بودن مدل با روش سیمپلکس ساده قابل حل می باشد.

جریسون و وندنبرگ (۲۰۰۸) وزن بهینه سهم هر شرکت را با کمینه سازی خطای ردیابی بازده و واریانس داده های گذشته محاسبه نمودند . روش حل با استفاده از الگوریتم ژنتیک ترکیبی بوده که هر یک از کروموزمها نمایانگر یک زیر مجموعه از سهام های موجود در شاخص بود.

چن و کان (۲۰۱۰) با یک مدل عدد صحیح صفر و یک سعی در یکسان سازی عملکرد شاخص و پرتفوی ردیابی کننده داشتند . تابع هدف آنها به صورت احتمالی بوده و از یک چهار چوب محاسباتی مناسب جهت کنترل جواب ها بهره می گیرد.

گارسیا و گویجارو (۲۰۱۱) در مدل خود علاوه بر خطای ردیابی و بازده اضافی عامل دیگری با عنوان انحنای مرزی را نیز در معادله وارد نمودند . بیشترین کاربرد آن این است که مدیر می تواند در انتخاب پرتفوها با شرایط مشابه و با توجه به هزینه های عملیاتی اقدام نماید و این هزینه ها را کاهش دهد.

لی ، سان و بائو (۲۰۱۱) در رویکرد ردیابی شاخص بهبود یافته سعی در کاهش خطای ردیابی از یک سو و افزایش میزان بازده مازاد از سویی دیگر دارند و برای دستیابی به بهینه مورد نظر از یک الگوریتم ابتکاری با نام الگوریتم ایمن چند هدفه (**multi- objective immune algorithm**) استفاده می کنند . آنها نیز مدل خود را در ۵ بازار معتبر دنیا مورد آزمایش قرار دادند . در جدول ۱-۱ خلاصه ای از مهمترین تحقیقات انجام شده در حوزه ردیابی شاخص نشان داده شده است.

در حوزه ردیابی شاخص تحقیقات متعددی انجام شده است اما هیچ مدل ریاضی خاصی برای مقایسه روشهای حل مسئله وجود ندارد و معمولا هر محقق با استفاده از داده ها و مدل خود عمل نموده و در برخی مواد نتایج مشخص و زمان حل مسئله بیان نشده است . به همین دلیل امکان مقایسه روشها با هم بسیار مشکل می باشد (بیزلی و کانگاز، ۲۰۰۸).

جدول ۱-۱ : مهمترین تحقیقات انجام شده در حوزه ردیابی شاخص

تحقیقات انجام شده	سال تحقیق	کلیت تحقیق	مزایا و معایب
مید و سالکین	۱۹۹۰	حل مسئله با استفاده از برنامه ریزی کوادراتیک با طبقه بندی صنایع مختلف	ناکارامدی روش- عدم تاثیر طبقه بندی بر بهبود نتایج
شاپ کات	۱۹۹۲	حل مسئله ردیابی شاخص FTSE با استفاده از الگوریتم ژنتیک و مقایسه با روش جستجوی تصادفی	کارایی بالا – توانایی حل مسائل با تعداد سهام زیاد – در نظر نگرفتن هزینه های عملیاتی و توجه به بازده مازاد
ادلبور	۱۹۹۶	حل مسئله ردیابی شاخص بورس DAX با استفاده از الگوریتم ژنتیک	-
رادلف و ولتر	۱۹۹۸	حل مسئله ردیابی شاخص با استفاده از مدلهای خطی	سادگی مسئله و دسترسی به جواب های بهینه – عدم توانایی مقایسه نتایج و بالا رفتن زمان حل با افزایش متغیرها
گیلی و گیزلی	۲۰۰۱	حل مسئله ردیابی شاخص با استفاده از الگوریتم آستانه پذیرش	در نظر گرفتن هزینه های عملیاتی – عدم توجه به بازده مازاد
نیکل و دریک	۲۰۰۳	حل مسئله ردیابی شاخص با استفاده از simulated annealing	توجه به هزینه های عملیاتی - زمان حل بسیار بالا
مید و بیزلی	۲۰۰۳	حل مسئله ردیابی شاخص ۵ بازار بزرگ دنیا با استفاده از الگوریتم ترکیبی ژنتیک	در نظر گرفتن هزینه های عملیاتی و توجه به بازده مازاد- استفاده از روشهای ابتکاری برای محدود کردن فضای جستجو – زمان حل بالا با بالا رفتن تعداد سهام های وارد شونده در شاخص

اوه و سایرین	۲۰۰۵	حل مسئله ردیابی شاخص بورس کره با استفاده از الگوریتم ژنتیک	-
داز و سینکاتی	۲۰۰۵	استفاده از خوشه بندی سلسله مراتبی	عدم توانایی در ردیابی شاخص نسبت به مدلهای قبل
بیزلی و کانگاز	۲۰۰۸	استفاده از برنامه ریزی ترکیبی خطی عدد صحیح برای حل مدل	سادگی حل – توجه به بازده مازاد و هزینه های عملیاتی
جریسون	۲۰۰۸	حل مسئله ردیابی شاخص بورس DAX با استفاده از الگوریتم ترکبی ژنتیک و برنامه ریزی کوادراتیک	تعیین سهام های منتخب با استفاده از الگوریتم ژنتیک و وزندهی آنها با برنامه ریزی کوادراتیک – بهبود نتایج-عدم توجه به بازده مازاد وهزینه های عملیاتی