بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده مهندسی
گروه مکانیک

عنوان پایان نامه:

# آنالیز ارتعاش آزاد تیرهای ساندویچی هدفمند با استفاده از روش DQ

مولف:

**مرتضی قربان زاده**

**ارائه شده جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد**
**در رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی**

استاد راهنما:

**دکتر علیرضا ستوده**

استاد مشاور:

**دکتر پرویز ملک زاده**

**تیر ۱۳۸۹**

**تصویب نامه ی گروه مکانیک**

پایان نامه حاضر تحت عنوان:

**آنالیز ارتعاش آزاد تیرهای ساندویچی هدفمند با استفاده از روش DQ**

که توسط مرتضی قربان زاده تهیه و به هیات داوران ارائه گردیده است مورد تایید کمیته تحصیلات تکمیلی گروه می باشد.

تاریخ دفاع: نمره: درجه ارزشیابی:

اعضاء هیات داوران:

| نام و نام خانوادگی | هیات داوران |
| --- | --- |
| امضاء | |
| ۱- دکتر علیرضا ستوده | استاد راهنما |
| ۲- دکتر پرویز ملک زاده | استاد مشاور |
| ۲- دکتر مسعود طهانی | عضو دفاع |
| ۲- دکتر جلیل رضایی پژند | عضو دفاع |
| ۲- دکتر مجید معاونیان | نماینده تحصیلات تکمیلی |

**تاییدیه**

گواهی می شود که این پایان نامه تاکنون برای احراز هیچ درجه علمی ارائه نشده است و تمامی مطالب آن به جز مواردی که نام مرجع آورده شده است، نتیجه ی کار پژوهشی دانشجو می باشد.

نام ونام خانوادگی دانشجو: مرتضی قربان زاده
امضای دانشجو:

نام ونام خانوادگی استاد راهنما: دکتر علیرضا ستوده
امضاء استاد راهنما:

## سپاس

اکنون که به یاری خداوند متعال مراحل انجام این پایان نامه به پایان رسیده است، بر خود لازم می دانم که از توجهات و حمایت های استاد گرانقدر جناب آقای دکتر علیرضا ستوده که همواره با صبر و شکیبایی به راهنمایی اینجانب پرداخته اند، قدردانی نمایم. همچنین از تمامی دوستانی که به نحوی از محبتشان برخوردار بوده ام کمال تشکر را دارم و از خداوند مهربان توفیق روزافزون این عزیزان را خواهانم.

تقدیم به پدر و مادر مهربانم

# فهرست مطالب

**فهرست جداول** ..... چهار
**فهرست اشکال** ..... شش
**فهرست علائم** ..... نه
**چکیده** ..... سیزده
**فصل اول مروری بر کارهای گذشته** ..... ۱
۱-۱ مقدمه ..... ۲
۱-۲ مواد هدفمند ..... ۲
۱-۳ تاریخچه مواد هدفمند ..... ۴
۱-۴ خواص موثر مواد هدفمند ..... ۵
۱-۴-۱ قانون ترکیب در مواد هدفمند ..... ۵
۱-۴-۲ مدل موری-تاناکا ..... ۶
۱-۴-۳ روش خودسازگار ..... ۷
۱-۵ ساخت مواد هدفمند ..... ۸
۱-۵-۱ فرآیند IDB ..... ۹
۱-۶ کاربردهای مواد هدفمند ..... ۱۰
۱-۷ تحلیل و طراحی سازه های مواد هدفمند ..... ۱۰
۱-۸ مروری بر پژوهش های گذشته ..... ۱۰
**فصل دوم روش دیفرانسیل کوادریچر** ..... ۱۷
۲-۱ مقدمه ..... ۱۸
۲-۲ محاسبه ضرایب وزنی ..... ۱۸
۲-۲-۱ روش PDQ ..... ۱۸
۲-۲-۲ روش MDQ ..... ۲۸
۲-۲-۳ روش FDQ ..... ۲۸
۲-۳ مسائل چند بعدی ..... ۲۹
۲-۳-۱ بسط مستقیم برای دامنه های منظم ..... ۳۰
۲-۴ توزیع گره ..... ۳۲

۲-۴-۱ شبکه ی یکنواخت ۳۲
۲-۴-۲ نقاط چبایشف-گوس-لوباتو ۳۳
۲-۵ تحلیل ارتعاشات تیر همگن ۳۳
**فصل سوم ارتعاشات تیر ساندویچی هدفمند تحت دما به کمک تئوری تک لایه معادل** ۳۶
۳-۱ مقدمه ۳۷
۳-۲ تئوری های تک لایه معادل ۳۷
۳-۲-۱ تئوری کلاسیک ۳۷
۳-۲-۲ تئوری مرتبه اول برشی ۳۹
۳-۳ مدلسازی خواص مکانیکی مواد هدفمند ۴۱
۳-۳-۱ مدل ردی ۴۱
۳-۳-۲ مدل اردوگان ۴۲
۳-۳-۳ مدل تانیگاوا ۴۲
۳-۳-۴ مدل نودا ۴۲
۳-۳-۵ نحوه ی تغییر خواص در مساله مورد تحلیل ۴۲
۳-۴ توزیع دما ۴۵
۳-۵ تحلیل ارتعاشات تیر در معرض حرارت به کمک تئوری برشی مرتبه اول ۴۶
۳-۵-۱ تحلیل ترموالاستیک ۴۶
۳-۵-۲ تحلیل ارتعاشی ۵۱
۳-۵-۳ حل معادلات تنش حرارتی تیر ساندویچی هدفمند متقارن به روش دیفرانسیل کوادریچر ۵۷
۳-۵-۴ حل معادلات ارتعاشات آزاد تیر ساندویچی هدفمند تحت هدایت حرارتی به روش دیفرانسیل کوادریچر ۵۹
**فصل چهارم حل دوبعدی ارتعاشات تیر ساندویچی هدفمند به کمک تئوری لایه ای و روش دیفرانسیل کوادریچر** ۶۳
۴-۱ تئوری لایه ای ۶۴
۴-۲ خواص صفحه ی ساندویچی هدفمند ۶۵
۴-۳ تحلیل ترمو الاستیک ۶۵
۴-۴ تحلیل ارتعاشی ۶۹
۴-۵ حل معادلات ترموالاستیک ۷۲

۴-۶ حل معادلات حرکت ..... ۷۴
**فصل پنجم بررسی نتایج** ..... ۷۶
۵-۱ مقدمه ..... ۷۷
۵-۲ تحلیل تیر ساندویچی هدفمند توسط نرم افزار المان محدود ABAQUS ..... ۷۷
۵-۲-۱ همگرایی حل اجزای محدود ..... ۷۸
۵-۳ اعتبارسنجی ..... ۷۸
۵-۳-۱ ارتعاشات آزاد و کمانش تیر همگن ..... ۸۰
۵-۳-۲ خمش و کمانش تیر کامپوزیتی ..... ۸۲
۵-۳-۳ ارتعاشات آزاد تیر کامپوزیتی ..... ۸۳
۵-۳-۴ خمش تیر هدفمند ..... ۸۶
۵-۴ تیر ساندویچی هدفمند بدون در نظر گرفتن دما ..... ۸۶
۵-۴-۱ ارتعاشات آزاد ..... ۸۷
۵-۴-۲ خمش ..... ۹۵
۵-۴-۳ کمانش ..... ۱۰۰
۵-۵ تیر ساندویچی هدفمند تحت هدایت حرارتی ..... ۱۰۴
۵-۵-۱ همگرایی ..... ۱۰۷
۵-۵-۲ بررسی نتایج ..... ۱۱۰
**فصل ششم نتیجه گیری و پیشنهادات** ..... ۱۲۴
۶-۱ نتیجه گیری ..... ۱۲۵
۶-۲ پیشنهادات برای ادامه کار ..... ۱۲۶
**مراجع** ..... ۱۲۷
**پیوست ۱** ..... ۱۳۲
**پیوست ۲** ..... ۱۳۵

# فهرست جداول


جدول ۵-۱ مقایسه فرکانس طبیعی بی بعد برای تیر همسانگرد مفصلی برای تئوری های مختلف به ازای نسبت طول به ضخامت ۱۰ ۸۱

جدول ۵-۲ مقایسه فرکانس طبیعی بی بعد برای تیر همسانگرد مفصلی برای تئوری های مختلف به ازای نسبت طول به ضخامت ۵ ۸۱

جدول ۵-۳ مقایسه فرکانس طبیعی بی بعد برای تیر همسانگرد مفصلی برای تئوری های مختلف به ازای نسبت طول به ضخامت ۲ ۸۱

جدول ۵-۴ مقایسه بار بحرانی بی بعد کمانش برای تیر همسانگرد مفصلی برای تئوری های مختلف و طول های مختلف ۸۲

جدول ۵-۵ خیز حداکثر بی بعد برای تیر کامپوزیتی تحت بار یکنواخت برای شرایط تکیه گاهی و چیدمان های گوناگون ۸۳

جدول ۵-۶ بار بحرانی کمانش بی بعد تیر کامپوزیتی برای شرایط تکیه گاهی و چیدمان های گوناگون ۸۳

جدول ۵-۷ فرکانس طبیعی بی بعد تیر کامپوزیتی برای شرایط تکیه گاهی و چیدمان های گوناگون ۸۵

جدول ۵-۸ فرکانس طبیعی بی بعد تیر کامپوزیتی مفصلی به کمک تئری های مختلف به ازای نسبت طول به ضخامت ۱۰ و چیدمان $[0^0/90^0/90^0/0^0]$ ۸۵

جدول ۵-۹ فرکانس طبیعی بی بعد تیر کامپوزیتی مفصلی برای چیدمان ها و طول های مختلف ۸۵

جدول ۵-۱۰ مقایسه خیز بی بعد برای تیر هدفمند گیردار به ازای مقادیر مختلف اندیس توانی ۸۶

جدول ۵-۱۱ همگرایی فرکانس طبیعی اول بی بعد تیر ساندویچی هدفمند گیردار به ازای مدول وینکلر بی بعد ۱۰۰ و پسترناک صفر ۸۸

جدول ۵-۱۲ همگرایی فرکانس طبیعی اول بی بعد تیر ساندویچی هدفمند مفصلی به ازای مدول وینکلر بی بعد ۱۰۰ و پسترناک صفر ۸۹

جدول ۵-۱۳ همگرایی سه فرکانس طبیعی اول بی بعد تیر ساندویچی هدفمند گیردار به ازای مدول وینکلر بی بعد ۱۰۰ و پسترناک صفر و نسبت طول به ضخامت ۱۰ ۹۰

جدول ۵-۱۴ همگرایی سه فرکانس طبیعی اول بی بعد تیر ساندویچی هدفمند مفصلی به ازای مدول وینکلر بی بعد ۱۰۰ و پسترناک صفر و نسبت طول به ضخامت ۱۰ ۹۰

جدول ۵-۱۵ فرکانس اول بی بعد تیر ساندویچی هدفمند گیردار به کمک تئوری لایه ای و مرتبه اول برشی ۹۵

جدول ۵-۱۶ فرکانس اول بی بعد تیر ساندویچی هدفمند مفصلی به کمک تئوری لایه ای و مرتبه اول برشی ۹۵

جدول ۵-۱۷ بار بحرانی کمانش تیر ساندویچی هدفمند مفصلی به کمک تئوری لایه ای و مرتبه اول برشی ۱۰۳

جدول ۵-۱۸ بار بحرانی کمانش بی بعد تیر ساندویچی هدفمند مفصل- گیردار به کمک تئوری لایه ای و مرتبه اول برشی ۱۰۴

جدول ۵-۱۹ ضرایب وابستگی به دما برای سیلیکون نیترید $(Si_3N_4)$ و فولاد $(SUS304)$ ۱۰۵

جدول ۵-۲۰ همگرایی فرکانس طبیعی بی بعد برای تیر ساندویچی هدفمند گیردار با ضخامت ثابت و متغیرتحت تغییر دمای غیر یکنواخت ( $\Delta T = 300$ ) برای نسبت های مختلف طول به ضخامت به کمک تئوری مرتبه اول برشی ۱۰۸
جدول ۵-۲۱ همگرایی فرکانس طبیعی بی بعد تیر ساندویچی هدفمند گیردار به کمک تئوری لایه ای تحت تغییر دمای غیر یکنواخت ( $\Delta T = 300, \overline{K}_w = 100$ ) ۱۰۹
جدول ۵-۲۲ همگرایی فرکانس طبیعی بی بعد برای تیر ساندویچی هدفمند مفصلی با ضخامت ثابت و متغیر تحت تغییر دمای غیر یکنواخت ( $\Delta T = 300$ ) برای نسبت های مختلف طول به ضخامت به کمک تئوری مرتبه اول برشی ۱۰۹
جدول ۵-۲۳ همگرایی فرکانس طبیعی بی بعد تیر ساندویچی هدفمند مفصلی به کمک تئوری لایه ای تحت تغییر دمای غیر یکنواخت ( $\Delta T = 300, \overline{K}_w = 100$ ) ۱۱۰
جدول ۵-۲۴ فرکانس طبیعی بی بعد تیر ساندویچی هدفمند گیردار تحت تاثیر تغییر دمای غیر یکنواخت به کمک تئوری لایه ای و مرتبه اول برشی ۱۱۸
جدول ۵-۲۵ فرکانس طبیعی بی بعد تیر ساندویچی هدفمند مفصلی تحت تاثیر تغییر دمای غیر یکنواخت به کمک تئوری لایه ای و مرتبه اول برشی ۱۱۹

# فهرست اشکال


| | | |
|---|---|---|
| شکل ۱-۱ | ماده هدفمند با تغییر جزء حجمی مواد سازنده در جهت عمودی | ۳ |
| شکل ۱-۲ | مدل تحلیلی برای یک لایه هدفمند | ۵ |
| شکل ۱-۳ | مواد هدفمند با ریزسازه های اسکلتی | ۸ |
| شکل ۲-۱ | دامنه یک بعدی با $N$ گره | ۱۸ |
| شکل ۲-۲ | توزیع شبکه در دامنه مستطیلی | ۳۰ |
| شکل ۳-۱ | هندسه ی تغییرشکل نیافته و تغییرشکل یافته ی لبه ی یک صفحه تحت فرضیات کیرشهف | ۳۸ |
| شکل ۳-۲ | هندسه ی تغییرشکل نیافته و تغییرشکل یافته ی لبه ی یک صفحه تحت فرضیات تئوری مرتبه اول برشی | ۴۰ |
| شکل ۳-۳ | هندسه تیر ساندویچی هدفمند | ۴۳ |
| شکل ۳-۴ | نحوه ی تغییر جزء حجمی سرامیک در امتداد ضخامت تیر ساندویچی هدفمند به ازای مقادیر مختلف جزء حجمی | ۴۴ |
| شکل ۴-۱ | نحوه تغییر جابجایی و توابع درون یاب $\varphi_i(z)$ خطی مورد استفاده در تئوری لایه ای | ۶۶ |
| شکل ۵-۱ | فرکانس طبیعی بی بعد تیر همگن به ازای تعداد تقسیمات طولی و تعداد ۳۰ المان در راستای ضخامت | ۷۹ |
| شکل ۵-۲ | خطای فرکانس طبیعی بی بعد تیر همگن به ازای تعداد تقسیمات در راستای ضخامت و تعداد ۵۰ المان در راستای طول | ۷۹ |
| شکل ۵-۳ | نحوه ی تغییر دو فرکانس اول بی بعد تیر ساندویچی هدفمند بر حسب نسبت طول به ضخامت تیر به کمک تئوری لایه ای، مرتبه اول برشی و حل ABAQUS برای شرایط تکیه گاهی مختلف. (الف) فرکانس اول، (ب) فرکانس دوم ( $\overline{K}_W = 100, \overline{K}_P = 0$ ) | ۹۱ |
| شکل ۵-۴ | تاثیر ضخامت لایه های هدفمند بر روی سه فرکانس اول بی بعد تیر ساندویچی هدفمند گیردار به ازای اندیس های جزء حجمی مختلف به کمک تئوری لایه ای. (الف) فرکانس اول، (ب) فرکانس دوم، (ج) فرکانس سوم ( $\overline{K}_W = 0, \overline{K}_P = 0$ ) | ۹۱ |
| شکل ۵-۵ | تاثیر ضخامت لایه های هدفمند بر روی سه فرکانس اول بی بعد تیر ساندویچی هدفمند مفصلی به ازای اندیس های جزء حجمی مختلف به کمک تئوری لایه ای. (الف) فرکانس اول، (ب) فرکانس دوم، (ج) فرکانس سوم ( $\overline{K}_W = 100, \overline{K}_P = 0$ ) | ۹۲ |
| شکل ۵-۶ | نحوه ی تغییر فرکانس اول بی بعد تیر ساندویچی هدفمند گیردار نسبت به مدول بستر وینکلر به کمک تئوری لایه ای، مرتبه اول برشی و حل ABAQUS ( $\overline{K}_P = 0$ ) | ۹۳ |
| شکل ۵-۷ | نحوه ی تغییر فرکانس اول بی بعد تیر ساندویچی هدفمند مفصلی نسبت به مدول بستر وینکلر به کمک تئوری لایه ای، مرتبه اول برشی و حل ABAQUS ( $\overline{K}_P = 0$ ) | ۹۴ |
| شکل ۵-۸ | نحوه ی تغییر فرکانس اول بی بعد تیر ساندویچی هدفمند نسبت به مدول بستر وینکلر به کمک تئوری لایه ای برای مقادیر مختلف مدول بستر پسترناک و شرایط تکیه گاهی مختلف | ۹۴ |
| شکل ۵-۹ | خیز بی بعد تیر ساندویچی هدفمند گیردار برای مقادیر مختلف اندیس جزء حجمی به کمک تئوری لایه ای | ۹۶ |
| شکل ۵-۱۰ | خیز بی بعد تیر ساندویچی هدفمند مفصلی برای مقادیر مختلف اندیس جزء حجمی به | ۹۶ |

کمک تئوری لایه ای
شکل ۵-۱۱ مقایسه خیز بی بعد تیر ساندویچی هدفمند یکسرآزاد به کمک تئوری لایه ای، مرتبه اول برشی و حل ABAQUS ۹۷
شکل ۵-۱۲ مقایسه خیز بی بعد تیر ساندویچی هدفمند مفصلی به کمک تئوری لایه ای، مرتبه اول برشی و حل ABAQUS ۹۷
شکل ۵-۱۳ نحوه ی تغییر خیز حداکثر تیر ساندویچی هدفمند گیردار نسبت به اندیس جزء حجمی به کمک تئوری لایه ای و مرتبه اول برشی به ازای مدول های بستر متفاوت ۹۸
شکل ۵-۱۴ نحوه ی تغییر خیز حداکثر تیر ساندویچی هدفمند مفصلی نسبت به اندیس جزء حجمی به کمک تئوری لایه ای و مرتبه اول برشی به ازای مدول های بستر متفاوت ۹۹
شکل ۵-۱۵ مقایسه نحوه ی تغییر خیز بی بعد تیر ساندویچی هدفمند گیردار در امتداد ضخامت به کمک تئوری لایه ای، مرتبه اول برشی و حل ABAQUS برای تیر بدون بستر (مورد ۱) و با بستر $\overline{K}_W = 100$ (مورد ۲) ۹۹
شکل ۵-۱۶ مقایسه نحوه ی تغییر خیز بی بعد تیر ساندویچی هدفمند مفصلی در امتداد ضخامت به کمک تئوری لایه ای، مرتبه اول برشی و حل ABAQUS برای تیر بدون بستر (مورد ۱) و با بستر $\overline{K}_W = 100$ (مورد ۲) ۱۰۰
شکل ۵-۱۷ نحوه ی تغییر بار بحرانی کمانش بی بعد تیر ساندویچی هدفمند مفصلی نسبت به طول تیر به کمک تئوری لایه ای، مرتبه اول برشی و حل ABAQUS ۱۰۱
شکل ۵-۱۸ نحوه ی تغییر بار بحرانی کمانش بی بعد تیر ساندویچی هدفمند مفصل-گیردار نسبت به طول تیر به کمک تئوری لایه ای، مرتبه اول برشی و حل ABAQUS ۱۰۱
شکل ۵-۱۹ تاثیر ضخامت لایه های هدفمند بر روی بار بحرانی تیر ساندویچی هدفمند مفصلی به ازای اندیس های جزء حجمی مختلف به کمک تئوری لایه ای ۱۰۲
شکل ۵-۲۰ تاثیر ضخامت لایه های هدفمند بر روی بار بحرانی تیر ساندویچی هدفمند مفصل-گیردار به ازای اندیس های جزء حجمی مختلف به کمک تئوری لایه ای ۱۰۳
شکل ۵-۲۱ نحوه ی تغییر مدول الاستیک ($E$) فلز و سرامیک در نظر گرفته شده برای تیر ساندویچی هدفمند به ازای تغییر دما ۱۰۶
شکل ۵-۲۲ نحوه ی تغییر ضریب پواسون ($\upsilon$) فلز و سرامیک در نظر گرفته شده برای تیر ساندویچی هدفمند به ازای تغییر دما ۱۰۶
شکل ۵-۲۳ نحوه ی تغییر ضریب انبساط حرارتی ($\alpha$) فلز و سرامیک در نظر گرفته شده برای تیر ساندویچی هدفمند به ازای تغییر دما ۱۰۷
شکل ۵-۲۴ سه فرکانس طبیعی اول بی بعد تیر ساندویچی هدفمند گیردار برای تغییر دمای یکنواخت و غیر یکنواخت توسط دو تئوری لایه ای و مرتبه اول برشی. (الف) فرکانس اول، (ب) فرکانس دوم، (ج) فرکانس سوم ۱۱۱
شکل ۵-۲۵ دو فرکانس طبیعی اول بی بعد تیر ساندویچی هدفمند تحت تغییر دمای غیر یکنواخت به کمک تئوری لایه ای و مرتبه اول برشی برای شرایط تکیه گاهی مختلف ۱۱۲
شکل ۵-۲۶ فرکانس طبیعی بی بعد تیر ساندویچی هدفمند گیردار تحت تغییر دمای غیر یکنواخت به کمک تئوری لایه ای و مرتبه اول برشی برای نسبت های مختلف طول به ضخامت (- - - : تئوری مرتبه اول، ـــــ : تئوری لایه ای) ۱۱۲
شکل ۵-۲۷ فرکانس طبیعی بی بعد تیر ساندویچی هدفمند گیردار تحت تغییر دمای یکنواخت به کمک ۱۱۳

تئوری لایه ای و مرتبه اول برشی برای نسبت های مختلف ضخامت لایه ی هدفمند به ضخامت کل (- - - : تئوری مرتبه اول، ـــــ : تئوری لایه ای)
شکل ۵-۲۸ فرکانس طبیعی بی بعد تیر ساندویچی هدفمند گیردار تحت تغییر دمای غیر یکنواخت به کمک تئوری لایه ای و مرتبه اول برشی برای نسبت های مختلف ضخامت لایه ی هدفمند به ضخامت کل (- - - : تئوری مرتبه اول، ـــــ : تئوری لایه ای) ۱۱۴
شکل ۵-۲۹ اثر نسبت طول به ضخامت بر روی فرکانس طبیعی بی بعد تیر ساندویچی هدفمند به کمک تئوری لایه ای و مرتبه اول برشی تحت تغییر دمای غیر یکنواخت $\Delta T = 50$ برای تکیه گاه های مختلف ۱۱۴
شکل ۵-۳۰ سه فرکانس طبیعی بی بعد اول تیر ساندویچی هدفمند گیردار تحت تغییر دمای غیر یکنواخت به کمک تئوری لایه ای و مرتبه اول برشی برای مقادیر مختلف اندیس جزء حجمی. (الف) فرکانس اول، (ب) فرکانس دوم، (ج) فرکانس سوم (- - - : تئوری مرتبه اول، ـــــ : تئوری لایه ای) ۱۱۵
شکل ۵-۳۱ فرکانس طبیعی بی بعد تیر ساندویچی هدفمند گیردار تحت تغییر دمای غیر یکنواخت به کمک تئوری لایه ای، مرتبه اول برشی و ABAQUS برای مقادیر مختلف مدول وینکلر ۱۱۶
شکل ۵-۳۲ اثر تغییر ضخامت بر روی سه فرکانس طبیعی اول بی بعد تیر ساندویچی هدفمند به کمک تئوری مرتبه اول برشی برای شرایط تکیه گاهی مختلف (الف) فرکانس اول، (ب) فرکانس دوم، (ج) فرکانس سوم ۱۲۰
شکل ۵-۳۳ سه فرکانس طبیعی اول بی بعد تیر ساندویچی هدفمند گیردار با ضخامت ثابت و متغیر تحت تغییر دمای غیر یکنواخت به کمک تئوری مرتبه اول برشی و ABAQUS ۱۲۱
شکل ۵-۳۴ مقایسه شکل مدها برای تیر ساندویچی هدفمند گیردار با ضخامت متغیر و تحت تغییر دماهای متفاوت : (الف) مد اول؛ (ب) مد دوم؛ (ج) مد سوم؛ (د) مد پنجم ۱۲۲
شکل ۵-۳۵ مقایسه شکل های جابجایی ($x=L/2$) در امتداد ضخامت برای تیر ساندویچی هدفمند گیردار تحت تغییر دمای غیر یکنواخت $\Delta T = 300$ به کمک تئوری لایه ای : (الف) مد اول؛ (ب) مد دوم؛ (ج) مد سوم؛ (د) مد چهارم؛ (و) مد پنجم ۱۲۳

# فهرست علائم

| | |
|---|---|
| جزء حجمی ماده $i$ ام | $V_i$ |
| تنش تسلیم | $\sigma_y$ |
| نسبت تنش به کرنش انتقالی | $q$ |
| تنش ماده $i$ ام | $\sigma_i$ |
| کرنش ماده $i$ ام | $\varepsilon_i$ |
| مدول بالک جزء $i$ ام | $K_i$ |
| مدول برشی جزء $i$ ام | $G_i$ |
| تعداد گره ها در راستای طول تیر | $N\ , N_x$ |
| ضریب وزنی مشتق مرتبه $r$ ام | $C_{ij}^{(r)}$ |
| مشتق مرتبه $r$ ام تابع $f$ | $f_x^i$ |
| مختصات گره در راستای طول | $x_i$ |
| چند جمله ای درجه $N$ لژاندر | $L_N$ |
| مشتق اول چند جمله ای درجه $N$ لژاندر | $L_N^{(1)}$ |
| چند جمله ای چبایشف نوع اول | $T_j(x)$ |
| دما | $T$ |
| خاصیت ماده | $P$ |
| ضریب وابستگی به دما متناظر با خاصیت $P$ | $P_i$ |
| ثابت مدول اردوگان | $\beta$ |
| ضخامت کل تیر | $h$ |
| ضریب ثابت یا متغیر بودن ضخامت | $\mu_0$ |
| تابع تغییر ضخامت در راستای طول تیر | $\mu$ |
| ضخامت کل سمت چپ تیر | $h_0$ |
| ضخامت هسته تیر ساندویچی | $h_s$ |
| ضخامت لایه ی هدفمند در تیر ساندویچی | $h_f$ |
| سطح مقطع تیر | $A$ |
| پهنای تیر | $B$ |
| اندیس جزء حجمی | $V_{fi}$ |

| | |
|---|---|
| خاصیت متناظر با سرامیک و فلز | $P_c, P_m$ |
| جزء حجمی سرامیک و فلز | $V_c, V_m$ |
| مدول بستر وینکلر | $K_w$ |
| مدول بستر پسترناک | $K_p$ |
| مدول بستر بی بعد وینکلر | $\overline{K}_w$ |
| مدول بستر بی بعد پسترناک | $\overline{K}_p$ |
| مدول الاستیک | $E$ |
| ضریب هدایت حرارتی | $K$ |
| ضریب انبساط حرارتی | $\alpha$ |
| ضریب پواسون | $\upsilon$ |
| چگالی | $\rho$ |
| دمای سطح تمام سرامیکی پایین تیر ساندویچی | $T_L$ |
| دمای سطح تمام سرامیکی بالا تیر ساندویچی | $T_U$ |
| دمای مرجع | $T_0$ |
| اختلاف دما نسبت به دمای مرجع | $\Delta T$ |
| دمای لایه ی $i$ ام | $T^{(i)}, i = 1,2,3$ |
| ضریب هدایت حرارتی لایه ی $i$ ام | $K^{(i)}, i = 1,2,3$ |
| جابجایی حرارتی در راستای طول تیر | $\bar{u}_0 , u^0$ |
| جابجایی حرارتی در امتداد ضخامت تیر | $\bar{w}_0, w^0$ |
| دوران سطح مقطع تیر حول محور $y$ در حالت تعادل حرارتی | $\varphi_0$ |
| جابجایی حرارتی سطح میانی در راستای طول تیر | $u_0$ |
| جابجایی حرارتی سطح میانی در امتداد ضخامت تیر | $w_0$ |
| کرنش نرمال در حالت تعادل حرارتی | $\varepsilon_{0x}, \varepsilon_{0z}$ |
| کرنش نرمال | $\varepsilon_x, \varepsilon_z$ |
| ترم خطی کرنش نرمال و برشی | $\varepsilon_x^L, \gamma_{xz}^L$ |
| ترم غیر خطی کرنش نرمال و برشی | $\varepsilon_x^{NL}, \gamma_{xz}^{NL}$ |
| کرنش برشی در حالت تعادل حرارتی | $\gamma_{0xz}$ |
| کرنش برشی | $\gamma_{xz}$ |
| تنش نرمال در حالت تعادل حرارتی | $\sigma_{0x}, \sigma_{0z}$ |

| | |
|---|---|
| تنش نرمال | $\sigma_x, \sigma_z$ |
| تنش برشی در حالت تعادل حرارتی | $\tau_{0xz}$ |
| تنش برشی | $\tau_{xz}$ |
| ثوابت الاستیک یک بعدی | $Q_{11}, Q_{55}$ |
| مولفه های سفتی | $A_{11}, B_{11}, D_{11}, G_{11}$ |
| مولفه های سفتی | $A_{55}, B_{55}$ |
| انرژی کرنشی در حالت تعادل حرارتی | $\overline{U}$ |
| انرژی پتانسیل بستر در حالت تعادل حرارتی | $\overline{U}_{ef}$ |
| انرژی کرنشی | $U$ |
| انرژی پتانسیل بستر | $U_{ef}$ |
| انرژی جنبشی | $K_T$ |
| ضریب تصحیح انرژی برشی | $K_s$ |
| جابجایی ارتعاشی در راستای طول تیر | $\overline{u}$ |
| جابجایی ارتعاشی سطح میانی در راستای طول تیر | $u$ |
| جابجایی ارتعاشی در امتداد ضخامت تیر | $\overline{w}$ |
| جابجایی ارتعاشی سطح میانی در امتداد ضخامت تیر | $w$ |
| دوران سطح مقطع تیر حول محور $y$ در حالت ارتعاشی | $\varphi$ |
| متغیر زمان | $t$ |
| مختصات ضخامت تیر | $z$ |
| مختصات طول تیر | $x$ |
| ترم های اینرسی | $I_i \ , i = 1,2,3$ |
| بردار جابجایی حرارتی دامنه | $\delta_{0d} \ , \delta_d^0$ |
| بردار جابجایی حرارتی مرز | $\delta_{0b} \ , \delta_b^0$ |
| بردار جابجایی ارتعاشی دامنه | $\delta_d$ |
| بردار جابجایی ارتعاشی مرز | $\delta_b$ |
| ماتریس سفتی در حالت تعادل حرارتی | $S_{0mn}, mn = d,b$ |
| ماتریس سفتی ارتعاشی | $S_{mn}, mn = d,b$ |
| بردار بار حرارتی | $T_m \ , m = d,b$ |

| | |
|---|---|
| فرکانس طبیعی | $\omega$ |
| فرکانس طبیعی بی بعد | $\lambda,\Omega,\overline{\omega}$ |
| بار بحرانی کمانش | $\sigma_x^0$ |
| بار بحرانی کمانش بی بعد | $\Lambda$ |
| ماتریس جرم | $M$ |
| مولفه ی جابجایی حرارتی نقاط واقع در سطح $i$ ام ( $z = z_i$ ) در راستای طول تیر | $U_i^0$ |
| مولفه ی جابجایی حرارتی نقاط واقع در سطح $i$ ام ( $z = z_i$ ) در امتداد ضخامت تیر | $W_i^0$ |
| مولفه ی جابجایی ارتعاشی نقاط واقع در سطح $i$ ام ( $z = z_i$ ) در راستای طول تیر | $U_i$ |
| مولفه ی جابجایی ارتعاشی نقاط واقع در سطح $i$ ام ( $z = z_i$ ) در امتداد ضخامت تیر | $W_i$ |
| ترم های جرم | $I^{ij}$ |
| ضرایب ماتریس سفتی دو بعدی ماده هدفمند | $C_{11},C_{13},C_{33}$ |
| ترم های سفتی | $A_{mn}^{ij},B_{mn}^{ij},D_{mn}^{ij}$ |
| تابع درون یاب عمومی | $\varphi_i$ |
| تابع درون یاب خطی لاگرانژ محلی | $\varphi_i^{(i)}\ ,i=1,2$ |
| تعداد گره ها در امتداد ضخامت | $N_z$ |
| تعداد لایه های محاسباتی | $N_e$ |
| ضخامت لایه ی $i$ ام | $h_i$ |
| مختصات $z$ سطح پایین لایه ی $i$ ام | $z_i$ |

## فرم چکیده رساله تحصیلات تکمیلی

نام دانشجو: **مرتضی** نام خانوادگی دانشجو: **قربان زاده**

استاد راهنما: **آقای دکتر علیرضا ستوده**

استاد مشاور: **آقای دکتر پرویز ملک زاده**

دانشکده: **مهندسی** گروه: **مهندسی مکانیک** گرایش: **جامدات** مقطع: **کارشناسی ارشد**

تاریخ دفاع: ۱۳۸۹/۴/۲۳

عنوان پایان‌نامه: **آنالیز ارتعاش آزاد تیرهای ساندویچی هدفمند با استفاده از روش DQ**

کلمات کلیدی: **تیر ساندویچی هدفمند، تئوری لایه ای، روش دیفرانسیل کوادریچر، تئوری مرتبه اول برشی، ارتعاشات آزاد، ترمو الاستیسیته، بستر ارتجاعی**

## چکیده

در این پژوهش به بررسی ارتعاشات آزاد تحت هدایت حرارتی و کمانش تیر ساندویچی هدفمند بر اساس تئوری دو بعدی الاستیسیته پرداخته شده است. بر این اساس یک کد عددی با کوپل تئوری لایه ای و روش عددی دیفرانسیل کوادریچر ارائه گردیده است. تیر مورد نظر بر روی بستر ارتجاعی غیرخطی وینکلر-پسترناک قرار دارد و دارای هسته ی تمام فلزی و لایه های هدفمند می باشد. خواص ماده هدفمند مطابق رابطه ی توانی ساده فرض شده است به طوری که خواص اجزای سازنده آن در کلی ترین حالت وابسته به دما می باشند. همچنین تیر می تواند دارای ضخامت متغیر باشد. برای مطالعه رفتار ارتعاشی تیر در ابتدا به تحلیل ترموالاستیک پرداخته شده و سپس به کمک روابط کرنش- جابجایی غیر خطی، تنش های اولیه حاصل از تحلیل ترموالاستیک در تحلیل ارتعاشی اثر داده شده است. به منظور اطمینان از صحت نتایج، تیر مورد نظر به کمک تئوری مرتبه اول برشی و نرم افزار المان محدود ABAQUS نیز مدل شده است. علاوه بر این نتایج با مثال های متعددی مقایسه شده و صحت نتایج مورد تایید قرار گرفته است. اثر پارامتر های مختلفی نظیر اندیس جزء حجمی، نسبت طول به ضخامت، مدول های بستر، دما و ضخامت لایه های هدفمند مورد مطالعه قرار گرفته است. در مطالعه همگرایی روش دیفرانسیل کوادریچر مشاهده می شود که این روش یک روش عددی کارآمد با سرعت همگرایی بالا است که حجم محاسبات را به شکل قابل توجهی کاهش می دهد. به علاوه نتایج حاصل تائید می کنند که استفاده از تئوری لایه ای کوپل با روش دیفرانسیل کوادریچر نتایجی دقیق و منطبق با حل المان محدود ABAQUS ارائه می دهد. بکارگیری این روش در تحلیل تیر های ضخیم، مود های فرکانسی بالا، مدول های بستر زیاد و اندیس های جزء حجمی پایین، ضرورت استفاده از آن را بیشتر نمایان می سازد. با بررسی اثر افزایش تغییر دما بر روی فرکانس طبیعی تیر مشخص می شود که کاهش فرکانس طبیعی در این حالت برای تیر گیردار بیشتر از مفصلی می باشد. همچنین اثر افزایش مدول های بستر و ضخامت لایه های هدفمند و کاهش اندیس جزء حجمی به دلیل افزایش درصد سرامیک، افزایش فرکانس طبیعی تیر می باشد.

استاد راهنما:

امضاء

فصل اول

# مروری بر کارهای گذشته