دانشکده علوم ریاضی

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد
آمار ریاضی

سانسور فزاینده تطبیقی

استاد راهنما

دکتر جعفر احمدی

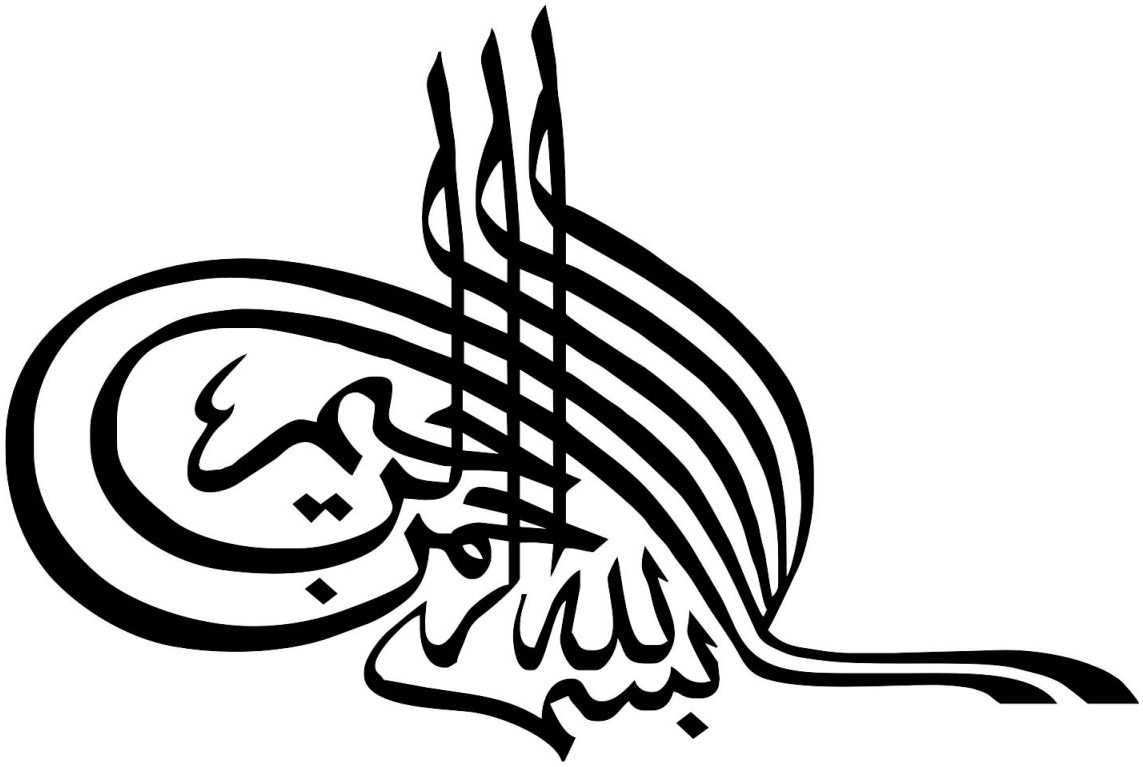
استاد مشاور

دکتر مهدی دوست پرست

نگارش

محمد بیات

شهریور ۱۳۹۱


بسم الله الرحمن الرحيم

تقدیم به گلهایی که از عطرشان سرمستم.

تقدیم به

پدر،

مادر

و

همسرم

تشکر و قدردانی

تنها و تنها، پروردگار خویش را شاکرم که بیراهه ها را از راهم زدود، مرا به سایه ی لطف خویش داخل نمود و از خوان نعمتش طعامم داد. برایم پشتیبانی محکم و نیک قرار بداد که او را پدر خواندم و فرشته ای از جنس مهربانی و فداکاری که مادرش نام نهادم. برای طی راهی که پیش پای داشتم، ستارگانی راهنمای گذارد، تا در پرتوشان درست گام بردارم و از پرنورترینانشان استادان ناصر رضا ارقامی، جعفر احمدی و معصومه فشندی را توانم نام برد سپس همسفر و همراهی نیک از جنس عشق و محبت مرا قرار داد تا در این راه بلند، بی یار و یاور نباشم و همواره مشوقی بی وصف داشته باشم و خدایم فرمود، آن همسفر را همسر بخوان. پس ای مهربانترین مهربانان من، از برای پدرم، مادرم، همسرم، اساتیدم و و دوستان نیک سرشتی که مرا قرار دادی، تو را سپاسگزارم.

محمد بیات

شهریور ۱۳۹۱

چکیده

از طرح‌های سانسوری که در تحلیل داده‌های قابلیت اعتماد بسیار مرسوم شده، طرح سانسور فزاینده نوع I و نوعII است. اما بکار بردن هر کدام از این دو طرح در کنار مزایایی که با خود دارد معایبی را نیز به همراه دارد. در این پایان‌نامه طرح‌های سانسور فزاینده‌ای را معرفی و بررسی می‌کنیم که می‌تواند برای رفع اشکالاتی که در طی فصول مختلف بیان می‌شود، راهکارهایی را ارائه دهند. این کار اینگونه امکانپذیر است که تعداد آیتم‌های خارج شده از فرآیند آزمایش در هر مرحله از سانسور، که آن را با r_i نمایش می‌دهیم، بجای اینکه مقداری ثابت و از پیش تعیین شده باشد مقداری تصادفی هستند. فرمول‌های مورد نظر را ارائه می‌دهیم و برای هرکدام از طرح‌های معرفی شده شبیه‌سازی نیز انجام می‌پذیرد. در راستای معرفی طرح‌های منعطف، تعدادی طرح پیشنهادی نیز ارائه شده و برای نشان دادن کارایی طرح‌های پیشنهادی مقایسه‌هایی نیز صورت پذیرفته است.

کلمات کلیدی: طرح سانسور فزاینده نوع I، طرح سانسور فزاینده نوعII، طرح سانسور فزاینده نوع I تطبیقی، طرح سانسور فزاینده نوعII تطبیقی، برآورد درستنمایی ماکسیمم، توزیع نمایی.

پیش‌گفتار

در بسیاری از مطالعات مربوط به طول عمر، آزمایشات کلینیکی مربوط به تأثیر دوز سم ها، تحقیقات زیست‌شناسی، آنالیز بقا و دیگر زمینه‌های کاربردی علم آمار نمونه‌هایی وجود دارد که در قسمت‌هایی از مقادیر متغیر تصادفی مورد مطالعه محدود و همه مشاهدات ثبت نشده‌اند یا همه واحدهای نمونه به نتیجه نرسیده‌اند. این محدودیت‌ها گاهی اوقات به صورت اختیاری توسط شخص آزمایش‌کننده و به منظور نگه‌داشتن آیتم‌های مورد آزمایش جهت استفاده در دیگر آزمایش‌ها، حفظ زمان و هزینه در نظر گرفته می‌شود و در مواردی نیز ماهیت آزمایش طوری است که خودبه‌خود باعث از دست دادن واحدهای آزمایشی می‌شود. به عنوان مثال ممکن است یک واحد آزمایشی به طور تصادفی خراب شود یا شخص تحت آزمایش به دلایل پیش‌بینی نشده‌ای از ادامه همکاری کناره‌گیری کند. به داده‌هایی که قبل از مشاهده زمان شکست آن‌ها، از آزمایش حذف می‌شوند، داده‌های سانسور شده می‌گویند.

دو طرح عمده سانسور عبارت‌اند از طرح‌های سانسور نوع اول و نوع دوم. این طرح‌های سانسور توسط محققان مختلفی مانند لاولس [۱] (۱۹۸۲)، نلسن [۲] (۱۹۸۲)، لاندن [۳] (۱۹۸۸) و کوهن [۴] (۱۹۹۱) مورد مطالعه قرار گرفت. آن‌ها مطالعات طول عمر را در زمینه‌های صنعتی و مطالعات انسانی در هر دو حالت پارامتری و ناپارامتری مد نظر قرار دادند. اگر آزمایش فقط تا

[۱] Lawless.

[۲] Nelson.

[۳] London.

[۴] Cohen.

زمان مشخص T ادامه یابد و واحدهای آزمایشی سالم از زمان T به بعد کنار گذاشته شود، در این صورت سانسور نوع اول رخ داده است. اگر آزمایش‌گر تصمیم بگیرد آزمایش را زمانی خاتمه دهد که m واحد از واحدهای آزمایشی از کار بیافتند، در این صورت سانسور نوع دوم رخ داده است. در مقالات متعددی طرح سانسور هیبرید [۵] ، به عنوان ترکیبی از سانسور نوع اول و دوم و استنباط آماری مرتبط با آن در نظر گرفته شده است. برای مثال گوپتا و کوندو [۶] (۱۹۹۸)،چایلدز و همکاران [۷] (۲۰۰۳) و کوندو [۸] (۲۰۰۷) را می‌توان نام برد.

اگر آزمایش‌کننده تصمیم داشته باشد که واحدهای آزمایشی سالم را در نقاطی غیر از نقاط پایانی آزمایش از ادامه بررسی کنار بگذارد، نمی‌تواند از هیچ‌یک از طرح‌های سانسور فوق استفاده کند. هیچ‌کدام از این طرح‌ها اجازه حذف یا خروج واحدهای آزمایشی را در نقاطی غیر از نقاط انتهایی آزمایش نمی‌دهند. لازم به ذکر است این اجازه زمانی مطلوب است که در مطالعه فرایند طول عمر، جمع آوری اقلام در طی مراحل مختلف آزمایش مد نظر باشد. همچنین وقتی که کاهش زمان آزمایش و مشاهده حداقل تعدادی طول عمر بزرگ به طور هم‌زمان خواسته شود و نیز به منظور حفظ برخی واحدهای آزمایشی (به ویژه زمانی که دست‌یابی به اقلام آزمایشی خیلی مشکل و یا اقلام خیلی گران قیمت باشند)، در نظر گرفتن حذف‌های میانی پسندیده می‌باشد. همان‌طور که قبلاً ذکر شد حالت‌هایی همچون شکست تصادفی واحدهای آزمایشی یا از دست دادن ارتباط با اشخاص تحت مطالعه از جمله مواردی است که از دست دادن اقلام در نقاطی غیر از نقاط پایانی را اجتناب‌ناپذیر می‌نماید. این دلایل نظریه‌پردازان و کسانی که در این زمینه کار می‌کنند را به سمت سانسور فزاینده متمایل می‌کند.

طرح سانسور فزاینده در سال‌های اخیر به طور گسترده‌ای در آزمایش‌های مربوط به طول عمر مورد استفاده قرار گرفته است. ایده مربوط به سانسور فزاینده تقریباً به نیم قرن پیش برمی‌گردد.

---

[۵] Hybrid censoring scheme.

[۶] Gupta and Kundu.

[۷] Childs et al.

[۸] Kundu.

اولین بار هرد [۹] (۱۹۵۶) در رساله خود با عنوان "برآورد پارامترهای جامعه از یک نمونه چند سانسوری" به بحث در مورد برآورد پارامتر جامعه براساس نمونه‌های سانسور فزاینده [۱۰] پرداخت. چند سال بعد کوهن (۱۹۶۳) اهمیت سانسور فزاینده در آزمایشات قابلیت اعتماد را مورد توجه قرار داد. در حالی که این دو نویسنده اولین کسانی بودند که سانسور فزاینده را به عنوان یک روش نمونه‌گیری مفید در آزمایشات قابلیت اطمینان معرفی کردند، در سال (۱۹۶۶) پرسش دیگری بر این اساس مطرح گردید که "در چه موقعیت‌هایی سانسور فزاینده می‌تواند به طور طبیعی رخ دهد؟". در سال‌های بعد بعلت پیشرفت‌هایی که در زمینه محاسبات رایانه‌ای بوجود آمد، گرایش به این موضوع بیشتر شد زیرا با توجه به رایانه‌هایی با سرعت بالا امکان شبیه‌سازی و همچنین انجام محاسبات با حجم بالا برای محققان بوجود آمد. سانسور فزاینده که به آن سانسور چندگانه و سانسور چند مرحله‌ای هم گفته می‌شود، این امکان را به آزمایشگر می‌دهد که بتواند واحدهای آزمایشی را در زمان‌های مختلف آزمایش حذف کند. اهمیت این روش زمانی مشخص می‌شود که حذف واحدهای آزمایشی خارج از برنامه‌های محقق اتفاق بیفتد، زیرا در آزمون های طول عمر گاهی اوقات اقلام به دلایلی کاملاً جدا از نحوه طبیعی شکست از بین می‌روند. برای مثال، تعدادی لامپ را در نظر بگیرید که همزمان تحت آزمایش طول عمر قرار می‌گیرند. یکی از لامپ‌ها ممکن است پس از شروع آزمایش به طور تصادفی قبل از کار افتادن همه لامپ‌ها شکسته شود. حال این سوال مطرح می‌شود که چطور اطلاعات این لامپ و تعداد ساعات کارکرد آن قبل از خراب شدنش می‌تواند به کار گرفته شود. این پرسش گویای این مطلب است که چطور شکست ناگهانی یک واحد تحت آزمایش می‌تواند در استنباط تطبیق داده شود و کوهن در پاسخ به این پرسش نشان داد که روش سانسور فزاینده روش مطلوبی برای پاسخ به این سوال است.

برای مطالعه بیشتر در ارتباط با روشهای استنباطی با داده‌های سانسور فزاینده می‌توان به مان [۱۱] (۱۹۷۱), (۱۹۶۹)، توماس و ویلسون [۱۲] (۱۹۷۲)، وایورس و بالاکریشنان [۱۳] (۱۹۹۴)، بالاکریشنان

[۹] Herd.

[۱۰] Progressively censored samples.

[۱۱] Mann.

[۱۲] Thomas and Wilson.

و سندهو [۱۴] (۱۹۹۵) و بالاکریشنان و همکاران (۲۰۰۴) مراجعه کرد. برای ملاحظه فهرستی از مراجع و جزئیات بیشتر در مورد طرح سانسور فزاینده، کتاب بالاکریشنان و آگاروالا [۱۵] (۲۰۰۰) و همچنین مقاله بالاکریشنان (۲۰۰۷) منابع بسیار خوبی می‌باشند.

در این پایان‌نامه طرح سانسور فزاینده نوع I و نوع II مورد بررسی قرار گرفته شده است و نحوه ارائه مطالب بصورت زیر است:

در فصل اول ابتدا مفاهیم و مقدماتی در ارتباط با انواع طرح‌های سانسور، شامل طرح‌های سانسور معمول نوع اول، دوم و سانسور فزاینده ارائه می‌شود. بعلاوه، برخی خواص ریاضی مهم در رابطه با آماره‌های ترتیبی سانسور فزاینده نوع دوم بیان می‌شود.

در فصل دوم، ابتدا طرح سانسور فزاینده به روش نک و همکاران را بصورت کلی توضیح داده سپس طرحی را با نام سانسور فزاینده منعطف ارائه و توضیح می‌دهیم، در ادامه چند مدل را پیشنهاد خواهیم داد و در پایان این فصل از طریق شبیه‌سازی طرح پیشنهادی اول را با یکی از طرح‌های از پیش شناخته شده مقایسه می‌کنیم.

در فصل سوم، طرح سانسور فزاینده نوع II تطبیقی را به تفصیل توضیح خواهیم داد.

در فصل چهارم، یک طرح پیشنهادی برای سانسور فزاینده نوع I تحت عنوان "طرح سانسور فزاینده نوع I تطبیقی" را ارائه می‌دهیم و استنباط‌هایی را نیز از طریق شبیه‌سازی برای آن خواهیم داشت.

و در فصل پنجم که فصل پایانی این رساله می‌باشد، نتیجه‌گیری‌هایی از آنچه که در فصول پیشین نوشته شد، را خواهیم داشت.

مقالات اصلی مورد مطالعه در این پایان‌نامه

۱ − $Cramer,\ E.\ and\ Iliopoulos,\ G.$ (۲۰۰۹). $Adaptive\ progressive\ Type-II\ censoring.$ $Test,$ ۱۹, ۳۴۲ − ۳۵۸.

[۱۳] Viveros and Balakrishnan.

[۱۴] Balakrishnan and Sandhu.

[۱۵] Aggarwala.

۲ – *Bairamov, I. and Parsi, S.* (۲۰۱۱). *On flexible progressive censoring. Journal of Computational and Applied Mathematics*, ۲۳۵, ۴۵۳۷ – ۴۵۴۴.

است و مقالات مستخرج از این پایان‌نامه

۱ - "انواع مدل‌های سانسور فزاینده نوعII :مطالعه مقایسه‌ای" ارائه شده در یازدهمین کنفرانس آمار ایران چاپ شده در مجموعه مقالات کنفرانس صفحات ۸۲ – ۷۱

۲ - "سانسور فزاینده نوع I تطبیقی" ارائه شده در کارگاه قابلیت اعتماد دانشگاه فردوسی مشهد، تابستان ۱۳۹۱

می‌باشند.

جدول ۱ : جدول نمادها

احتمال	P
بردار m بعدی متغیر تصادفی X	$\underline{X}_m$
متغیر تصادفی iام	X_i
مقدار مشاهده شده متغیر تصادفی iام	x_i
تابع چگالی احتمال	$f(.), \tilde{f}(.)$
تابع توزیع احتمال	$F(.)$
تابع جرم احتمال	$g(.), \tilde{g}(.)$
متغیر تصادفی در سانسور نوعI و II	$X_{i:n}$
مقدار مشاهده شده متغیر تصادفی در سانسور نوعI و II	$x_{i:n}$
متغیر تصادفی در سانسور فزاینده نوع II	$X_{i:m:n}$
مقدار مشاهده شده متغیر تصادفی در سانسور فزاینده نوع II	$x_{i:m:n}$
متغیر تصادفی در سانسور فزاینده تطبیقی	$Y_{(i)}$
مقدار مشاهده شده متغیر تصادفی در سانسور فزاینده تطبیقی	$y_{(i)}$
امید ریاضی	$E(.)$
X با Y هم‌توزیع است	$X \stackrel{d}{=} Y$
متناسب بودن	α
توزیع پارتو با پارامتر v	$pareto(v)$
توزیع گاما با پارامتر های a و b	$\Gamma(a, b)$
توزیع نمایی با پارامتر θ	$Exp(\theta)$
جمع m آیتم	$\sum_{i=۱}^{m}$
ضرب m آیتم	$\prod_{i=۱}^{m}$
توزیع کای دو با m درجه آزادی	$\chi^{۲}_{m}$

تعداد شکست‌های رخ داده در بازه iام	d_i
تعداد شکست‌های رخ داده تا مرحله iام	$d_{(i)}$
تعداد آیتم‌های سانسور شده در مرحله iام	R_i
تعداد آیتم‌های سانسور شده تا مرحله iام	$R_{(i)}$
تعداد آیتم‌های باقیمانده در آزمایش در مرحله iام	γ_i
مجموعه سانسورهای مجاز در آزمایش	$C_{n,m}^m$
بیشترینِ مقادیر	max
کمترینِ مقادیر	min
عضو بودن	$\in$
مستقل و هم‌توزیع	iid
معکوس تابع توزیع F	F^{-1}
تابع معکوس تعمیم یافته	$F^{\leftarrow}$

فهرست مطالب

۱ مقدمه‌ای بر سانسورها **۱**

۱.۱ مفاهیم و مقدمات ۱

۲.۱ معرفی انواع سانسور ۲

۱.۲.۱ سانسور نوع اول (سانسور زمانی) ۲

۲.۲.۱ سانسور نوع دوم (سانسور شکستی) ۳

۳.۲.۱ سانسور هیبرید ۴

۴.۲.۱ سانسور فزاینده ۶

۵.۲.۱ سانسور فزاینده نوع I ۷

۶.۲.۱ سانسور فزاینده نوع II ۹

۳.۱ تئوری توزیع سانسور فزاینده نوع II ۱۱

۴.۱ خواص ریاضی آماره‌های مرتب سانسور فزاینده نوع II ۱۲

۵.۱ سانسور فزاینده نوع II با حذف‌های تصادفی ۱۵

۲ سانسور فزاینده نوع II منعطف **۱۷**

۱.۲ مقدمه ۱۷

۱.۱.۲ طرح نک و همکاران ۱۹

۲.۱.۲ معرفی طرح ۱۹

۳.۱.۲ سانسور فزاینده منعطف ۲۱
۴.۱.۲ معرفی طرح ۲۱
۵.۱.۲ معرفی مدل ۲۴
۶.۱.۲ توزیع‌های حاشیه‌ای ۲۸
۷.۱.۲ زمان مورد انتظار آزمایش ۳۳
۲.۲ معرفی مدل‌های جدید و پیشنهادی ۳۶
۱.۲.۲ چند مدل جدید برای سانسور فزاینده‌ی نوعII منعطف ۳۶
۲.۲.۲ بهینه سازی مدلهای پیشنهاد شده،از نظر هزینه ۴۴
۳.۲ مقایسه‌ی طرح پیشنهادی اول با طرح (FPC) ۴۵
۴.۲ بحث و نتیجه‌گیری ۴۹

۳ سانسور فزاینده نوع II تطبیقی ۵۰
۱.۳ مقدمه ۵۰
۲.۳ توصیف مدل و زیرمدل‌های خاص ۵۱
۳.۳ نتایج پایه‌ای در مورد توزیع ۶۴
۱.۳.۳ توزیع‌های حاشیه‌ای ۶۴
۴.۳ یک نمایش احتمالی مهم ۶۵
۱.۴.۳ نتایج توزیعی دیگر ۷۱
۵.۳ استنباط ۷۷
۶.۳ خلاصه ۷۹

۴ سانسور فزاینده نوع I تطبیقی ۸۱
۱.۴ مقدمه ۸۱
۲.۴ معرفی طرح ۸۲
۳.۴ نتایج توزیعی پایه ۸۸

۱.۳.۴ توزیع حاشیه‌ای ۸۸
۲.۳.۴ چند خاصیت ۸۹
۴.۴ استنباط ۹۲
۵.۴ مقایسه ۹۴

۵ خلاصه و نتیجه‌گیری ۹۸

کتاب‌نامه ۱۰۰

آ کدهای برنامه‌نویسی ۱

لیست تصاویر

۱.۱ طرح سانسور فزاینده نوع I ۹
۲.۱ طرح سانسور فزاینده نوع II ۱۰
۱.۲ طرح نک و همکاران (۲۰۰۹) ۲۰
۲.۲ سانسور فزاینده نوع II منعطف ۲۳
۳.۲ نمایش تصویری طرح "گام‌به‌گام" ۴۱
۴.۲ نمایش تصویری مثال طرح "گام‌به‌گام" ۴۲

لیست جداول

۱ جدول نمادها . . . . . ذ

۱.۲ شبیه‌سازی مربوط به توزیع نمایی ۳۳

۲.۲ جدول شبیه‌سازی طرح(FPC) ۳۵

۳.۲ شبیه‌سازی مقایسه طرح اول پیشنهادی با طرح(FPC) ۴۷

۴.۲ ادامه جدول۳.۲ . . . . . ۴۸

۱.۴ جدول شبیه‌سازی سانسور فزاینده نوع I و سانسور ارائه شده ۹۶

فصل ۱

مقدمه‌ای بر سانسورها

۱.۱ مفاهیم و مقدمات

در حال حاضر اهمیت قابلیت اعتماد محصولات از هر زمان دیگری بیشتر است. با ورود هرچه بیشترمحصولات به بازار، مصرف‌کننده‌ها به دنبال کالاهایی هستند که دارای کیفیت بهتر و طول عمر بیشتری باشند. در چنین بازار رقابتی و تقاضای بالا برای محصولات بهتر، روشی که تولیدکننده کالاها (نظیر رایانه، اتومبیل، وسایل الکترونیکی و غیره) برای جذب مشتری بیشتر به کار می‌برند فراهم کردنِ ضمانت برای طول عمر محصولات خود است. ضمانت طول عمر محصولات هزینه‌های اضافی را برای تولیدکنندگان به وجود خواهد آورد. بخش عمده‌ای از این هزینه‌ها مربوط به تعمیر و یا تعویض قطعاتی است که قبل از اتمام دوره ضمانت خراب می‌شوند. از این رو تولیدکننده‌ها جهت برآورد هزینه‌ها، نیاز به اطلاعاتی در مورد توزیع زمان خرابی محصولات خود دارند. برای دستیابی به این آگاهی، لازم است آزمایشات طول عمر یا قابلیت اطمینان قبل یا در هنگام ارائه محصول به بازار انجام شود. البته اطلاعات بدست آمده از آزمون‌های طول عمر علاوه بر تعیین ضمانت‌نامه مؤثر، برای اهداف دیگری نیز به‌کار برده می‌شوند، برای مثال در کاربردهای داروسازی ممکن است بمنظور تعیین دوز مناسب و تاریخ انقضای داروها، طول عمر آن‌ها مطالعه شود. بعلاوه در یک بازار رقابتی گسترش تدریجی

محصولات ضروری و حتی اجتناب‌ناپذیر است. در بیانی ساده، می‌توان گفت آزمایش طول عمر راهی در جهت بهبود کیفیت محصول و افزایش توان رقابتی است.
در راستای انجام آزمایشات طول عمر، ممکن است درصد بزرگی از کل مشاهدات موجود در نمونه تحت مطالعه، متشکل از داده‌های سانسور شده باشد، از این رو در کاربردهای عملی نمی‌توان از سانسور صرف‌نظر کرد.

۲.۱ معرفی انواع سانسور

در این بخش، چند نوع سانسور که در تحلیل بقا و مسائل قابلیت اعتماد رایج و مهم هستند، بطور مختصر معرفی می‌گردد.

۱.۲.۱ سانسور نوع اول (سانسور زمانی)

برای تشریح این نوع سانسور، آزمایش قابلیت اعتماد را در نظر بگیرید که n واحد یکسان تحت آزمایش طول عمر قرار گرفته‌اند. فرض کنید $X_n, \cdots, X_1$ طول عمر واحدهای تحت آزمایش باشند. فرض می‌شود این متغیرهای تصادفی مستقل و هم‌توزیع از جامعه مطلقاً پیوسته با تابع توزیع تجمعی $F_X(x)$ و تابع چگالی $f_X(x)$ باشند. همچنین $X_{n:n}, \cdots, X_{1:n}$ طول عمر مرتب‌شده متناظر آن‌ها باشند.
فرض کنید آزمایش‌گر تصمیم بگیرد آزمایش طول عمر را برای مدت زمان از پیش تعیین شده T انجام دهد. پس داده‌های حاصل از چنین آزمون طول عمری بصورت $X_{m:n} > \cdots > X_{2:n} > X_{1:n}$ می‌باشد که $n-m$ واحد دارای طول عمر بیشتر از زمان T است. در حقیقت متغیر تصادفی m دارای توزیع دوجمله‌ای با پارامترهای $(n, F(T))$ می‌باشد.
در این حالت، آزمایش در زمان معین T متوقف شده و زمان‌های شکست قطعات شکست‌خورده قبل از زمان T ثبت می‌شود. در چنین آزمایشی نمونه بدست آمده را سانسور نوع اول یا سانسور زمانی می‌گویند. از آنجایی‌که داده‌های سمت راست نمونه مرتب‌شده (داده‌های بزرگ) سانسور

شده‌اند، نمونه حاصل از این نوع آزمایش، سانسور از راست نیز نامیده می‌شود. واضح است، در این حالت تعداد مشاهدات آماره‌های ترتیبی، خود یک متغیر تصادفی است. در صورتیکه این متغیر تصادفی را m در نظر بگیریم، m می‌تواند مقادیر زیر را بگیرد

$$m = ۱, ۲, \cdots, n$$

و تابع درست‌نمایی آن به‌صورت

$$L(\theta|m,\underline{x}) = \begin{cases} \frac{n!}{(n-m)!}\prod_{i=۱}^{m} f(x_i)[۱-F(T,\theta)]^{n-m} & ۰ < m < n, \quad x_۱ < x_۲ < \cdots < x_m < T \\ [۱-F(T,\theta)]^n & m = ۰, \quad T < x. \end{cases}$$

است.

۲.۲.۱ سانسور نوع دوم (سانسور شکستی)

اگر شخص تصمیم بگیرد آزمون طول عمر را تا زمان m امین شکست، ادامه دهد، پس داده‌های این آزمون طول عمر بصورت $X_{m:n} > \cdots > X_{۲:n} > X_{۱:n}$ هستند که $n-m$ طول عمر باقیمانده پس از زمان $X_{m:n}$ رخ می‌دهند.
در این نوع سانسور، پس از مشاهده mامین شکست، آزمایش متوقف می‌شود. بنابراین نمونه حاصل را نمونه سانسور شده نوع دوم یا سانسور شکستی می‌نامند. در این حالت $X_{m:n}$ ، زمان شکست m امین قطعه، متغیری تصادفی است. همچنین تابع درستنمایی بصورت زیر است:

$$L(\theta|m,\underline{x}) = \frac{n!}{(n-m)!}\prod_{i=۱}^{m} f(x_i)[۱-F(x_m,\theta)]^{n-m} \quad ۰ \le m \le n, \quad x_۱ < x_۲ < \cdots < x_m.$$

همان‌طور که در سانسور نوع اول اشاره گردید چون داده‌های بزرگ سانسور شده است، در این حالت نمونه را نمونه سانسور راست نیز می‌نامند. همچنین در حالتی که سانسور در داده‌های کوچک رخ دهد نمونه $X_{n:n} > \cdots > X_{m+۲:n} > X_{m+۱:n}$ را سانسور چپ می‌گویند. بعلاوه، داده‌ها می‌توانند از طرف چپ و راست سانسور شوند که نمونه $X_{m_۱+۱:n} > \cdots, X_{m_۲+۱:n}$ را