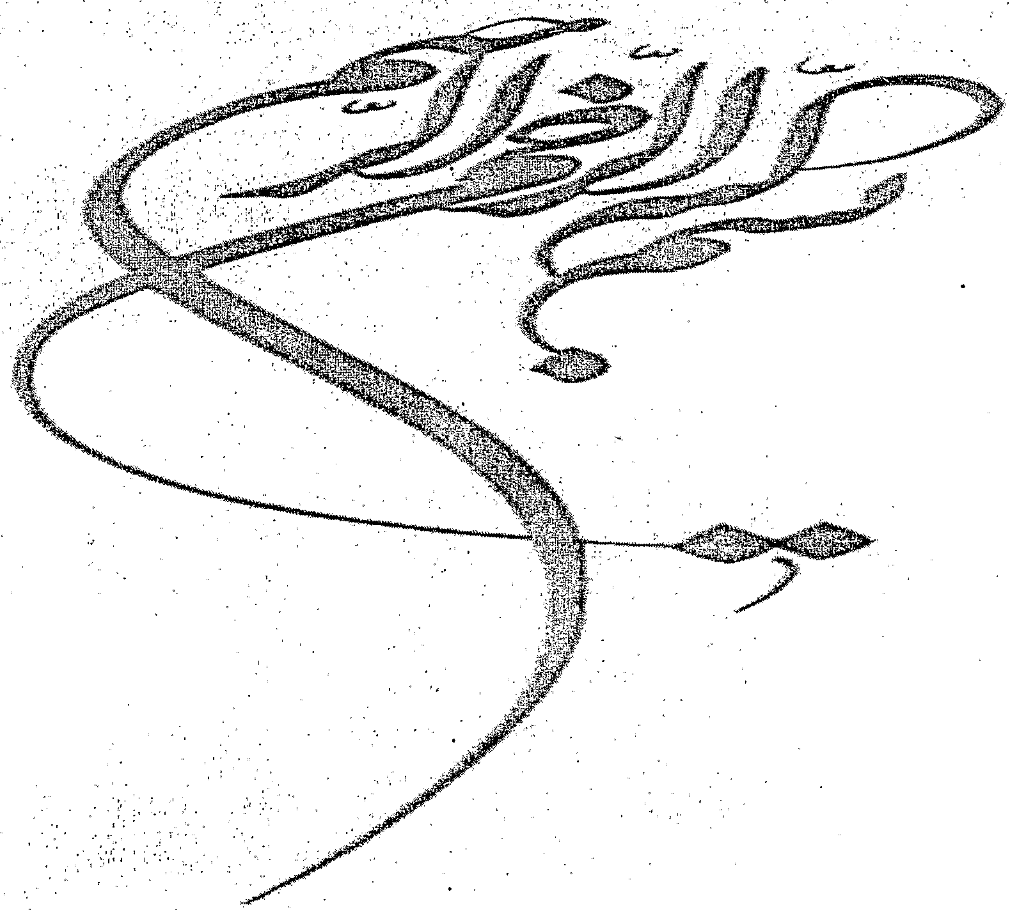

١٠٧٧١٤

بسمه تعالی

دانشگاه شهید بهشتی

دانشکده علوم ریاضی

پایان نامه کارشناسی ارشد ریاضی

موضوع پایان نامه

روش های موجکهای اسپلاینی دو متعامد انطباقی برای حل معادلات Advection-Reaction

استاد راهنما

دکتر سید علیرضا حسینیون

استاد مشاور

دکتر سهرابعلی یوسفی

دانشجو

روح الله کشیری

اسفند ۱۳۸۶

تاریخ ....
شماره ....
پیوست..................

دانشگاه شهید بهشتی

«بسمه تعالی»+

تهران ۱۹۸۳۹۶۳۱۱۳ اوین
تلفن: ۲۹۹۰۱

«صورتجلسه دفاع از پایان نامه دانشجویان دوره کارشناسی ارشد»

باز گشت به مجوز دفاع شمارهٔ ۲۰۰/۴۴۳۹/ت/د مورخ ۸۶/۱۱/۲۱ جلسه هیأت داوران ارزیابی پایان نامه: آقای **روح الله کشیری** شماره شناسنامه: ۲۹ صادره از: ساری متولد: ۱۳۶۰ دانشجوی دوره کارشناسی ارشد: ریاضی محض

با عنوان:

روش های اسپلاین دو متعامد انطباقی برای حل معادلات Advection-Reaction

به راهنمایی:

آقای دکتر سید علیرضا حسینیون

طبق دعوت قبلی در تاریخ ۸۶/۱۲/۱۵ تشکیل گردید و بر اساس رأی هیأت داوری و با عنایت به ماده ۲۰ آئین نامه کارشناسی ارشد مورخ ۷۵/۱۰/۲۵ پایان نامه مزبور با نمره ۱۹٫۱ (نوزده [illegible]) درجه عالی مورد تصویب قرار گرفت.

۱۳۸۷/۱۰/ - ۶

	مرتبه علمی	نام دانشگاه	امضاء
۱- **استاد راهنما:** آقای دکتر سید علیرضا حسینیون	استاد	شهید بهشتی	
۲-**مشاور:** آقای دکتر سهرابعلی یوسفی	استادیار	شهید بهشتی	
۳- **داور:** آقای دکتر حسین آذری	استادیار	شهید بهشتی	
۴- **داور:** آقای دکتر عطاا... عسکری همت	دانشیار	شهید باهنرکرمان	
۵- **مدیر گروه:** آقای دکتر علیرضا سالمکار	استادیار	شهید بهشتی	

به مهر پایدار

مادر

قدردانی و سپاس

سپاس ایزد منان را که توفیق کسب علم و دانش را به من عنایت فرمود. بی شک بدون لطف و احسانش امکان این تحقیق برایم فراهم نمی شد. پس همواره او را می ستایم و سر بر آستانش می ستایم.

بر خود لازم می دانم مراتب تشکر و قدردانی خود را از اساتید و دوستانی که در گردآوری این پایان نامه مرا یاری نموده اند، بجای آورم.

از جناب آقای دکتر سید علیرضا حسینیون، استاد راهنمای ارجمندم که در تمام دوران کارشناسی ارشد، از هیچ لطف و راهنمایی نسبت به من، دریغ نفرموده اند.

از جناب آقای دکتر سهرابعلی یوسفی، استاد مشاور عزیزم، که هم در دوران کارشناسی و هم در گردآوری این پایان نامه زحمت بسیاری را برایم متحمل شده اند و همواره با روی گشاده در صدد رفع اشکالاتم بر آمدند.

از جناب آقای دکترعطا الله عسکری همت، داور پایان نامه ، که راهنمایی ارزنده ایشان در بهبود این پایان نامه بسیار موثر بوده است.

از خانواده ام بخصوص مادر فداکار و برادر مهربانم سهراب، که همواره پشتیبان من بوده و نگذاشته اند که جای خالی پدر عزیزم را احساس کنم.

از دوست عزیزم آقای عدنان ناصری که در تایپ و تهیه *power point*،بسیار مرا یاری نموده اند.

چکیده

هدف این پایان نامه،حل معادلات انتقال به وسیله جاری شدن-واکنش در فضا های چند بعدی می باشد. اساس کار بر پایه روش الحاقی موضعی اویلر- لاگرانژ قرار دارد. با استفاده از این روش ، یک فرمول بندی ضعیف برای معادلات انتقال به وسیله جاری شدن-واکنش در فضاهای چند بعدی بدست می آوریم و سپس از سیستم موجک های اسپلاینی دو متعامد به عنوان تابع تست و تابع محک در این فرمول بندی ضعیف استفاده می کنیم . بدین وسیله فرآیند های یک مرحله ای، چند مرحله ای و چند مرحله ای همراه با تراکم انطباقی را ارائه می دهیم که روش های عددی برای حل معادلات مذکور می باشند.

در فصل صفر بعضی از تعاریف و قضایای مقدماتی را بیان کرده و روش الحاقی موضعی و روش الحاقی موضعی اویلر-لاگرانژ را توضیح می دهیم.

در فصل یک ایده اصلی بدست آوردن یک فرم کلی از معادلات انتقال به وسیله جاری شدن-واکنش در فضاهای چند بعدی با استفاده از روش الحاقی موضعی اویلر- لاگرانژ می باشد.

در فصل دو تعریف آنالیز چند ریزه ساز را ارائه داده و روش ساختن موجک و موجک های دو متعامد را بیان می کنیم. در ادامه اسپلاین را تعریف کرده و روش ساختن موجک های اسپلاین های دو متعامد را توضیح می دهیم.

در فصل سوم به توسعه روش های عددی با استفاده از موجک های اسپلاینی دو متعامد می پردازیم و فرآیند های یک مرحله ای، چند مرحله ای و چند مرحله ای همراه با تراکم انطباقی را ارائه می دهیم.

در فصل چهارم نیز با ارائه یک مثال عددی نشان می دهیم که روش های عددی فوق دارای دقت مناسب و زیادی برای حل عددی معادلات انتقال به وسیله جاری شدن-واکنش می باشند.

فهرست

روش های موجکهای اسپلاینی دو متعامد انطباقی برای حل معادلات Advection-Reaction

مقدمه

معادله های دیفرانسیل با مشتقهای جزئی نقش مهمی در ریاضیات کاربردی ایفا می کنند، زیرا چنین معادله هایی در بسیاری از زمینه های علوم طبیعی و مهندسی کاربرد دارند. به عنوان مثال چنین معادله هایی فرآیند انتقال در آب های زیر زمینی را توصیف می کنند.

بدست آوردن چنین معادله هایی با استفاده از قانون های اساسی بقای جرم، بقای انرژی و بقای حرکت و قانون دارسی امکان پذیر است. حل عددی چنین معادله هایی با مشکل های زیادی نیز رو به رو می باشد. فقط تعداد محدودی از این معادله ها دارای حل تحلیلی بوده و در عین حال اکثر این معادله ها از طریق عددی حل می شوند.

در فرآیند های انتقال سیال در آب های زیر زمینی ، متغیر اصلی، غلظت یا چگالی سیال است. در حالت کلی انتقال یک سیال یا انتقال آلودگی در آب های زیر زمینی وابسته به شتاب سیال می باشد، بنابراین شتاب سیال به منظور شناسایی گسترش سیال، باید تعیین شود، لذا گام اول برای مدل بندی انتقال سیال، محاسبه ی تقریبی بردار شتاب است .

پدیده ی انتقال سیال می تواند به وسیله ی جاری شدن صورت گیرد که در این حالت بردار شتاب سیال در مدلسازی ریاضی نمایان می شود. همچنین پدیده ی انتقال می تواند از طریق انتشارصورت گیرد که این حالت از غلظت سیال ناشی می شود . پدیده ی انتقال می تواند از طریق انتشار به صورت پخش کامل ذرات جسمی در جسم دیگر نیز صورت گیرد.

در این پایان نامه، انتقال به وسیله ی جاری شدن مدنظر می باشد که آن را در فصل اول توضیح می دهیم. مراجع در فصل اول این پایان نامه[The]و[C-R-H-E] و[Lax] و[Lev] می باشند.

در فصل صفر، بعضی از تعاریف و مفاهیم مقدماتی را یادآوری می کنیم. همچنین برخی از روشهای عددی برای حل معادلات مانند روش الحاقی موضعی(LAM)و روش الحاقی موضعی اویلر- لاگرانژ(ELLAM) را معرفی می نماییم و بطور مختصر آن را با روش مشخصه و روش اویلری مقایسه می کنیم. مراجع این بخش

[C-R-H-E]و[W-E-Q-L]و[H-E-C-R]و[W-E-R] می باشند. همچنین روشهای حل معادله ی دیفرانسیل با مشتقات جزئی رانگ – کوتا نوع اول و نوع دوم و روش اویلری را نیز یادآوری می کنیم. مرجع مطالب فوق [هوس – جوی – ترنر] و [C – R – H – E] می باشند.

در فصل دوم موجکها را توضیح می دهیم. سابقه موجکها حداقل به سال ۱۹۱۰ بر می گردد ولی از سال ۱۹۸۵ ریاضیدانان زیادی آنالیز موجکی را مورد توجه قرار دادند. نخستین موجکها توسط استرومبرگ، مالات و همکارانشان در دهه ی ۱۹۸۰ معرفی شدند.[W-L] یکی از راهها برای ساختن موجک ها،استفاده از آنالیز چند ریزه ساز (MRA) است که فرم ریاضی آن توسط مالات معرفی گردید. بنابراین در بخش اول از این فصل آنالیز چند ریزه ساز را توضیح می دهیم و همچنین توابع مقیاس و موجکهای متعامد را تعریف می کنیم.

به تابع نوسانی از مکان یا زمان موج می گوییم. موجک به معنای موج کوچک با میرایی سریع یا محمل فشرده می باشد و لذا دارای قابلیت موضعی سازی خوبی است ولی در مقابل توابع.سینوس و کسینوس در آنالیز فوریه، موجهای موزونی می باشند که روی همه ی اعداد حقیقی گسترش یافته اند و فاقد خاصیت موضعی سازی می باشند.

در بخش دوم از این فصل، موجکهای دو متعامد را توضیح می دهیم. موجکهای دو متعامد، بعضی از کاستی های موجکهای متعامد را بهبود می بخشند. یکی از دلایل اصلی انتخاب موجکهای دو متعامد نسبت به موجکهای متعامد عبارتست از اینکه توابع مقیاس متقارن و موجکهای متقارن در چار چوب سیستم موجکی دو متعامد بیشتر به چشم می خورد.

مراجع این بخش[C-D-F]و[Oti] می باشند.

سپس، موجکهای اسپلاینی دو متعامد را توضیح داده و با استفاده از حاصلضرب تانسوری آنها را به موجکهای اسپلاینی چند متغیره توسیع می دهیم. علت این امر بدان جهت است که در فرایندهای یک مرحله ای، چند مرحله ای و چند مرحله ای همراه با تراکم انطباقی، تابع مقیاس در آنالیز چند ریزه سازی که موجک ها به وسیله ی آن بوجود می آیند، یک نوع تابع اسپلاینی به نام تابع B – اسپلاین یکنواخت می باشد.

مرجع مطالب فوق[C-D-F] و[بوگ-نار] می باشند.

در سالهای اخیر، کاربرد تکنیک موجک برای توسعه ی روش های عددی موثر برای حـل معادلـه هـای بـا مشتقهای جزئی، به طور چشمگیری افزایش یافت. با وجود چنین مشاهداتی، روش اویلر – لاگرانژ را با تکنیکهای موجک ترکیب می کنیم و روش های عددی برای حل معادله ی انتشار به وسیله جاری شدن – واکنش شامل روش یک مرحله ای، روش چند مرحله ای و روش چند مرحله ای همراه با تراکم انطباقی بدست می آوریم.

این مطلب را در فصل سوم توضیح می دهیم و مراجع آن[C-F-L]و[W-E-R]و [W-L] می باشند.

در فصل چهارم نیز جواب دقیق بعضی از مسائل را با جواب بدست آمده از روش های عـددی ذکـر شـده، مقایسه می کنیم و نشان می دهیم که این روشهای عددی، دارای دقت زیادی می باشند.

مرجع مطالب فوق [W-L] و [W-E-R] می باشند.

مقاله ای که در این پایان نامه به توضیح آن می پردازیم به شرح زیر می باشد.

R.E.Ewing, J.Liu, H.Wang, Adaptive biorthogonal spline schemes for advection – reaction equations, Journal of Computational Physics 193 (2003) 21-39, 2003.

فصل صفر

مفاهیم مقدماتی

در فصل صفر در دو بخش پاره ای از مفاهیم و تعاریف مقدماتی کـه در فصـلهای آینـده کـاربرد دارنـد را بررسی و بیان می کنیم. در بخش اول از این فصل به معرفی فضای هیلبـرت و تعـاریف مـورد نیـاز در ایـن فضـا می پردازیم و فضای $L^2(R)$ که مطالب فصل دوم در مورد این فضا است را معرفی می کنیم. در بخش دوم از فصل صفر، برخی از روشهای عددی برای حل معادلات از جمله روش الحاقی موضعی و روش الحـاقی موضـعی اویلـر – لاگرانژ را معرفی می نماییم، همچنین روش های حل معادله ی دیفرانسیل با مشتقات جزئی رانگ – کوتا نـوع اول ونوع دوم و روش اویلری را نیز به طور اختصار، یادآوری می کنیم.

(۰-۱) تعاریف

(۰-۱-۱) تعریف

فرض می کنیم K میدان اعداد حقیقی(یا مختلط) و X یک فضای برداری روی K باشد. تـابع $\langle .,. \rangle$ را یک ضرب داخلی روی X می نامیم هر گاه

برای هر x ، y و z از X و هر α و β از K شرایط زیر برقرار باشند

$$\langle .\,,\, . \rangle \; : \; X \times X \to K$$

$$1)\ \langle x,x \rangle \geq 0,\ \langle x,x \rangle = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$2)\ \langle \alpha x + \beta y\ ,\ z \rangle = \alpha \langle x,z \rangle + \beta \langle y,z \rangle$$

$$3)\ \langle x,y \rangle = \overline{\langle y,x \rangle}$$

فضای برداری X با این ضرب داخلی را یک فضای ضرب داخلی می نامیم.

(۰–۱–۲) تعریف

فرض می کنیم X یک فضای ضرب داخلی باشد. برای هر x متعلق به X، تعریف می کنیم

$$\|x\|^2 = \langle x,x \rangle$$

در این صورت، $\|.\|$ یک نرم بر فضای برداری X است که آن را نرم القایی حاصل از ضرب داخلی می نامیم.

(۰–۱ - ۳) تعریف

اگر X یک فضای ضرب داخلی و نسبت به نرم القایی حاصل از ضرب داخلی، یک فضـای نـرم دار کامـل (فضای باناخ)باشد، X را یک فضای هیلبرت می نامیم.

(۰ – ۱ – ۴) مثال

فضای تمامی توابع اندازه پذیر مانند f که در شرط $\int_R |f(x)|^2 \, d\mu(x) < \infty$ صدق می کنند را فضـای توابـع انتگرال پذیر مربعی می نامیم و با $L^2(R)$ نشان می دهیم.

فضای $L^2(R)$ همراه با ضرب داخلی

$$\langle f, g \rangle = \int_R f(x) \, \overline{g(x)} \, d\mu(x)$$

یک فضای هیلبرت می باشد .

(۰ – ۱ – ۵) تعریف

فرض می کنیم X یک فضای ضرب داخلی باشد. زیر مجموعه ای مانند A از X را یک پایه متعامد بـرای X می نامیم هرگاه A پایه ای برای X باشد و برای هر x و y متمایز متعلق به A

$$\langle x, y \rangle = 0$$

اگر A پایـه ی متعامـد بـرای X باشـد و بـرای هـر x متعلـق بـه A ، $\|x\| = 1$، آنگـاه A را پایـه ی متعامدیکه (ONB) برای X می نامیم.

(۰ – ۱ – ۶) مثال

فرض کنیم F یک زیر مجموعه از اعداد مختلط باشد. برای هـر مجموعــه ی دلخــواه I، فضــای $\ell^2(I)$ مجموعه ی تمامی توابع $x : I \to F$ اسـت کـه فقـط بـرای تعـداد شـمارش پـذیری i در I ، $x(i) \neq 0$ و $\sum_{i \in I} |x(i)|^2 < \infty$. اگر برای هر y, x در $\ell^2(I)$ ضرب داخلی را با $\langle x, y \rangle = \sum_{i \in I} x(i)\overline{y(i)}$ تعریف کنیم، آن گـاه $\ell^2(I)$ با این ضرب داخلی یک فضای هیلبرت است.

بنابراین $\ell^2(Z)$ ، فضای همه ی دنباله های اسکالر $\{ a_n \}$ در اعداد مختلط می باشد که

$$\|\{ a_n \}\|_{\ell^2} = \left(\sum_{n \in Z} |a_n|^2 \right)^{1/2} < \infty$$

(۰–۱–۷) تعریف

فضای همه ی دنباله های اسکالر $\{ a_n \}$ از اعداد مختلط که

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \langle \infty$$

را فضای l^1 می گوییم.

(۰–۱–۸) تعریف

فرض می کنیم H یک فضای هیلبرت باشد . دنباله ای مانند $\{ f_n \}_{n\in Z}$ را یک پایه ریس برای H می نامیم هرگاه

(۱) $H = \left(Span\{f_n : n \in z\}\right)^{-}$

(۲) ثابت های مثبت A و B وجود داشته باشند به طوری که برای هر دنباله ی $\{a_n\}_{n\in z}$ متعلق به $\ell^2(Z)$

$$A\sum_{n\in z}|a_n|^2 \leq \left\|\sum_{n\in z} a_n f_n\right\|^2 \leq B\sum_{n\in z}|a_n|^2$$

(۰–۱–۹) مثال

هر پایه ی متعامد یکه برای فضای هیلبرت H، یک پایه ی ریس برای H است که در آن $A = B = 1$.

(۰–۱–۱۰) تعریف

فرض می کنیم $\{ f_n \}_{n\in Z}$ یک خانواده از اعضای فضای هیلبرت H باشد. اگر ثابت های A و B وجود داشته باشند به طوری که برای هر f متعلق به H رابطه ی

$$A\|f\|^2 \leq \sum_{n\in Z}|\langle f, f_n\rangle|^2 \leq B\|f\|^2$$

برقرار باشد آنگاه خانواده ی $\{ f_n \}_{n\in Z}$ را یک قاب برای H می نامیم.

(۰ – ۱ – ۱۱) تعریف

فرض می کنیم $\{ f_n \}_{n\in Z}$ یک قاب برای فضای هیلبرت H باشد. اگر با حذف یک عضو این خانواده، دیگر قاب نباشد آن گاه خانواده ی $\{ f_n \}_{n\in Z}$ را یک قاب دقیق برای H می نامیم .

(۰ – ۱ – ۱۲) مثال

مجموعه ی $A = \{ e_1 , e_2 ,\dots, e_n \}$ در فضای C^n ، یک قاب دقیق برای C^n می باشد.

(۰ – ۱ – ۱۳) تعریف

فرض می کنیم (X,d) یک فضای متریک باشد. اگر X دارای زیر مجموعه چگال و شمارش پذیر باشد می گوییم (X,d) یک فضای متریک تفکیک پذیر (جدایی پذیر) است.

(۰ – ۱ – ۱۴) قضیه [You]

دنباله ی $\{ f_n \}_{n\in Z}$ در فضای هیلبرت جدائی پذیر H یک پایه ریس می باشد اگر و تنها اگر یک قاب دقیق برای فضای هیلبرت H باشد.

(۰ – ۱ – ۱۵) تعریف

فرض می کنیم X یک فضای برداری باشد . عملگر خطی مانند $P : X \to X$ را عملگر تصویر می گوئیم هرگاه برای هر u متعلق به برد عملگر P داشته باشیم $Pu = u$.

ملاحظه می شود که P یک عملگر تصویر است اگر و تنها اگر $P^2 = P$.

(۰ – ۱ – ۱۶) مثال

عملگر همانی I، روی هر فضای برداری X ، یک عملگر تصویر است.

(۰ – ۱ – ۱۷) تعریف

فرض می کنیم X یک فضای ضرب داخلی باشد. یک عملگر تصویر مانند $P: X \to X$ را عملگر تصویر متعامد می گوئیم اگر $R(P) \perp N(P)$ یعنی به ازای هر u متعلق به $R(P)$ و به ازای هر v متعلق به $N(P)$ داشته باشیم $\langle u, v \rangle = 0$.

در این تعریف، $R(P)$ برد عملگر P و $N(P)$ فضای پوچ عملگر P می باشد.

(۰ – ۱ – ۱۸) تعریف

فرض می کنیم X یک فضای ضرب داخلی و M یک زیر فضا از X باشد. مکمل متعامد M را که با علامت $M^{\perp}$ نشان می دهیم عبارتست از مجموعه ی همه ی عناصر X که بر هر عنصر M،عمود هستند یعنی

$$M^{\perp} = \{x \in X \mid \langle x, m \rangle = 0 \quad , \forall m \in M \}$$

(۰ – ۱ – ۱۹) تعریف

فرض می کنیم a و bدو عدد حقیقی بوده و $0 < b$ باشد . T_a و D_b، عملگرهای انتقال و اتساع، روی $L^2(R)$را چنین تعریف می کنیم

$$T_a : L^2(R) \to L^2(R)$$

$$(T_a F)(x) = F(x-a)$$

$$D_b : L^2(R) \to L^2(R)$$

$$(D_b F)(x) = \sqrt{b} F(bx)$$

(۰ – ۱ – ۲۰) تعریف

فرض می کنیم X یک فضای ضرب داخلی باشد . عملگر یک به یک و پوشا مانند U بقسمی که برای هر f و g متعلق به X ، رابطه ی

$$\langle Uf, Ug \rangle = \langle f, g \rangle \qquad (1)$$

برقرار باشد را عملگر یکانی می گوئیم .

(۰–۱–۲۱) قضیه

عملگرهای انتقال و اتساع تعریف شده روی فضای $L^2(R)$، عملگر یکانی هستند.

(۰–۱–۲۲) تعریف

فرض می کنیم f و g دو تابع حقیقی انتگرال پذیر باشند. پیچش دو تابع f و g را با $f*g$ نمایش داده و به صورت زیر تعریف می کنیم

$$(f*g)(x)=\int_R f(x-y)g(y)dy$$

(۰–۱–۲۳) تعریف

فرض می کنیم f تابعی حقیقی مقدار روی فضای متریک X باشد. محمل f را با $Suppf$ نشان داده و به صورت زیر تعریف می کنیم

$$Suppf=\left(\{\ x\in X\ |f(x)\neq 0\ \}\right)^{-}$$

(۰–۱–۲۴) قضیه [Dou]

اگر M یک زیر فضای بسته از فضای هیلبرت H و f عضوی از H باشد آن گاه برداری های منحصر بفرد مانند g در M و h در $M^{\perp}$ وجود دارند بقسمی که $f=g+h$.

(۰–۱–۲۵) قضیه [Dou]

هر فضای هیلبرت غیر صفر دارای پایه ی متعامدیکه می باشد.

(۰–۱–۲۶) تعریف

فرض می کنیم f تابعی متعلق به $L^2(R)$ باشد. می گوییم n–امین گشتاور f برابر صفر است هرگاه

$$\int_R x^n f(x)dx=0 \qquad n\in N$$

همچنین می گوییم F دارای P گشتاور صفر است هر گاه

$$\int_R x^k f(x)dx = 0 \qquad \circ \le K < P$$

مراجع مطالب فوق [عسک] و [Nai] می باشند.

(۰-۲) روش های عددی برای حل معادلات

در بخش دوم از فصل صفر به یادآوری بعضی از روشهای عددی حل معادله ی دیفرانسیل معمولی مرتبه ی اول می پردازیم.

در درس معادلات دیفرانسیل دقت زیادی صرف خواص معادلات دیفرانسیل و فنون تحلیلی برای حل آنها می شود. متأسفانه بسیاری از معادلات دیفرانسیل (از جمله، تقریباً تمام معادلات دیفرانسیل غیر خطی) که در جهان واقعی با آن رو به رو می شویم جواب تحلیلی ندارند.

به اختصار بعضی از روشهای حل یک معادله ی دیفرانسیل معمولی مرتبه ی اول

$$y' = F(x,y) \qquad (1)$$

با مقدار اولیه ی مفروض $y(x_0) = y_0$ را معرفی می نماییم .

حل عددی مشتمل است بر برآورد مقادیر $y(x)$ در نقاط (معمولاً متساوی الفاصله) $x_N,\dots,x_2,x_1$.

(۰ – ۲ – ۱) روش سری تیلر

یک فن برای حل مسئله (۱) برآورد مقدار $y(x_1)$ به وسیله سری تیلر از مرتبه ی P می باشد یعنی

$$y(x_1) \approx y(x_0) + (x_1 - x_0)y'(x_0) + \dots + \frac{(x_1 - x_0)^P}{P!} y^{(P)}(x_0)$$

یک راه اجتناب از مشتق گیری از $F(x,y)$ این است که $P = 1$ را ثابت نگه داریم و

$$y_{n+1} = y_n + (x_{n+1} - x_n)F(x_n, y_n) \qquad n = 0,1,2,\dots,N-1$$

را محاسبه کنیم این طریقه به نام روش اویلری معروف است . اما خطای برشی بزرگ و نتایج نادقیق خواهند بود مگر آنکه فاصله بین x_i ها بسیار کوچک باشند .

(۰ – ۲ – ۲) روشهای رانگ – کوتا

یک راه معمولی اجتناب از مشتق گیری از $F(x,y)$، بدون از دست دادن دقت، مشتمل است بر برآورد $y(x_{n+1})$ از y_n و از یک میانگین وزن دار از مقادیر $F(x,y)$، به شرطی که این وزن ها چنان انتخاب شوند که خطای برشی حاصل با خطای برشی سری تیلر از مرتبه ی P قابل مقایسه باشد . دو روش ساده از روشهای رانگ – کوتا را ذکر می کنیم .

روش اول دارای دقتی هم مرتبه با دقت سری تیلر به ازای $P=2$ است و معمولاً به صورت سه مرحله ای زیر نوشته می شود.

$$K_1 = h_n\ F(x_n, y_n)$$

$$K_2 = h_n\ F(x_n + h_n\ ,\ y_n + K_1)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2}(K_1 + K_2)$$

که $h_n = x_{n+1} - x_n$، طول گام نامیده می شود.

روش دوم دارای دقتی هم مرتبه با دقت سری تیلر به ازای $P=4$ می باشد و به صورت پنج مرحله ای زیر نوشته می شود.

$$K_1 = h_n\ F(x_n, y_n)$$

$$K_2 = h_n\ F\left(x_n + \frac{1}{2}h_n\ ,\ y_n + \frac{1}{2}K_1\right)$$

$$K_3 = h_n\ F\left(x_n + \frac{1}{2}h_n\ ,\ y_n + \frac{1}{2}K_2\right)$$

$$K_4 = h_n\ F(x_n + h_n\ ,\ y_n + K_3)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)$$

که $h_n = x_{n+1} - x_n$، طول گام نامیده می شود.

روشهای سری تیلر و رانگ – کوتا در رده ی روشهای تک گامی قرار می گیرند، زیــرا تنهــا مقــدار جــواب تقریبی در ساختن y_{n+1} توسط y_n، یعنی گام قبلی، است.

مرجع مطالب فوق [هوس – جوی – ترنر] می باشد.

(۰ – ۲ – ۳) روش های اویلری

در روش های اویلری متغیر زمان را افراز می کنیم. افراز باید به گونه ای باشد که گامهای زمانی افراز کوتـاه باشند چون خطای برشی در این روش ها با طول بازه های زمانی رابطه مستقیم دارد.

(۰ – ۲ – ۴) روش های مشخصه (لاگرانژین)

در روش های مشخصه انتقال سیال در سیستم مختصاتی لاگرانژ در امتــداد شــتاب ســیال مــورد بحــث و بررسی قرار می گیرد.

روش های مشخصه در مورد بقای جرم و بسیاری از مسائل بــا شــرایط مــرزی، بــا کاســتی هــایی مواجــه می شوند.

(۰ – ۲ – ۵) روش الحاقی موضعی اویلر – لاگرانژ (ELLAM)

این روش توسط چلیا، راسل و هررا برای حل معادلات یک بعدی با ضرائب ثابت انتشار- انتقال بــه وســیله جاری شدن، ارائه گردید.

این روش یک فرآیند کلی برای حل چنین معادلاتی و هم چنین چارچوبی را برای بقــای جــرم و بحــث در مورد شرایط مرزی ایجاد می کند که یکی از برتری های این روش نسبت بــه روش هــای مشخصــه (لاگرانــژین) می باشد.

در روش ELLAM از نوسانات و پراکندگی عددی و توجیهات در هم و آشفته برای مسائل اثــری نیســت که این امر یکی دیگر از مزایای این روش نسبت به روش مشخصه می باشد.

بحث در مورد ELLAM بر پایه بحث در مورد روش الحاقی موضعی (LAM) می باشد. در اینجــا روش LAM را به اختصار توضیح می دهیم.