دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده مهندسی عمران

تحلیل پایداری صفحات مستطیلی همراه با تقویت‌کننده میانی با استفاده از روش گالرکین

پایان‌نامه کارشناسی ارشد عمران- سازه

عرفان جابرزاده

استاد راهنما
دکتر مجتبی ازهری

۱۳۸۶

کلیه حقوق مترتب بر نتایج مطالعات،
ابتکارات و نوآوریهای ناشی از تحقیق موضوع
این پایان‌نامه متعلق به دانشگاه صنعتی
اصفهان است.

با سپاس از خالق هستی بخش.

از جناب آقای **دکتر مجتبی ازهری** که در انجام این پایان نامه مشوق و راهنمای من بودند کمال تشکر و قدردانی را دارم.

از آقای **دکتر محمدمهدی سعادتپور** که به عنوان استاد مشاور مرا از راهنمایی های خود بهره مند ساختند کمال تشکر را دارم.

از آقای **دکتر بیژن برومند** که با نکته‌سنجی و دقت‌نظر فراوان این پایان‌نامه را مطالعه و نکات سودمندی را به من گوشزد کردند، سپاسگزاری و تشکر می‌کنم.

از آقای **دکتر حمید محرمی** از دانشگاه تربیت مدرس، که به عنوان استاد داور در رفع اشکالات این پایان‌نامه مرا یاری کردند، قدردانی می‌نمایم.

این هدیه خرد و اندیشه را به
مادر و پدر عزیزم تقدیم می‌کنم.
عرفان جابرزاده

چکیده

هدف اصلی این تحقیق بررسی کمانش موضعی صفحات مستطیلی همراه با تقویت‌کننده میانی در حالت الاستیک و غیرالاستیک می باشد. برای بررسی این مسأله از روش گالرکین اسفاده می شود که روشی بسیار قدرتمند در حل معادلات دیفرانسیل است و به طور مستقیم از خود معادله دیفرانسیل در روند حل مسأله استفاده می نماید. در این صفحات وجود تقویت کننده میانی به عنوان شرایط مرزی داخل صفحه در نظر گرفته شده و به صورت یک فنر پیچشی با سختی معین مدل می گردد. در راستای طولی ورق از توابع مثلثاتی مناسب برای مدل‌سازی رفتار ورق استفاده می‌شود. در راستای دیگر ورق از توابع چند جمله‌ای برای ارضاء شرایط مرزی ورق در لبه‌ها و شرایط مرزی در میانه ورق که در اثر وجود تقویت‌کننده اعمال می‌شود، استفاده می‌گردد. بارگذاری ورق در حالت الاستیک به صورت خطی و غیر یکنواخت با شیب معین در نظر گرفته می شود. حل مسأله در نهایت منجر به حل یک مسأله مقادیر ویژه می گردد. تحلیل مسأله برای ورق‌های با ضخامت ثابت ومتغیر در راستای عرضی ورق و برای صفحات تحت تنش برشی در حالت الاستیک و برای ورق تحت تنش فشاری یکنواخت در حالت غیرالاستیک انجام می‌شود. نتایج حل مسأله برای شرایط مختلف تکیه گاهی ورق و بسته به سختی پیچشی تقویت کننده میانی، به صورت نمودارهایی که تغییرات ضریب کمانش ورق در برابر نسبت طول به عرض آن را نشان می دهند، ارائه شده است. حل مسأله برای طراحی و بررسی کمانش موضعی ورق‌های با تقویت‌کننده میانی و بال تیر I شکل کاربرد دارد.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فهرست مطالب.....هشت

چکیده.....۱

فصل اول: مقدمه و تاریخچه کمانش

۱-۱- مقدمه.....۲

۱-۲- تاریخچه.....۷

۱-۳-کمانش ورق با تقویت کننده و بارهای متغیر داخل صفحه.....۱۰

۱-۴- تاریخچه کمانش غیرالاستیک.....۱۲

۱-۵- اهداف تحقیق.....۱۳

۱-۶-کلیات پایان نامه.....۱۴

فصل دوم: معادلات حاکم بر رفتار صفحات

۲-۱- مقدمه.....۱۵

۲-۲- تئوری تغییرشکل جزئی صفحات نازک.....۱۶

۲-۳- معادلات دیفرانسیل حاکم بر کمانش صفحات.....۱۷

۲-۳-۱- تعادل نیروهای واقع در صفحه.....۱۸

۲-۳-۲- تعادل لنگرهای خمشی، لنگرهای پیچشی و نیروهای برشی.....۱۹

۲-۳-۳- روابط نیرو-تنش.....۲۱

۲-۳-۴- روابط تنش-کرنش.....۲۲

۲-۳-۵- روابط کرنش-تغییر مکان.....۲۲

۲-۳-۶- روابط تنش-تغییر مکان.....۲۴

۲-۳-۷- معادله نیرو-تغییرمکان.....۲۴

۲-۳-۸- معادله دیفرانسیل کمانش صفحه.....۲۵

۲-۴- بررسی شرایط مرزی حاکم بر حل معادله دیفرانسیل.....۲۶

فصل سوم: مفهوم کمانش و روش های تحلیل آن

۳-۱- مقدمه.....۲۹

۳-۲- روش‌های تحلیلی برای ازریابی بار بحرانی.....۳۰

۳-۳- روش‌های تقریبی محاسبه بار کمانش صفحات.....۳۵

۳-۳-۱- روش‌های انرژی.....۳۵

۳-۳-۲ روش‌های وزنی.....۳۹

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل چهارم: تشریح مسأله و استخراج نتایج در حالت الاستیک

۴-۱- مقدمه ۴۲

۴-۲- هندسه مسأله ۴۳

۴-۳- فرمول بندی مسأله ۴۳

۴-۴- سنجش کارآیی روش در مورد ورق‌های معمولی ۴۸

۴-۵- تحلیل پایداری ورق با تقویت کننده میانی ۵۱

۴-۵-۱- تحلیل پایداری ورق با تکیه گاههای طولی آزاد ۵۱

۴-۵-۲- تحلیل پایداری ورق با تکیه‌گاههای طولی مفصلی ۵۷

۴-۵-۳- تحلیل پایداری ورق با تکیه‌گاههای طولی گیردار ۶۰

۴-۵-۴- تحلیل مسأله برای حالت ضخامت متغیر ۶۲

۴-۶ تحلیل پایداری صفحات تحت برش ۶۹

فصل پنجم: توسعه مسأله به حالت غیرالاستیک

۵-۱- مقدمه ۷۲

۵-۲- تحلیل مسأله بر اساس روش تئوری استاول ۷۳

۵-۲-۱- تعیین معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار ورق ۷۳

۵-۲-۲- تحلیل مسأله بر اساس روش گالرکین ۷۶

۵-۳- تحلیل مسأله بر اساس روش تئوری بیجلارد ۸۰

۵-۳-۱- تعیین معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار ورق ۸۰

۵-۳-۲ تحلیل مسأله بر اساس روش گالرکین ۸۱

فصل ششم: نتیجه گیری و پیشنهادات

۶-۱- مقدمه ۸۴

۶-۲- نتایج کلی تحلیل پایداری صفحات با تقویت کننده میانی ۸۵

۶-۳- پیشنهاداتی برای کارهای بعدی ۸۶

فهرست منابع و مراجع ۸۷

فصل اول
مقدمه و تاریخچه

۱-۱ مقدمه

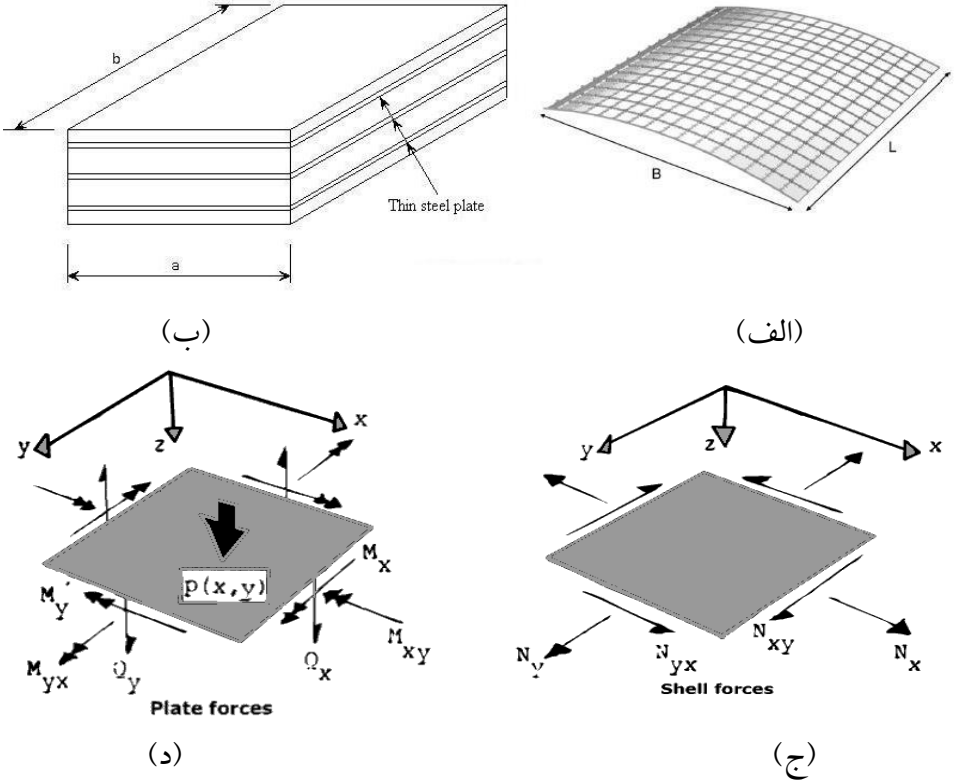
صفحات و پوسته ها سازه هایی هستند که شکل اولیه شان تخت یا خمیده بوده و ضخامت آنها بسیار کوچکتر از دو بعد دیگر آنها می باشد، صفحات و پوسته ها از اجزای جدا نشدنی صنایع امروز محسوب می شوند. در این میان ورق های نازک یا همان صفحات با اشکال گوناگون در صنایع ساختمانی، ماشین سازی، هواپیماسازی و غیره به کار می روند. با توجه به کاربرد وسیع صفحات، بررسی رفتار آنها تحت شرایط مختلف بارگذاری همراه با شرایط مختلف مرزی و تکیه گاهی همواره مورد توجه اکثر مهندسین سازه قرار گرفته تا بتوان از حداکثر ظرفیت باربری آنها استفاده کرد.

مهمترین مثال هایی که می توان از صفحات و کاربرد آنها ذکر کرد عبارتند از: پانل های جانبی و سقف ساختمان ها، دیسک های توربین، دریچه سوراخ آدم روها، دیواره ها و کف مخازن ذخیره[۱].

به طور کلی صفحات را می توان به سه دسته تقسیم کرد: صفحات ضخیم[1]، صفحات نازک [2]و غشاء ها[3]. بر طبق ملاکی که اغلب به منظور محاسبات فنی در تعریف یک ورق نازک استفاده می شود، نسبت دهانه کوچک‌تر ورق نسبت به ضخامت آن باید بزرگ‌تر از ۲۰ باشد[۱]. در صفحات نازک تغییر شکل های برشی

[1] Thick plates
[2] Thin plates
[3] Shells

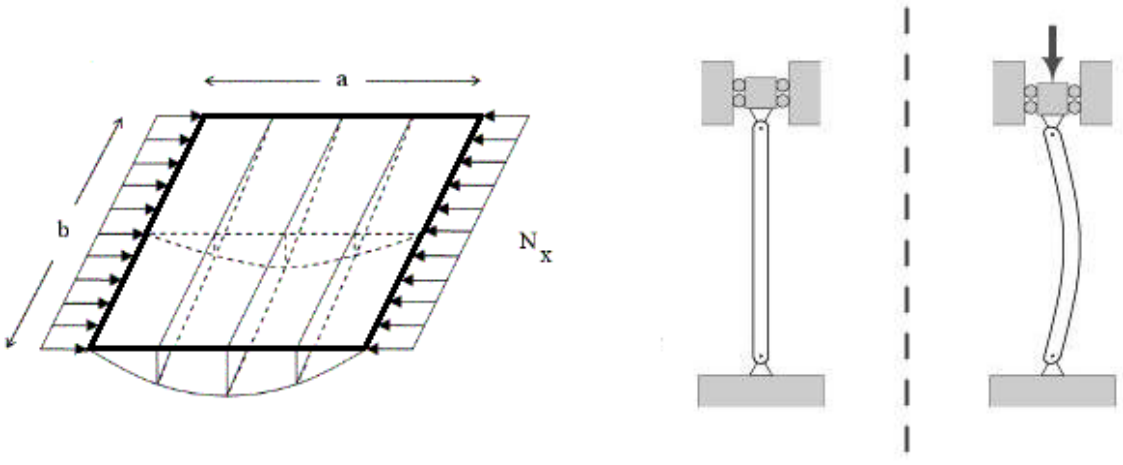
از تغییر شکل های خمشی بسیار کوچک‌تر است و باتوجه به دقت مورد نیاز در در تحلیل می‌توان از آنها (تغییر شکل برشی) صرف نظر کرد. در صفحات ضخیم تغییر شکل‌های برشی از نظر اندازه قابل مقایسه با تغییر شکل‌های خمشی بوده و باید در نظر گرفته شود. غشاء نیز صفحه ای با ضخامت نازک است به طوری که مقاومت خمشی آن به سمت صفر میل می‌کند و بار جانبی عمدتاً به صورت غشایی (نیرو های داخل صفحه) تحمل می‌گردد. شکل های زیر انواع صفحات و نیرو های داخلی آنها نشان می‌دهند[۲].



شکل ۱-۱: (الف) شکل یک غشاء، (ب) شکل یک ورق ضخیم غیر ایزوتروپ که از روی هم قرار دادن صفحات نازک و مواد چسبنده تشکیل شده است، (ج) نیروهای داخلی وارد بر المان پوسته و (د) نیروهای داخلی وارد بر المان ورق

یکی از مهمترین مباحث مورد توجه در مورد صفحات، مسأله پایداری آنها می باشد. صفحات همانند ستون ها تحت بارهای فشاری دچار پدیده کمانش می‌شوند. در مورد ستون‌ها به عنوان یک عضو فشاری، تا زمانی که بار آنها نسبتاً کم است افزایش بار فقط به کاهش طول محوری عضو منجر می شود ولی هنگامی که بار به مقدار معینی (بار بحرانی) برسد، عضو ناگهان کمانه می‌کند. ناپایداری یا کمانش، وضعیتی است که در آن یک عضو تحت فشار، مقاومتش را در برابر بار رو به افزایش از دست می‌دهد. این ناپایداری با کاهش ظرفیت باربری عضو و نیز افزایش تغییر شکل‌های آن (تغییر شکل مستقیم به حالت خمیده) همراه است.

کمانش صفحات از دو جهت با کمانش ستون‌ها متفاوت است، از دیدگاه ریاضی تفاوت اصلی بین صفحه و ستون این است که کمیاتی نظیر تغییر شکل جانبی و لنگر خمشی در ستون ها تابع یک متغیر مستقل هستند لیکن در صفحات تابعی از دو متغیر مستقل می باشند، در نتیجه رفتار یک صفحه به وسیلهٔ معادلات دیفرانسیل پاره ای مشخص شده در حالی که برای بررسی رفتار یک ستون معادلهٔ دیفرانسیل معمولی کافی می باشد. تفاوت عمده دیگر در کمانش ستون و صفحه در این است که کمانش ستون توانایی آن را برای تحمل بار اضافی خاتمه می دهد و در حقیقت بار بحرانی ستون بیشترین باری است که ستون می تواند آن را تحمل کند، اما در مورد صفحات این موضوع صادق نیست و صفحات قادرند که بار فشاری بیش از بار بحرانی را تحمل کنند، مفهوم این نکته آن است که، باید ظرفیت تحمل بار یک صفحه را با در نظر گرفتن رفتار بعد از کمانش آن بررسی کرد. در این مورد باید به این نکته توجه کرد که برای به دست آوردن بار بحرانی صفحات از نظریهٔ تغییر شکل های کوچک استفاده می کنیم. فرض وقوع تغییر شکل های کوچک (خیز کوچک‌تر از ضخامت صفحه طبق تعریف کلاسیک آن) در لحظهٔ وقوع کمانش برای تعیین بار یا تنش بحرانی آنها می تواند منطقی باشد چه بنا به فرض، صفحات قبل از وقوع پدیدهٔ کمانش هنوز مسطح باقی می‌مانند و بر همین اساس معادلهٔ دیفرانسیل حاکم بر رفتار ورق استخراج می‌شود؛ اما اگر هدف تعیین مقاومت نهایی صفحات که بزرگ‌تر از تنش بحرانی آنها است، باشد دیگر فرض تغییر شکل‌های کوچک درست نیست و باید از نظریهٔ تغییر شکل‌های بزرگ ورق استفاده نمود، در تنش‌های بزرگ‌تر از تنش بحرانی ورق خیز آن معمولاً در اندازه ضخامت ورق بوده، و استفاده از نظریهٔ تغییر شکل های کوچک صفحات منطقی نخواهد بود[۲]. در شکل‌های زیر چگونگی کمانش یک ستون و صفحه نشان داده شده است.



شکل ۱-۲ : شکل (الف) کمانش ستون و (ب) کمانش ورق تحت بار محوری را نشان می‌دهد

نکته قابل توجه دیگر در مورد پیچیدگی تحلیل مسأله کمانش این است که: اعضاء کششی وقتی از کار می افتند که تنش در عضو به مقاومت حدی مصالح برسد. وقتی این مقاومت حدی مصالح مشخص باشد، تعیین ظرفیت باربری عضو امر نسبتاً ساده ای خواهد بود. اما کمانش در نتیجه رسیدن تنش های وارده به یک مقاومت معین و قابل پیش بینی مصالح اتفاق نمی‌افتد، بلکه تنشی که در آن کمانش اتفاق می‌افتد به عوامل متنوعی چون ابعاد عضو، نوع تکیه‌گاه‌ها و خواص مصالح عضو بستگی دارد. بنابراین می توان گفت، تنش ناشی از کمانش یک مسألهٔ نسبتاً پیچیده است.

انواع مودهای کمانش اعضای فشاری به چند دسته تقسیم بندی می شود[۳]:

۱ -کمانش موضعی [1]

۲ -کمانش تغییر شکلی [2]

۳ -کمانش جانبی [3]

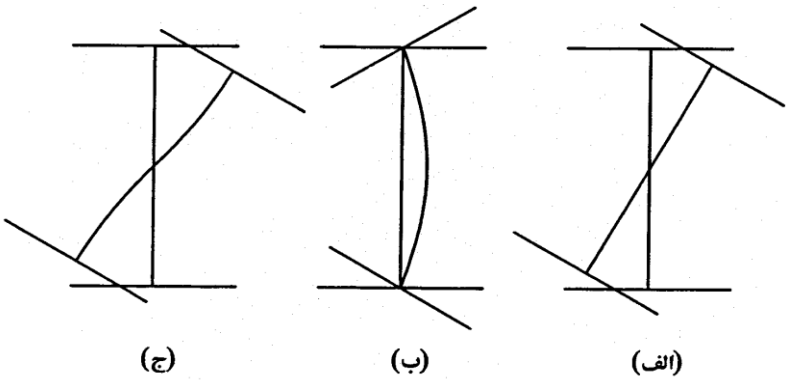
در کمانش موضعی، خطوط اتصال بین قطعات ورق ها، بعد از کمانش کاملاً مستقیم باقی می‌مانند، در حالی که خود قطعات ورق کمانش کرده، تغییر شکل می‌دهند. در کمانش جانبی، خطوط اتصال بین قطعات ورق ها مستقیم باقی نمی‌مانند، بلکه تغییر شکل جانبی می دهند، اما مقطع مورد نظر هیچ گونه تغییر شکلی نداده و فقط به صورت صلب تغییر مکان خواهد داد. در واقع کمانش جانبی هنگامی اتفاق می افتد که یک عضو سازه ای بدون مهار جانبی کافی، حول محور قوی تر تحت خمش قرار گیرد در این حالت عضو در خارج از صفحه بارگذاری به دلیل تغییر مکان جانبی و پیچشی و بدون تغییر شکل مقطع عرضی، کمانش می‌کند. کمانش تغییر شکلی یک نوع کمانش مابین مودهای موضعی و جانبی است. یعنی در این نوع کمانش ضمن اینکه مقطع مورد نظر تغییر شکل می‌دهد، مقدار قابل ملاحظه‌ای نیز تغییر مکان جانبی خواهد داد[۳].

در همه مودهای کمانش، تغییرات جابه جایی صفحه در جهت طولی با فرض شرایط لبه ای مفصلی، به صورت سینوسی است. در مود کمانش موضعی نیم طول موج کمانش کوچک بوده، از مرتبه عرض قطعات ورق است. در مود کمانش جانبی نیم طول موج کمانش بزرگ بوده از مرتبه طول عضو مورد نظر می باشد. در مود کمانش تغییر شکلی نیز نیم طول موج مابین دو حالت قبل است. با توجه به رفتارهای مختلف مودهای کمانشی که در بالا توضیح داده شد، در می‌یابیم که در مود کمانش موضعی جابه جایی

[1] Local Buckling
[2] Distortional Buckling
[3] Lateral Buckling

غشایی تأثیر قابل ملاحظه ای بر تنش های کمانشی ندارد، بنابراین برای بررسی مود کمانش موضعی کافی است جابه جایی خارج از صفحه در نظر گرفته شود و برای بررسی مود کمانش جانبی نیز کافی است تنها جا به جایی های داخل صفحه منظور شود، در صورتی که برای بررسی مود کمانش تغییر شکلی هم تغییر شکل های داخل و خارج صفحه باید منظور گردد[۴].

نکته دیگر این است که در مقاطع فولادی که اعضای آن از ورق های نازک تشکیل شده است، ممکن است عضو دچار کمانش کلی نشده ولی اجزای تشکیل دهنده آنها که همان ورق های نازک اند دچار پدیدهٔ کمانش موضعی شوند، بنابراین بررسی کمانش موضعی از اهمیت خاصی برخوردار بوده و موضوع تحقیق این پایان نامه و بسیاری از کارهای تحقیقاتی دیگر می‌باشد[۵]. در شکل‌های زیر انواع مود های کمانش برای یک مقطع I شکل نشان داده شده است.



شکل ۱-۳ : شکل (الف) کمانش جانبی (ب) کمانش موضعی (ج)کمانش تغییر شکلی

از نظر رفتار مصالح تشکیل دهندهٔ ورق، می توان کمانش را به دو دسته کمانش الاستیک یا غیرالاستیک تقسیم بندی کرد، در کمانش الاستیک فرض بر آن است که مادهٔ تشکیل دهندهٔ ورق از قانون هوک پیروی می کند و تنش بحرانی ورق کمتر از تنش حد تسلیم ماده می باشد، اما در کمانش غیرالاستیک تنش بحرانی ورق از تنش تسلیم مواد تشکیل دهندهٔ ورق فراتر رفته و مدول الاستیسیته ماده بنا بر تنش موجود در ورق تغییر می نماید در این حالت مسالهٔ کمانش باید با به کار گیری معادلات حاکم بر رفتار ماده مورد نظر مورد بررسی قرار گیرد و از مدول الاستیسیته مناسب در ناحیه بعد از تسلیم استفاده شود. به علاوه بعضی از مواد مانند آلومینیوم ذاتاً دارای منحنی تنش-کرنش غیر خطی بوده و مدول الاستیسیتهٔ ثابتی ندارند.

در بررسی پایداری صفحات بیشتر از آنکه مایل باشیم خیز صفحه را به دست آوریم، در صدد یافتن بار بحرانی آن هستیم. پس از تعیین بار بحرانی صفحات می توان ضریب کمانش (که تابعی از مشخصات

هندسی و مقاومت مصالح و بار بحرانی صفحه است) را به دست آورد. با این ضرایب کمانش نمودارهایی برای صفحات با نسبت های طول به عرض مختلف و انواع شرایط لبه ای تنظیم نمود و در مسائل طراحی و عملی استفاده کرد.

۱-۲ تاریخچه

نخستین کسی که توانست مسألهٔ کمانش را تحلیل نماید، اولر بود. او در سال ۱۷۴۴ با استفاده از روش تعادل خنثی توانست تحلیل صحیحی از پایداری یک ستون ارائه نماید و مودهای کمانش و ضرائب کمانش تحت این مودها را استخراج نماید. به همین خاطر بار کمانشی ستون ها به بار اولر آنها معروف است[۲].

اولین تئوری اصلاحی برای کار اولر توسط کانسیدره و انگستر در سال ۱۸۸۹ مطرح شد، از آن پس تحقیقات زیادی برروی کمانش اعضای فشاری انجام گرفت.

بحث تئوری رفتار ورق ها دارای سابقهٔ زیادی می باشد. اولین بررسی های چشمگیر بر روی رفتار ورق ها در قرن ۱۸ میلادی صورت پذیرفت. پس از آن محققان بسیاری به حل حالت های مختلف خمش ورق ها پرداختند. نظریه های اصلی و شیوه های تحلیلی را ناویر، کیرشهف و لوی و شیوه‌های عددی را گالرکین و وال ارائه دادند[۱].

لاگرانژ در سال ۱۸۱۱ و ناویر در سال ۱۸۲۰ معادلهٔ خیز جانبی ورق تحت اثر بار گسترده عمود بر میان صفحه را به دست آوردند. ناویر درسال ۱۸۲۰ با استفاده از سری فوریه مضاعف راه حل خمش ورق مستطیلی روی تکیه گاه های ساده را ارائه نمود. اما راه حل ناویر چندان مناسب به نظر نمی‌رسید. چون برای حل معادله دیفرانسیل، سری مضاعف را به کار برد که به محاسبات عددی پیچیده و همگرایی کند منجر می‌شد. اما لوی شیوه بهتری را که همان استفاده از سری‌های فوریه منفرد بود، ابداع نمود. در حالت کلی، محاسبات عددی برای سری های منفرد ساده تر از سری های مضاعف است.

با حل شدن مسأله خمش صفحات، تحلیل و بررسی حالت‌های مختلف بارگذاری صفحات، بیشتر مورد توجه محققین قرار گرفت. یکی از این حالات بارگذاری که کاربرد عملی بیشتری نیز داشت حل مسأله کمانش یا بارگذاری داخل صفحه بود. معادلهٔ دیفرانسیل ورق تحت اثر بارهای جانبی و بارهای واقع در صفحه میانی توسط سنت و نانت در سال ۱۸۸۳ ارائه شد. متعاقباً برایان در سال ۱۸۹۱ با استفاده از سری‌های مضاعف فوریه، و استفاده از روش انرژی مسأله کمانش یک ورق مستطیلی روی تکیه گاههای مفصلی تحت اثر نیروی فشاری تک محوری را حل نمود که نخستین راه حل مسأله کمانش صفحات قلمداد می شود.

تیموشنکو در سال ۱۹۰۷ بر اساس روش برایان به حل کمانش ورق های مستطیلی با شرایط مرزی مختلف پرداخت. ریزنر در سال ۱۹۰۹ مستقل از تیموشنکو یک ورق مستطیلی تحت بار فشاری محوری با لبه های گیردار یا با یک لبهٔ گیر دار و یک لبهٔ آزاد را تحلیل نمود[۴].

بسیاری از اعضاء جدار نازک از قطعات ورق نازک تشکیل شده اند که با همدیگر، یک مقطع عرضی را ایجاد می کنند. در ابتدا جهت تحلیل کمانش موضعی این مقاطع، فرض بر این بود که این قطعات در طول مرزهای مشترکشان با یکدیگر مفصل شده اند، به نحوی که هرقطعه مانند یک ورق منفرد با لبه های مفصلی یا گیردار در مرزهای مشترک و لبه های آزاد در سایر لبه ها می باشد. سپس تنش بحرانی هر قطعه به طور جداگانه محاسبه شده و کمترین مقدار به عنوان تنش بحرانی کل مقطع محسوب می شود. اما صلبیت اتصال قطعات موجب می شد که همهٔ ورق ها به طور همزمان در تنشی بین کمترین و بیشترین مقدار تنش بحرانی ورق ها، کمانش کنند و به همین علت تحلیل محافظه کارانه بود.

اولین تحلیل معتبر بر روی کمانش موضعی مقاطع جدار نازک متعلق به لندکویست، استاول و اسکات در سال ۱۹۴۳ می باشد که از روش توزیع لنگر برای بررسی پایداری سازه های تشکیل یافته از چند قطعه ورق استفاده کردند.

تا آن زمان تمامی مسائل صفحات با روش‌های تحلیلی مورد بررسی قرار می‌گرفت. یعنی با استفاده از سری‌های فوریه جواب دقیق معادله دیفرانسیل ورق را به‌دست می‌آوردند. اما با بیشتر شدن کاربرد صفحات در صنعت، مسائل متنوعی در پایداری و خمش صفحات به وجود آمد، که می‌توان صفحات با بارگذاری و شرایط مرزی گوناگون نظیر لبه‌های آزاد، گیردار و یا لبه‌های بطور نسبی مقاوم در برابر دوران و یا صفحات با اشکال هندسی مختلف را نام برد.

محققین، در مواردی می‌توانستند جواب های دقیق معادله دیفرانسیل حاکم برمسأله را به دست آورند، لیکن مشکلات محاسباتی نظیر همگرایی کند سری‌ها و یا معادلات فوق‌العاده پیچیده باعث می‌شد که در حل مسائل صفحات، به جای روش های تحلیلی (حل بسته) از روش های تقریبی استفاده کنند. روش های تقریبی قابل ذکر عبارتند از: روش انرژی تیموشنکو [۵]، روش ریلی_ریتز[1] و روش گالرکین [۶]. دو روش اول مبتنی براصل بقای انرژی و قضیه ایستایی انرژی پتانسیل است و آنها را می‌توان در زمره روش های انرژی به شمار آورد. روش گالرکین روشی است که به طور کلی برای حل تقریبی معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم های پیوسته به کار برده می‌شود.

[1] Rayleigh- Ritz

با پیدایش و پیشرفت کامپیوتر ها، کلیه روش های عددی حل سازه که به صورت محض بحث می شد به ابزار اساسی تحلیل سازه ها تبدیل شده و منجر به تحول بنیادی در روش های تحلیل سازه ها از جمله حل پایداری ورق ها گشت. روش پر قدرت اجزاء محدود توسط بسیاری از محققین از جمله گالاکر و پادلوگ در سال ۱۹۶۳، والاس، مارتین، کاپر و هارتز در سال ۱۹۶۶ و گالاکر و پرزمینسکی در سال ۱۹۶۸ جهت تحلیل پایداری ورق ها به کار گرفته شد. به نحوی که تا اواخر دههٔ شصت میلادی روش های اجزاء محدود برای کمانش کاملاً فرموله شده بود. محققان بعدی روش‌های المان محدود برای آنالیز عددی کمانش ورق‌ها در واقع گالاگر [۷]، پرزمینیسکی [۸] و زینکویچ و همکارانش[۹] بوده‌اند.

از جمله مشکلات روش اجزاء محدود این بود که مستلزم صرف وقت و انرژی زیادی می باشد. این مسأله به خصوص برای تحلیل سه بعدی و مسائل پایداری صادق است. لذا احتیاج به روشی که ضمن کاهش محاسبات کامپیوتری، تا حدودی قابلیت های روش اجزاء محدود را دارا باشد، به خوبی احساس می شد. روش نوارهای محدود که یک روش تعدیل یافته روش اجزاء محدود می باشد، پاسخی به این نیاز بود.

در روش نوار محدود، سازه به نوار هایی تقسیم می شود که لبه های انتهایی این نوارها منطبق بر مرز سازه است. این روش برای سازه هایی قابل استفاده است که طول آنها لااقل در یک راستای مختصات ثابت باشد به نحوی که عرض نوار ها از یک انتها تا انتهای دیگر تغییر نکند. نوارها به وسیلهٔ خطوط گرهی که موازی با مرزهای طولی هستند در امتداد طول به یکدیگر متصل می شوند. در بعضی حالات نیز ممکن است از خط گره های داخلی برای رسیدن به یک نوار با مرتبهٔ بالاتر استفاده شود.

طی سی سال اخیر، بسیاری از محققین از روش نوار محدود برای بررسی کمانش موضعی ورق استفاده کرده اند. در این راستا از روش های مختلف نوار محدود استفاده شده است و برای حل هر مسأله به خصوص یکی از روش ها مناسب تر است. این روش ها عبارتند از:

۱ -روش نوار محدود معمولی[1]

۲ -روش نوار محدود مختلط[2] که خود شامل دو روش دقیق و نیمه تحلیلی است.

۳ -روش نوار محدود اسپیلاین[3]

برای اولین بار چونگ روش نوار محدود را برای تحلیل خمش صفحات مستطیلی ابداع نمود و مسأله خمش صفحات را توسط روش نوار محدود مستطیلی با تکیه‌گاه‌های ساده مورد بررسی قرار داد[۱۰].چونگ سپس روش خود را برای شرایط مرزی مختلف نیز توسعه داد[۱۱]. در روش نوار محدود

[1] Ordinary Finite Strip Method
[2] Complex Finite Strip Method
[3] Spline Finite Strip Method

معمولی به علت استفاده از توابع سینوسی در راستای طولی یک مسألهٔ دو بعدی تبدیل به یک مسألهٔ یک بعدی شده و حل سریعاً همگرا می گردد. البته فرض توابع سینوسی فقط برای شرایط مرزی مفصلی و یا برای ورق های طویل، که شرایط مرزی اهمیت خود را از دست می دهند، مناسب می باشد. و همچنین هر گاه ورق تحت نیروی برشی باشد این روش به علت اختلاف فاز بین مودها دیگر قابل استفاده نمی باشد.

پرزمینیسکی در سال ۱۹۷۳ از روش نوار محدود نیمه تحلیلی برای حل کمانش موضعی ورق تحت فشار دو محوری استفاده کرد[۱۲]. روش او در فرمول بندی نوار محدود همان روش تقریبی چونگ بود؛ که در آن جابه جایی نوار در حین کمانش در جهت طولی به صورت تغییرات سینوسی و در جهت عرضی به صورت یک چند جمله ای درجه ۳ فرض شده است. اما این روش برای کمانش موضعی ارتجاعی اعضاء جدار نازک مناسب است و برای کمانش جانبی و تغییر شکلی قابل استفاده نمی باشد. علت این امر فرض معمول کمانش موضعی است که همه خطوط اتصال بین اجزاء مسطح، بعد از کمانش نیز مستقیم باقی می مانند.

تحلیل هایی که قادر به مدل کردن مودهای کمانش موضعی، تغییر شکلی و جانبی اعضاء جدار نازک مسطح بر اساس یک روش نوار محدود دقیق توسط ویتریک، ویتریک و کرزن در سال ۱۹۶۸، ویلیامزو ویتریک در سال ۱۹۶۹ و یک روش نوار محدود نیمه تحلیلی در ادامه کار پرزمینیسکی، توسط پلانک و ویتریک در سال۱۹۷۴ [۱۳] و هنکوک در سال ۱۹۷۸[۱۴] توسعه یافت.

روش نوار محدود نیمه تحلیلی توسط برادفورد در سال ۱۹۹۰ [۱۵]، ازهری و برادفورد در سال های ۱۹۹۱ و ۱۹۹۴ برای تحلیل کمانش موضعی توسعه یافت[۱۶] و[۱۷].

روش نوار محدود اسپیلاین که به علت وجود گره های متفاوت در طول هر نوار به روش اجزاء محدود نزدیک تر است توسط فن و چونگ در سال ۱۹۸۲ در مهندسی سازه استفاده شد. این روش توانایی زیادی در مدل کردن سازه ها، اعمال شرایط مرزی مختلف و بارگذاری پیچیده دارد ولی به علت داشتن گره های طولی دارای درجات آزادی بیشتری خواهد بود.

۱-۳ کمانش ورق با تقویت‌کننده و بارهای متغیر داخل صفحه

به موازات توسعه روش های تحلیل کمانش موضعی ورق های متعارف، بررسی کمانش ورق های دارای شرایط خاص مانند کمانش ورق همراه با تقویت کننده نیز مورد توجه محققین قرار گرفته است.

تحقیقات زیادی در مورد کمانش ورق ها تحت بار جانبی متغیر، صورت گرفته است. این ورق‌ها معمولاً در لبه های بارگذاری شده دارای شرایط مفصلی و در دو لبهٔ دیگر دارای شرایط مرزی متفاوت می باشند.

اولین بررسی در این زمینه را می توان به لندکویست و استاول نسبت داد که در سال ۱۹۴۲ تنش بحرانی ورق تحت بار فشاری ثابت همراه با تکیه گاه پیچشی الاستیک در لبه های بارگذاری نشده را بررسی کردند[۱۸].

تیموشنکو در سال ۱۹۶۱ با استفاده از روش انرژی کمانش ورق مستطیلی تحت خمش داخل صفحه (بارگذاری متغیر در لبه ها)را تحلیل نمود[۱۹].

جانسون و نوئل در سال ۱۹۵۳ تحلیل کمانشی یک ورق مستطیلی تحت بار های خمشی داخل صفحه را با استفاده از روش انرژی انجام دادند. ورق مورد بررسی آنها دارای شرایط مفصلی در لبه‌های تحت کشش، بوده و در لبه‌های دیگر (لبه‌های تحت فشار) دارای یک تکیه گاه الاستیک بود که همانند یک فنر پیچشی عمل می کرد. آنها برای درون یابی رفتار ورق از تابع سینوسی در راستای طولی ورق و از سری فوریه سینوسی در راستای عرضی ورق استفاده کردند[۲۰].

با گسترش استفاده از مقاطع باز جدار نازک در اعضای فشاری سازه ها، مطالعات زیادی در زمینه بررسی مسألهٔ کمانش این گونه مقاطع جهت کمک به طراحی بهینهٔ آنها صورت گرفت، به طوری که والکر در سالهای ۱۹۶۶ و ۱۹۶۷ کمانش موضعی مقطع ناودانی را مورد تحلیل قرار داد. او ابتدا با استفاده از روش گالرکین مسأله کمانش را برای یک ورق مستطیلی تحت بارگذاری فشاری خطی در لبه های مفصلی ورق که در دو لبهٔ دیگر دارای تکیه گاه پیچشی با سختی معین بود تحلیل نموده و سپس با استفاده از جواب های حل مسأله، بار کمانشی کل مقطع ناودانی را به دست آورده و نتایج حاصل را به صورت نمودارهایی که تغییرات ضریب کمانش مقطع ناودانی را برحسب نسبت عرض بال به عرض جان آن نشان می‌دهند، ارائه نمود[۲۱] و [۲۲].

رودز و هاروی در سال ۱۹۷۱ تأثیرات بارهای فشاری غیر یکنواخت در کمانش اولیه و مقاومت بعد از کمانش صفحات را مورد بررسی قرار دادند. آنها برای تحلیل مسأله از روش ریلی–ریتز استفاده کردند[۲۳].

در سال ۱۹۸۶ لو و هانکوک کمانش ورق های مستطیلی تحت بارهای فشاری و خمش داخل صفحه را مورد بررسی قراردادند. لبه های بارگذاری صفحات مورد بررسی آنها دارای شرایط مرزی مختلف

بوده به همین خاطر آنها برای بررسی مسأله از روش نوارهای محدود اسپیلاین استفاده کرده اند تا بتوانند شرایط لبه ای غیر مفصلی را مدل کنند[۲۴].

برادفورد در سال ۱۹۸۹ کمانش صفحات تشکیل دهندهٔ جان تیر ورق هایی که تحت بار فشاری و خمش داخل صفحه می باشند را با روش نوار محدود تحلیل نمود، او معادلات خود را برای تقویت کننده های با سختی غیر خطی توسعه داده است[۲۵].

در سال ۱۹۹۲ کوهن با استفاده از روش تفاضل های محدود[1] کمانش موضعی ورق هایی که دارای بارهای فشاری متغیر داخل صفحه می باشند را تحلیل نمود، ورق مورد بررسی او دارای شرایط مفصلی در لبه های بارگذاری شده بود و دو لبه طولی ورق یکی به صورت آزاد و دیگری به صورت مفصلی در نظر گرفته شده است. او یک رابطهٔ تقریبی در این مورد ارائه داده است[۲۶].

بدایر و شربورن در سال ۱۹۹۵ رابطه ای برای ارزیابی ضریب کمانش ورق های با تقویت کننده در لبه‌های ورق ارائه داده و نتایج حاصل از تحلیل خود را با نتایج به دست آمده از روش گالرکین مقایسه نمودند، آنها همچنین حل مسأله را برای مقاومت بعد از کمانش ورق توسعه دادند[۲۷].

تمامی کارهایی که در بالا به آنها اشاره شد کمانش ورق‌هایی را بررسی کرده اند که دارای شرایط مرزی لبه ای می باشند. اما تحلیل کمانش ورق هایی که دارای تقویت کننده در وسط ورق هستند نیز از اهمیت خاصی برخوردار بوده و در طراحی بهینهٔ این گونه صفحات کمک به سزایی می کند. در حالتی که ورق مورد بررسی دارای بار فشاری غیر یکنواخت باشد شرایط تقارن برای حل مسأله وجود ندارد و در این حالت نمی توان تنها نیمی از ورق را تحلیل کرد، به همین خاطر تقویت کنندهٔ مورد نظر شرایط مرزی داخل صفحه به تحلیل مسأله اعمال می کند. چنین مسأله ای در سال ۲۰۰۵ توسط مدهاون و دیویدسون با استفاده از روش گالرکین مورد بررسی قرار گرفته است[۲۸].

۱-۴ تاریخچهٔ کمانش غیر الاستیک[2]

بررسی کمانش غیر الاستیک برای ورق های نسبتاً ضخیم که مقدار تنش بحرانی آنها از تنش تسلیم مواد تشکیل دهنده فراتر رفته یا در جایی که تنش های باقیمانده اثر قابل ملاحظه ای در بار بحرانی ورق دارند و یا موادی مانند آلومینیوم که دارای نمودار تنش-کرنش غیر خطی می باشند، از اهمیت خاصی برخوردار است.

---

[1] Finite Deference
[2] Inelastic Buckling

در حالت کمانش غیر ارتجاعی، به دلیل غیر خطی بودن رابطه تنش-کرنش مصالح تشکیل دهنده ورق، باید از قوانین تئوری پلاستیسیته استفاده کرد و تعیین بار کمانشی غیر الاستیک بستگی زیادی به تئوری در نظر گرفته شده در تحلیل مسأله دارد. دو تئوری معروف در این زمینه تئوری تغییر شکل[1] و تئوری جریان[2] می‌باشند.

در سال ۱۹۴۸ استاول[۲۹] و در سال ۱۹۴۹ بیجلارد[۳۰]، از تئوری تغییر شکل برای تعیین بار کمانش غیر الاستیک ورق ها استفاده کردند. هندلمن و پرگر در سال ۱۹۴۸ از تئوری جریان برای تحلیل مسأله استفاده کردند[۳۱]. در سال ۱۹۶۹ پیفکو و ایساکسون [۳۲] روش اجزاء محدود را برای تحلیل کمانش پلاستیک بسط دادند آنها از روابط رمبرگ و اسگود [3]برای تخمین تغییرات مدول الاستیسیته استفاده کردند. شیرواستاوا نیز در سال ۱۹۷۶ [۳۳] کمانش غیر الاستیک را، با در نظر گرفتن بارهای برشی بررسی کرد. نتایج تحقیق این محققین نشان داد که تئوری جریان، بارهای کمانشی را بیشتر از نتایج تجربی نشان می دهد، اما تئوری تغییر شکل نتایج نزدیک تر به نتایج آزمایشگاهی به دست می دهد.

در سال ۱۹۸۶ لو و هنکوک، کمانش غیر الاستیک تیرها، ستون ها و صفحات را با استفاده از روش نوارهای محدود اسپیلاین مورد بررسی قرار دادند[۳۴]. در سال ۱۹۹۳ ازهری و برادفورد از روش نوارهای محدود مختلط برای بررسی کمانش غیر الاستیک ورق ها همراه یا بدون تنش پس ماند استفاده کردند، ایشان آنالیز خود را بر پایه تئوری تغییر شکل و تئوری جریان با در نظر گرفتن اثرات بارهای برشی انجام دادند[۳۵].همچنین در سال ۱۹۹۵ برادفورد و ازهری با استفاده از توابع حبابی، روش نوارهای محدود مختلط نیمه تحلیلی را برای تحلیل کمانش غیر الاستیک موضعی ورق توسعه دادند و دقت و کارآیی این روش را با آنالیز کمانش غیر الاستیک ورق سخت شده در فشار و تیرهای با مقاطع I شکل در برش اثبات کردند[۳۶].

۱-۵ اهداف تحقیق

هدف از انجام این تحقیق بررسی کمانش موضعی ورق های مستطیلی با تقویت کننده میانی می باشد.در این تحقیق سعی شده تغییرات ضرایب کمانش موضعی ورق با توجه به سختی تقویت کننده میانی مورد ارزیابی قرار بگیرد. بارهای اعمالی به صفحات در اثر وجود توأم بارهای فشاری و خمش داخل صفحه بوده و اثرات حاصل از بارهای فشاری غیر یکنواخت در لبه های بارگذاری شده ورق مورد

[1] Deformation Theory
[2] Flow Theory
[3] Ramberg-Osgood

بررسی قرار گرفته است. همچنین تأثیر حاصل از وجود تقویت کننده در بار کمانشی ورق های با ضخامت متغیر مورد بررسی قرارگرفته است.

یکی دیگر از مسائل مورد بررسی در این پایان نامه بررسی کمانش غیرالاستیک ورق ها باتقویت کننده میانی می باشد.

۱-۶ کلیات پایان نامه

در فصل اول مفهوم کلی کمانش و تاریخچه آن و همچنین اهداف مورد نظر در این تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این قسمت با محتوای فصل‌های دیگر این تحقیق آشنا خواهید شد.

در فصل دوم این تحقیق روابط و معادلات دیفرانسیل کمانش صفحات و روابط و فرضیات حاکم بر رفتار آنها آورده شده است. این روابط از مباحث پایه ای در بررسی کمانش ورق ها می باشد، که در فصول ۴ و۵ برای تحلیل صفحات مستطیلی با تقویت کننده میانی دارای کاربرد زیاد می باشد.

فصل سوم این تحقیق به بررسی انواع روش‌های تحلیلی و روش های تقریبی در بررسی مسأله کمانش ورق ها اختصاص دارد. در این فصل همچنین انواع روش های وزنی در حل تقریبی معادلات دیفرانسیل و به طور ویژه روش گالرکین، که در این پایان نامه از آن استفاده شده است، تشریح خواهد شد.

بررسی پایداری صفحات با تقویت کننده میانی تحت بارهای غیر یکنواخت لبه ای در فصل چهار آورده شده است. این مسأله برای صفحات با شرایط تکیه گاهی مختلف و ضخامت ثابت و متغیر بررسی شده و نمودارهای برای این تحلیل ها ترسیم شده است.

در فصل پنجم این تحقیق حل مسأله برای حالت غیرالاستیک توسعه داده شده است.

فصل آخر (فصل ششم) نیز نتیجه‌گیری کلی و ارائه نظرات و پیشنهادات می‌باشد.