

الله اعلم  
الحق

١١٨٧١



دانشکده علوم

پایان نامه کارشناسی ارشد

عنوان:

ویژگیهای از منحنی لورنتس و ترتیبهای لورنتس بر اساس توزیعیهای درآمد و آماره های مرتب

استاد راهنما:

دکتر غلامرضا محتشمی برزادران

استاد مشاور:

دکتر یدالله واقعی

تهیه و تنظیم:

زهرا بهدانی

زمستان ۱۳۸۶

۱۰۷۵۲۱

۱۳۸۷ / ۹ / ۲۳

کتابخانه مرکزی  
دانشگاه تهران



تاریخ: .....  
 شماره: .....  
 پیوست: .....

صور تجلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تاییدات خداوند متعال جلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی کارشناسی ارشد خانم / آقای زهرا بهدانی  
 به شماره دانشجویی: ..... رشته: آمار گرایش: -- دانشکده: علوم دانشگاه بیرجند  
 تحت عنوان: .....

"ویژگیهایی از منحنی لورنتس و ترتیبهای لورنتس بر اساس توزیعیهای درآمد و آماره های مرتب"

به ارزش: ۶ واحد در ساعت: ۱۱ روز: چهارشنبه مورخ: ۸۶/۱۰/۲۶  
 با حضور اعضای محترم جلسه دفاع و نماینده تحصیلات تکمیلی به شرح ذیل تشکیل گردید:

امضاء	رتبه علمی	نام و نام خانوادگی	سمت
	دانشیار	دکتر غلامرضا محتشمی برزادران	استاد راهنما
	استادیار	دکتر یداله واقعی	استاد مشاور
	دانشیار	دکتر محسن محمدزاده درودی	داور اول
	استادیار	دکتر حمیدرضا نیلی ثانی	داور دوم
	استادیار	دکتر مجید رضایی	نماینده تحصیلات تکمیلی

نتیجه ارزیابی به شرح زیر مورد تایید قرار گرفت:

دکتر (د. صفی‌الله)

مردود

دفاع مجدد

(۱۹۱۷۱)

و امتیاز:

عالی

قبول (با درجه: عالی)

- ۱- عالی (۲۰-۱۸) ۲- بسیار خوب (۹۹/۱۷-۱۶) ۳- خوب (۹۹/۱۵-۱۴) ۴- قابل قبول (۹۹/۱۳-۱۲)

کلیه حقوق اعم از چاپ و تکثیر، نسخه برداری، اقتباس و... از پایان نامه  
کارشناسی ارشد یا رساله دکتری برای دانشگاه بیرجند محفوظ است .  
نقل مطالب با ذکر ماخذ بلامانع است .

خدایا!

یاری ام ده تا هر لحظه را بی تلاش و جهدی تباه نکنم.

و تا آنگاه که نفسی هست، از آموختن دست بردارم.

به دانشم میفزا مگر آنکه به معرفتم افزوده باشی.

تقدیم به:

پدر بزرگوارم

به پاس حمایتهایش

مادر مهربانم

به پاس دلسوزیهایش

همرهان خوب خاطرات کودکی، خواهر و برادرانم

به پاس محبتهایش

استاد راهنما و مشاور بزرگوارم

به پاس زحمتهایش

و همه کسانی که با اندیشه، گفتار یا کردار وطنم

را هنگام نیازمندی خدمت کرده و برای سرافرازی آن گام بر می دارند.

آنگاه که جان و جهان در سکوت نیستی و پوچی خزیده بود طنین نخستینی که در فضای عدم کائنات پیچید، سایش قلم بود بر لوح آفرینش خداوندی و دستان نقاش خالقی که پهنه هزار نقش خلقت را به تصویر می کشید اول آفریده را قلمی تراشید که بر آنچه می سرائید و می نوشت سوگند گفته بود که:

### « ن وَالْقَلَمِ وَمَا يَسْطُرُونَ »

تا مسلمین آئینش بدانند که تعلیم و تسلیم از تعبد است.

لازم میدانم به مصداق « مَنْ لَمْ يَشْكُرِ الْمَخْلُوقَ لَمْ يَشْكُرِ الْخَالِقَ » از استاد ارجمند جناب آقای دکتر محتشمی برزادران به خاطر راهنمایی ها و نظرات ارزنده شان همچنین تشویقها و حمایتهای بی دریغشان که نقش به سزایی در به سرانجام رسیدن این پایان نامه داشته است صمیمانه تقدیر و تشکر کنم.

از استاد بزرگوار جناب آقای دکتر واقعی که از رهنمودهای ارزنده شان در مراحل انجام این پژوهش بهره برده ام، سپاسگزاری می کنم.

همچنین از جناب آقای دکتر نیلی ثانی و جناب آقای دکتر محمدزاده که زحمت مطالعه و داوری این پایان نامه را تقبل نمودند سپاسگزارم.

از دیگر اساتید محترم گروه آمار دانشگاه بیرجند، دکتر رضایی و خصوصاً دکتر خنجری صادق که در طول تحصیل از محضرشان استفاده فراوان کردم، تشکر می کنم.

از تمامی دوستانم، کسانی که در این راه مشوق و حامی من بوده اند و کلیه کارمندان دانشگاه بیرجند به خاطر همکاری صمیمانه شان قدردانی می کنم.

## چکیده

توزیع عادلانه درآمد یکی از وظایف مهم دولتها به حساب می آید. مفهوم عادلانه توزیع درآمد این است که درصدهای تجمعی جمعیت جامعه تقریباً برابر درصدهای تجمعی درآمد جامعه باشند یعنی: برای مثال پنج درصد افراد یک جامعه تقریباً پنج درصد درآمد ملی جامعه را به خود اختصاص دهند. روشهای ممکن زیادی برای مقایسه متغیرهای تصادفی و یا توزیع های آنها با یکدیگر وجود دارد، یکی از مهمترین متغیرهای تصادفی که چگونگی تغییر آن و نیز توزیعی که می پذیرد از اهمیت ویژه ای برخوردار است درآمد و توزیع های درآمد است.

در این پایان نامه ابتدا مفاهیم مقدماتی چون ترتیبهای جزئی، آماره های مرتب، رکوردها و توابع وزنی معرفی و مشخصه هایی از آنها مورد توجه قرار گرفته است که در ادامه بحث لازم و مورد استفاده قرار می گیرند.

در فصل دوم به معرفی برخی از مهمترین توزیع های احتمال که به عنوان توزیع درآمد مورد استفاده قرار می گیرند پرداخته و همچنین برخی از ویژگیها و روابطی که بین این توزیع ها برقرار است را ذکر می کنیم.

در فصل سوم منحنی لورنتس را تعریف کرده و روشهای برآورد آن و نیز برخی از ویژگیهای آن را بیان می کنیم. ضریب جینی به عنوان مهمترین اندازه ناهمواری قابل تعریف بر اساس منحنی لورنتس و ویژگیهای آن نیز جزو بحثهای این فصل می باشد.

در فصل چهارم بحث ترتیبهای لورنتس، ارتباط ترتیب لورنتس با دیگر ترتیب های تصادفی و ترتیب های لورنتس برای برخی از خانواده توزیع درآمد گنجانده شده است.

فصل پنجم حاوی مطالبی در مورد ویژگیهای ترتیبهای لورنتس برای آماره های مرتب، رکوردها و توزیع های وزنی می باشد.

در فصل ششم و هفتم به ارائه کاربردهایی از منحنی لورنتس و ضریب جینی می پردازیم به این ترتیب که با توجه به داده های حاصل از آمارگیری از هزینه و درآمد خانوار شهری و روستایی سال ۱۳۸۴ کل کشور که تحت نظر مرکز آمار ایران انجام گرفته است نخست یک تحلیل توصیفی از توزیع درآمد افراد، در سطح کل کشور انجام می شود و سپس توزیع درآمد را به صورت پارامتری برآورد کرده و در نهایت منحنی لورنتس و ضریب جینی متناظر آن را برآورد می کنیم.

فصل هشتم شامل نتیجه گیری و ادامه تحقیق می باشد.

## نمادها

$A_\epsilon$	<i>Atkinson measure</i>	اندازه اتکینسون
$GE_\theta$	<i>Generalized entropy measures</i>	اندازه های آنتروپی تعمیم یافته
$MLE$	<i>Maximum likelihood estimation</i>	برآورد ماکزیمم درستمایی
$K_p(\cdot)$	<i>Bessel expansion</i>	بسط بسل
$B(\cdot)$	<i>Beta function</i>	تابع بتا
$\Phi$	<i>Standard Normal distribution function</i>	تابع توزیع نرمال استاندارد
$\Gamma(\cdot)$	<i>Gamma function</i>	تابع گاما
$L(u)$	<i>Lorenz Curve</i>	تابع لورنتس
$\lambda_X(t)$	<i>Failure ratio function</i>	تابع نرخ خطر
$\tilde{\lambda}_X(t)$	<i>Reversed failure ratio function</i>	تابع نرخ خطر معکوس
$\leq_{disp}$	<i>The dispersive ordering</i>	ترتیب پراکندگی
$\leq_{st}$	<i>The usual stochastic ordering</i>	ترتیب تصادفی معمول
$\leq_V$	<i>The variability ordering</i>	ترتیب تغییر پذیری
$\leq_{s.c.}$	<i>The sign change ordering</i>	ترتیب تغییر علامت
$\prec$	<i>The Partial ordering</i>	ترتیب جزئی
$\leq_*$	<i>The star ordering</i>	ترتیب ستاره ای
$\leq_l$	<i>Lorenz ordering</i>	ترتیب لورنتس
$\leq_{Gl}$	<i>Generalized Lorenz ordering</i>	ترتیب لورنتس تعمیم یافته
$\leq_{CX}$	<i>The convex ordering</i>	ترتیب محدب
$\leq_{hr}$	<i>The hazard rate ordering</i>	ترتیب نرخ خطر
$\leq_{rh}$	<i>The reversed hazard rate ordering</i>	ترتیب نرخ خطر معکوس
$\leq_{lr}$	<i>The likelihood ratio ordering</i>	ترتیب نسبت درستمایی
$f(x)$	<i>Probability density function</i>	توابع چگالی احتمال
$Stoppa$	<i>Stoppa distribution</i>	توزیع استوپا
$GB$	<i>Generalized beta distribution</i>	توزیع بتای تعمیم یافته
$GB1$	<i>Generalized beta first distribution</i>	توزیع بتای تعمیم یافته نوع اول
$GB2$	<i>Generalized beta second distribution</i>	توزیع بتای تعمیم یافته نوع دوم



نمادها

$B_2$	<i>Beta distribution of the second kind</i>	توزیع بتای نوع دوم
$Par$	<i>Pareto Distribution</i>	توزیع پاراتو
$Par(II)$	<i>Pareto type II distribution</i>	توزیع پاراتو نوع دوم
$Par(III)$	<i>Pareto type III distribution</i>	توزیع پاراتو نوع سوم
$PF$	<i>Power function distribution</i>	توزیع تابع توان
$D$	<i>Dagum distribution</i>	توزیع داگم
$SM$	<i>Singh-Maddala distribution</i>	توزیع سینگ مادالا
$Fisk$	<i>Log-logistic (Fisk) distribution</i>	توزیع فیسک
$Ga$	<i>Gamma Distribution</i>	توزیع گاما
$GG$	<i>Generalized Gamma distribution</i>	توزیع گامای تعمیم یافته
$InvGG$	<i>Inverse Generalized Gamma Distribution</i>	توزیع گامای تعمیم یافته معکوس
$InvGa$	<i>Inverse Gamma distribution</i>	توزیع گامای معکوس
$F_{(k)}(x)$	<i>Moment distribution</i>	توزیع گشتاوری
$GIG$	<i>Generalized inverse Gaussian distribution</i>	توزیع گوسین معکوس تعمیم یافته
$LN$	<i>Lognormal Distribution</i>	توزیع لگ نرمال
$LN_k$	<i>Multivariate Lognormal distribution</i>	توزیع لگ نرمال چند متغیره
$L$	<i>Lomax distribution</i>	توزیع لوماکس
$IL$	<i>Inverse Lomax distribution</i>	توزیع لوماکس معکوس
$N$	<i>Normal distribution</i>	توزیع نرمال
$Exp$	<i>Exponential distribution</i>	توزیع نمایی
$InvExp$	<i>Inverse Exponential distribution</i>	توزیع نمایی معکوس
$Wei$	<i>Weibull distribution</i>	توزیع وایبل
$InvWei$	<i>Inverse Weibull distribution</i>	توزیع وایبل معکوس
$U(0,1)$	<i>Standard Uniform distribution</i>	توزیع یکنواخت استاندارد
$P$	<i>Pietra coefficient</i>	ضریب پیتر
$S$	<i>Lorenz asymmetry Coefficient</i>	ضریب تقارن لورنتس
$G$	<i>Gini index</i>	ضریب جینی
$IFRA$	<i>Increasing reversed failure rate</i>	عکس نرخ شکست صعودی

## نمادها

<i>DFRA</i>	<i>Decreasing reversed failure rate</i>	عکس نرخ شکست نزولی
<i>iid</i>	<i>Identical Independent random variables</i>	متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع
<i>IRFR</i>	<i>Increasing failure rate average</i>	متوسط نرخ خطر صعودی
<i>DRFR</i>	<i>Decreasing failure rate average</i>	متوسط نرخ خطر نزولی
<i>AL</i>	<i>Absolute Lorenz curve</i>	منحنی لورنتس مطلق
<i>IFR</i>	<i>Increasing failure rate</i>	نرخ شکست صعودی
<i>DFR</i>	<i>Decreasing failure rate</i>	نرخ شکست نزولی
<i>NWU</i>	<i>New better than used</i>	نوبدتر از استفاده شده
<i>NBU</i>	<i>New worth than used</i>	نوبهتر از استفاده شده
<i>VL(·)</i>	<i>Variance logarithm</i>	واریانس لگاریتم
$\Xi_i$	<i>Equally- distributed- equivalent- income functions</i>	یک خانواده از تابعهای درآمد هم ارز هم توزیع

## فهرست مطالب

### فصل اول: مقدمه و کلیات

۱	۱-۱. مقدمه
۳	۲-۱. تعاریف مقدماتی
۵	۳-۱. ترتیب های تصادفی
۶	۱-۳-۱. ترتیب تصادفی معمول
۶	۲-۳-۱. ترتیب نرخ خطر
۷	۳-۳-۱. ترتیب نرخ خطر معکوس
۷	۴-۳-۱. ترتیب نسبت درستنمایی
۷	۵-۳-۱. ترتیب تغییر پذیری
۷	۶-۳-۱. ترتیب مجذب
۸	۷-۳-۱. ترتیب پراکندگی
۱۱	۹-۳-۱. ترتیب تغییر علامت
۱۳	۴-۴. آماره های مرتب
۱۳	۵-۱. رکوردها و خواص آنها
۱۶	۱-۵-۱. توزیع احتمال رکوردها
۱۷	۶-۱. توزیعهای وزنی

### فصل دوم: توزیعهای احتمال درآمد

۱۸	۱-۲. مقدمه
۲۰	۲-۲. تاریخچه
۲۱	۳-۲. خانواده توزیع پارتو
۲۴	۴-۲. خانواده توزیع لگ نرمال
۲۴	۱-۴-۲. توزیع لگ نرمال
۲۵	۲-۴-۲. توزیعهای لگ نرمال سه و چهار پارامتری
۲۶	۳-۴-۲. توزیع لگ نرمال چند متغیره
۲۶	۴-۴-۲. توزیع لگ نرمال تعمیم یافته

۲۷	۵-۲. خانواده توزیع گاما
۳۰	۱-۵-۲. توزیع گامای تعمیم یافته مرکب
۳۰	۲-۵-۲. توزیع لگگ گاما
۳۰	۳-۵-۲. توزیع گامای معکوس
۳۱	۴-۵-۲. توزیع گوسین معکوس تعمیم یافته
۳۱	۶-۲. خانواده توزیع بتا
۳۵	۷-۲. معرفی فرم کلی از توزیعهای احتمال درآمد
۳۶	۸-۲. سایر توزیعهای درآمد
۳۶	۱-۸-۲. توزیع بینی
۳۶	۲-۸-۲. توزیع دیویس
۳۷	۳-۸-۲. توزیع چامپرنون

### فصل سوم: معرفی منحني لورنتس

۴۰	۱-۳. مقدمه:
۴۱	۲-۳. منحنی لورنتس
۴۳	۱-۲-۳. برآورد منحنی لورنتس
۵۵	۲-۲-۳. منحنی لورنتس تعمیم یافته
۵۶	۳-۳. ضریب جینی
۶۳	۴-۳. تقارن منحنی لورنتس
۶۷	۵-۳. خانواده های پارامتری از منحنی های لورنتس
۶۸	۱-۵-۳. برخی از منحنی های لورنتس پارامتری
۷۱	۶-۳. منحنی های لورنتس چند متغیره
۷۴	۷-۳. معیارهای ناهموازی

### فصل چهارم: مفاهیمی از ترتیب لورنتس برای توزیع های درآمد

۷۶	۱-۴. مقدمه
۷۷	۲-۴. معرفی ترتیب لورنتس
۸۶	۳-۴. ترتیب لورنتس برای خانواده توزیع های درآمد

## فصل پنجم: نکاتی از ترتیبهای لورنتس برای آماره های مرتب، رکوردها و توزیع های وزنی

- ۱-۵. مقدمه ----- ۱۰۱
- ۲-۵. ترتیبهای لورنتس برای آماره های مرتب ----- ۹۵
- ۱-۲-۵. ترتیبهای لورنتس از آماره های مرتب برای توزیع یکنواخت و نمایی ----- ۹۶
- ۲-۲-۵. ترتیبهای لورنتس از آماره های مرتب برای یک توزیع لگ لوجستیک دو پارامتری ----- ۱۰۲
- ۳-۵. ترتیب های لورنتس برای رکوردها ----- ۱۰۵

## فصل ششم: معرفی و توصیف داده های درآمد

- ۱-۶. مقدمه ----- ۱۲۰
- ۲-۶. معرفی طرح آمارگیری از هزینه و درآمد خانوار ----- ۱۲۱
- ۳-۶. آماده سازی داده ها ----- ۱۲۵
- ۴-۶. تحلیل توصیفی داده های درآمد ----- ۱۲۹
- ۱-۴-۶. شاخص های توصیفی ----- ۱۲۹
- ۲-۴-۶. تحلیل نموداری داده ها ----- ۱۳۱
- ۵-۶. نتیجه ----- ۱۳۹

## فصل هفتم: برآورد توزیع و منحنی لورنتس برای درآمد ایران

- ۱-۷. مقدمه ----- ۱۴۰
- ۲-۷. برآزش توزیع به داده های درآمد ----- ۱۴۲
- ۱-۲-۷. روش برآورد ماکزیمم درستنمایی (MLE) ----- ۱۴۲
- ۲-۲-۷. بهینه سازی ----- ۱۴۴
- ۳-۲-۷. برآورد پارامترهای توزیع بتای تعمیم یافته ----- ۱۴۷
- ۴-۲-۷. نیکویی برآزش ----- ۱۵۰
- ۳-۷. منحنی لورنتس داده های درآمد ----- ۱۵۸
- ۴-۷. منحنی لورنتس تعمیم یافته برای داده های درآمد افراد ----- ۱۶۰
- ۵-۷. برآزش خانواده های پارامتری از منحنی لورنتس ----- ۱۶۱

## فصل هشتم: نتیجه گیری و آینده تحقیق

- ۱-۸. نتیجه گیری ----- ۱۶۷
- ۲-۸. آینده تحقیق ----- ۱۶۹

**پیوست ۱**

توصیف پرسشنامه آمارگیری از هزینه و درآمد خانوار ----- ۱۷۲

**پیوست ۲**

برنامه های مربوط به رسم نمودارها و آماده سازی داده ها با نرم افزار SPLUS ----- ۲۰۱

## فهرست شکل ها

- شکل ۱-۲: تابع چگالیهای پارتو ----- ۲۳
- شکل ۲-۲: تابع چگالیهای استویا ----- ۲۳
- شکل ۳-۲: چگالیهای لگ نرمال ----- ۲۵
- شکل ۴-۲: خانواده گامای تعمیم یافته و روابط بین آنها ----- ۲۹
- شکل ۵-۲: چگالیهای توزیع گاما تعمیم یافته ----- ۲۹
- شکل ۶-۲: نمودار چگالیهایی از توزیع  $GB^2$  ----- ۳۳
- شکل ۷-۲: خانواده توزیعهای بتا و روابط بین آنها ----- ۳۴
- شکل ۸-۲: چند شکل کلی از خانواده توزیع بتا و رابطه بین آنها ----- ۳۵
- شکل ۹-۲: چگالیهای بنینی ----- ۳۸
- شکل ۱۰-۲: چگالیهای چامپرنون ----- ۳۸
- شکل ۱-۳: منحنی لورنتس برای نمونه های مختلف ----- ۴۵
- شکل ۲-۳: مقایسه منحنی های لورنتس ----- ۴۶
- شکل ۳-۳: منحنی لورنتس و چند منحنی مشابه ----- ۴۸
- شکل ۴-۳: منحنی های لورنتس دو توزیع پارتو ----- ۵۳
- شکل ۵-۳: منحنی های لورنتس برای توزیع لگ نرمال ----- ۵۳
- شکل ۶-۳: منحنی لورنتس تعمیم یافته ----- ۵۵
- شکل ۷-۳: سه منحنی لورنتس، یک حالت متقارن و دو حالت نامتقارن ----- ۶۴
- شکل ۸-۳: دو جامعه ساده با میانگین برابر ----- ۶۴
- شکل ۹-۳: منحنی های لورنتس دو جامعه  $a$  و  $b$  شکل ۳-۶ ----- ۶۵
- شکل ۱۰-۳: سطح لورنتس برای دو متغیر تصادفی مستقل ----- ۷۲
- شکل ۱-۴: منحنی های لورنتس تعمیم یافته برای دو توزیع گاما ----- ۸۱
- شکل ۲-۴: تجزیه فضای  $(a, aq)$  برای ترتیب لورنتس ----- ۹۲
- شکل ۱-۶: نمایش مقادیر دهک های مختلف داده های درآمد کل کشور ----- ۱۳۳
- شکل ۲-۶: نمودار جعبه ای درآمد روستایی، شهری و کل ----- ۱۳۴
- شکل ۳-۶: نمودار جعبه ای درآمد ----- ۱۳۴
- شکل ۴-۶: نمودار هیستوگرام درآمد ----- ۱۳۵
- شکل ۵-۶: نمودار هیستوگرام با رده های با طول های نابرابر ----- ۱۳۶
- شکل ۷-۶: نمودار هیستوگرام داده های درآمد کل کشور ----- ۱۳۸
- شکل ۶-۶: نمودار هیستوگرام داده های درآمد ----- ۱۳۶

- شکل ۱-۷: منحنی چگالی داده ها ----- ۱۵۶
- شکل ۲-۷: نمودار چند توزیع برآزش داده شده به داده ها ----- ۱۵۶
- شکل ۳-۷: منحنی لورنتس برای داده های درآمد کل کشور ----- ۱۵۸
- شکل ۴-۷: منحنی لورنتس داده های شهری و روستایی ----- ۱۵۹
- شکل ۵-۷: منحنی لورنتس تعمیم یافته برای داده های درآمد ----- ۱۶۰
- شکل ۶-۷: منحنی لورنتس تعمیم یافته برای داده های درآمد شهری و روستایی ----- ۱۶۰
- شکل ۷-۷: منحنی های لورنتس پارامتری ----- ۱۶۴
- شکل ۸-۷: منحنی های لورنتس پارامتری ----- ۱۶۵



## فهرست جداول

- جدول ۱-۱: معرفی برخی از ترتیب های تصادفی ----- ۱۲
- جدول ۲-۱: برخی از تابع های وزنی خاص ----- ۱۷
- جدول ۱-۲: تابع چگالی احتمال و گشتاورهای برخی از توزیع های احتمال درآمد ----- ۳۹
- جدول ۱-۳: ضریب جینی متناظر با نمونه های مثال (۱-۳) ----- ۵۹
- جدول ۲-۳: ضریب جینی برای نمونه هایی که کل ثروت متعلق به یک نفر است ----- ۶۰
- جدول ۳-۳: منحنی های لورنتس پارامتری خانواده توزیع پارتو ----- ۷۰
- جدول ۱-۴: برآورد پارامترهای توزیع  $GB^2$  برای ایالت متحده و آلمان (۱۹۸۵) ----- ۹۱
- جدول ۱-۶: قسمتی از جدول مربوط به داده های درآمد ----- ۱۲۸
- جدول ۲-۶: معرفی داده ها ----- ۱۲۸
- جدول ۳-۶: آماره های توصیفی برای داده های درآمد (بر حسب ریال) ----- ۱۳۲
- جدول ۴-۶: دهک های مختلف داده های درآمد کل کشور (بر حسب ریال) ----- ۱۳۳
- جدول ۱-۷: رده ها و فراوانی های مربوط به مثال (۲-۷) ----- ۱۵۲
- جدول ۲-۷: کران ها و فراوانی مشاهده شده در هر رده برای داده های درآمد ----- ۱۵۴
- جدول ۳-۷: برآورد پارامترهای مربوط به برازش منحنی لورنتس پارامتری ----- ۱۵۷
- جدول ۴-۷: ضریب جینی متناظر با داده های درآمد ----- ۱۵۹
- جدول ۵-۷: برآورد پارامترهای مربوط به برازش منحنی های لورنتس پارامتری ----- ۱۶۳

## فصل اول

### مقدمه و کلیات

#### ۱-۱. مقدمه

شاید بارها این سخن را شنیده باشید که در جامعه کنونی ثروتمندان، هر روز ثروتمندتر و فقرا فقیرتر می شوند. در کشورهایی که عدالت اجتماعی به ویژه از طریق توزیع و توزیع مجدد درآمدها برقرار است، همچنین سطح اشتغال بالا، و سهم عامل کار در تابع تولید موسسات و ارزش افزوده آنها مهم و اقتصاد، صنعتی و توسعه یافته است، سهم دستمزدها (حقوق ها) بیش از سایر منابع درآمد (مانند سود سپرده، سهام و ارزش افزوده بر ملک و ...) است و سایر درآمدها، که نسبت کمتری از درآمد ملی را تشکیل می دهند، بین عوامل تولید دیگر، یعنی بین سرمایه داران و صاحبان زمینها و کارفرمایان توزیع می شود.

در کشورهای عقب مانده و کمتر توسعه یافته، که غالباً بازارها به طور ناقص سازمان یافته، سیستم توزیع درآمدها ناعادلانه و بیشتر به نفع صاحبان زمینها و کارفرمایان یا به طور کلی سرمایه داران

است، و این گروهها به علل اقتصادی و اجتماعی مختلف، گروههای مسلط و حاکم جامعه را تشکیل می دهند، معمولاً سهم بهره و بهره ی مالکانه و سودها بمراتب از سهم مردها و حقوق ها بیشتر است. بدیهی است که در کشوری مثل هندوستان که نرخ بهره ی سرمایه در بازار آزاد حتی گاهی از ۵۰ درصد نیز تجاوز می کند، و بعلاوه کشاورزان اکثراً، فاقد زمین و جمعیت فعال غالباً بیکار است، وجود دوام چنین وضعیتی اجتناب ناپذیر خواهد بود. قسمت بیشتر درآمدها، در این کشورها، به اقلیت محدودی از جمعیت تعلق دارد و قسمت کمی از درآمد بین اکثریت مردم تقسیم می شود.

در صورت عادلانه بودن توزیع درآمد، درصدهای معینی از جمعیت بطور کاملاً متناسب، درآمدهای معینی از درآمد ملی را در اختیار دارند. که در شرایط مذکور، به ترتیب ۱۰ درصد از جمعیت ۱۰ درصد از درآمد، ۲۰ درصد از جمعیت، ۲۰ درصد از درآمد و بالاخره کل جمعیت ۱۰۰ درصد درآمد ملی را در اختیار دارند و بدین ترتیب، توزیع درآمدها کاملاً عادلانه است و اگر توزیع درآمدها ناعادلانه باشد، به طوری که درصد محدودی از درآمد متعلق به چند گروه و بقیه، به گروه یا تعداد محدودی از جمعیت باشد، در این صورت که به عنوان مثال ۱۰ درصد از جمعیت ( که از لحاظ درآمد در سطح بالاتری قرار دارند) بیش از ۱۰ درصد (مثلاً ۲۰ درصد) از کل درآمدها و در نتیجه ۹۰ درصد باقیمانده جمعیت کمتر از ۹۰ درصد (۸۰ درصد) از کل درآمدها را در اختیار دارند، نابرابری درآمدها موجب می شود که درصد محدودی از درآمدها باید درصد بزرگی از احتیاجات مصرفی را ارضاء کند. در این شرایط، درآمدها بیشتر به ارضاء نیازمندیهای اساسی، به ویژه احتیاجات غذایی، تخصیص می یابد. بر اساس این نوع توزیع ناعادلانه ی درآمدها، منحنی محدبی حاصل می شود که به منحنی لورنتس<sup>۱</sup> (ترجمه فارسی «منحنی لورنتس» بر اساس فرهنگ اصطلاحات آماری در همه جای این پایان نامه به کار رفته است) معروف است و برای اندازه گیری ناعدالتی های اقتصادی و نابرابری درآمدی کاربرد فراوانی دارد.

در این فصل به ارائه مفاهیم و کلیات مرتبط به بحث منحنی لورنتس و ترتیب لورنتس می پردازیم در ابتدا چند تعریف مهم و کلی که در این پایان نامه مورد استفاده قرار گرفته است معرفی می

---

<sup>۱</sup>Lorenz curve

کنیم سپس تعدادی از ترتیبهای تصادفی مهم که با ترتیب لورنتس در ارتباط اند را نام برده و برخی از مشخصه های آنها را بیان می کنیم و با ذکر تعاریف و ویژگیهایی از آماره های مرتب، رکوردها و توزیع های وزنی این فصل به پایان خواهد رسید.

## ۱-۲. تعاریف مقدماتی

فرض کنید  $X$  و  $Y$  متغیرهای تصادفی با توابع توزیع تجمعی  $F$  و  $G$  و توابع چگالی  $f$  و  $g$  باشند. تابع بقاء  $F$  توسط  $\bar{F} = 1 - F$  نشان داده می شود و به ازای هر  $u \in (0, 1)$ ،  
 $F^{-1}(u) = \inf\{x: F(x) \geq u\}$  یا به طور متناظر  $F^{-1}(u) = \sup\{x: F(x) \leq u\}$  بیانگر تابع معکوس  $F$  می باشد، همچنین  $F^{-1}(0)$  و  $F^{-1}(1)$  حدود پایین و بالای تکیه گاه  $X$  هستند. تکیه گاه توزیع  $F$  را با  $S_n$  نشان می دهیم و تابع  $G^{-1}F$  بیانگر ترکیب تابع  $G^{-1}$  با  $F$  است. همچنین برای سهولت عبارت صعودی را به جای غیر نزولی و عبارت نزولی را به جای غیر صعودی به کار می بریم. اگر  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع و  $y_1, y_2, \dots, y_n$  مشاهدات متناظر باشد توزیع تجربی به صورت زیر خواهد بود: ( $I$  تابع نشانگر می باشد).

$$\hat{F} = F_n(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I\{Y_i \leq y\}.$$

**تعریف ۱-۱.** اگر  $X$  یک متغیر تصادفی نامنفی با تابع توزیع مطلقاً پیوسته  $F$  و تابع چگالی  $f(t) = (d/dt)F(t)$  باشد، تابع نرخ خطر  $X$  در  $t \geq 0$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} \lambda_X(t) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{\Pr(t < X < t + \varepsilon | X > t)}{\varepsilon} \\ &= \left(\frac{d}{dt}\right)(-\log(1 - F(t))) \\ &= \frac{f(t)}{\bar{F}(t)}, \quad t \geq 0, \end{aligned} \tag{1-1}$$

احتمال موجود در فرمول (۱-۱) در واقع احتمال عمر اضافی واحد مورد نظر از  $t$  به بعد است با

این فرض که واحد مورد بررسی تا زمان  $t$  از کار نیفتاده باشد.