

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(پلی تکنیک تهران)

دانشکده فیزیک

رساله دکتری فیزیک گرایش نظری

انتخاب خلاً در نظریه میدان‌های کوانتومی

نگارش

فرین پاینده

استاد راهنما

دکتر محمد مهرآفرین

استاد مشاور

دکتر محمد وحید تکوک

شهریورماه ۱۳۸۷



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

بسمه تعالی

تاریخ:
شماره:

فرم اطلاعات پایان نامه
کارشناسی - ارشد و دکترا

معاونت پژوهشی
فرم پروژه تحصیلات تکمیلی 7

مشخصات دانشجو:

نام و نام خانوادگی: فرین پاینده
شماره دانشجویی: 82111911
دانشجوی آزاد بورسیه* معادل
دانشکده: فیزیک و مهندسی هسته ای رشته تحصیلی: فیزیک گروه: نظری

مشخصات استاد راهنما:

نام و نام خانوادگی: دکتر محمد مهرآفرین
نام و نام خانوادگی:
درجه و رتبه: دانشیار درجه و رتبه:

مشخصات استاد مشاور:

نام و نام خانوادگی: دکتر محمد وحید تکوک
نام و نام خانوادگی:
درجه و رتبه: دانشیار درجه و رتبه:

عنوان پایان نامه به فارسی: انتخاب خلا در نظریه میدان های کوانتومی

عنوان پایان نامه به انگلیسی: The choice of vacuum in quantum field theory

نوع پروژه: کارشناسی ارشد دکترا*
کاربردی بنیادی توسعه ای نظری*
سال تحصیلی: 86-87

تاریخ شروع: تیرماه 84 تاریخ خاتمه: شهریور 87 تعداد واحد: 24 سازمان تأمین کننده اعتبار:

واژه های کلیدی به فارسی: فضای کرین - نرم منفی

واژه های کلیدی به انگلیسی: Krein Space- Negative Norm

مشخصات ظاهری	تعداد صفحات 70	تصویر <input type="radio"/> جدول <input type="radio"/> نمودار <input type="radio"/> نقشه <input type="radio"/> واژه نامه <input type="radio"/>	تعداد مراجع 42	تعداد صفحات ضمیمه
زبان متن	فارسی <input type="radio"/> * انگلیسی <input type="radio"/>	انگلیسی <input type="radio"/> چکیده	فارسی <input type="radio"/> * انگلیسی <input type="radio"/>	
یادداشت				

نظرها و پیشنهادهای به منظور بهبود فعالیت های پژوهشی دانشگاه

استاد: محمد مهرآفرین

دانشجو: فرین پاینده

امضاء استاد راهنما: تاریخ: 1387/6/7
محمد مهرآفرین

چکیده

کوانتس معمول میدان در فضا - زمان مینکوفسکی مبتنی بر انتخاب حالت‌های با انرژی و نرم مثبت است. نخستین بار با وارد کردن حالت‌های غیرفیزیکی با انرژی منفی به روش گوپتا - بلویلر مسئله شکست تقارن لورنتس در روش معمول کوانتس میدان برداری حل شد. با به کار بردن این روش کوانتس هموردای میدان اسکالر با جفت شدگی مینیمم در فضا - زمان دوسپته نیز که سال‌ها مورد توجه فیزیکدانان مختلف جهان بوده است، حاصل گردید. کوانتس میدان مزبور از این بابت مورد توجه قرار گرفته است که واگرایی‌های ظاهر شده در آن بسیار شبیه به واگرایی‌هایی است که در کوانتس میدان گرانشی ظاهر می‌شود.

در فرآیند کوانتس میدان اسکالر بدون جرم با جفت شدگی مینیمم در فضا - زمان دوسپته مشاهده می‌شود که جواب‌های فرکانس منفی معادله میدان به منظور انجام کوانتس هموردای میدان ضروری اند. زیرا بر عکس فضا- زمان مینکوفسکی، در فضا - زمان دوسپته حذف حالت‌های با انرژی منفی (که نرم منفی نیز هستند) برای میدان اسکالر بدون جرم با جفت شدگی مینیمم باعث شکسته شدن تقارن دوسپته می‌شود. لذا لازم است که جواب‌های انرژی منفی نیز هنگام کوانتس ملحوظ شوند. بر اساس این ملاحظات، روش جدیدی از کوانتس بنام کوانتس کرین پیشنهاد شد که در آن بجای فضای هیلبرت از فضای کرین استفاده می‌شود. در این روش علاوه بر حالت‌های فیزیکی (انرژی مثبت)، حالت‌های غیرفیزیکی (انرژی منفی) نیز در نظر گرفته می‌شوند.

در این رساله کوانتس میدان‌های بوزونی و اسپینوری در فضا - زمان مینکوفسکی و نیز باز فرمول‌بندی QED را به روش کرین انجام داده ایم. در این روش، نیازی به باز بهنجارش تئوری نیست و نتایج ارزشمند حذف واگرایی‌های انرژی خلاً و تابع دو نقطه، و نیز کوانتس هموردای میدان حاصل شده اند.

کلید واژه‌ها: کوانتس میدان، فضای هیلبرت، فضای کرین، تابع دو نقطه، بازبهنجارش، الکترودینامیک کوانتومی (QED)، فضا- زمان مینکوفسکی، فضا - زمان دوسپته.

Key words: Field quantization, Hilbert space, Krein Space, Two-point function, Renormalization, Quantum electrodynamics (QED), Minkowski spacetime, De Sitter spacetime

فهرست مطالب

<u>صفحه</u>	<u>عنوان</u>
۱	مقدمه
۱۴	فصل اول: کوانتش میدان در فضای هیلبرت
۱۵	۱-۱ کوانتش میدان اسکالر آزاد در فضا- زمان مینکوفسکی
۱۹	۱-۱-۱ تعریف خلاً
۲۰	۲-۱-۱ توابع دو نقطه میدان اسکالر
۲۵	۲-۱ کوانتش میدان برداری آزاد در فضا- زمان مینکوفسکی
۲۶	۱-۲-۱ مسأله ناوردایی تحت تبدیلات پیمانه‌ای
۳۰	۲-۲-۱ تعریف خلاً
۳۰	۳-۲-۱ فضای فوک
۳۱	۴-۲-۱ انرژی و تکانه خلاً میدان برداری
۳۲	۵-۲-۱ انتشارگر فاینمن میدان برداری
۳۳	۳-۱ کوانتش میدان اسپینوری آزاد در فضا- زمان مینکوفسکی
۳۵	۱-۳-۱ تعریف خلاً
۳۶	۲-۳-۱ فضای فوک
۳۶	۳-۳-۱ انرژی و تکانه خلاً میدان اسپینوری
۳۷	۴-۳-۱ انتشارگر فاینمن میدان اسپینوری
۳۸	فصل دوم: کوانتش میدان در فضای کرین
۳۹	۱-۲ کوانتش کرین میدان اسکالر آزاد در فضا- زمان مینکوفسکی
۴۰	۱-۱-۲ تعریف خلاً
۴۲	۲-۱-۲ توابع دو نقطه میدان اسکالر در فضای کرین
۴۶	۲-۲ کوانتش کرین میدان اسکالر بردار آزاد در فضا- زمان مینکوفسکی
۴۸	۱-۲-۲ تعریف خلاً

۴۸	۲-۲-۲ انرژی خلاء میدان اسکالر باردار
۴۹	۳-۲ کوانتس کرین میدان برداری آزاد در فضا- زمان مینکوفسکی
۵۰	۱-۳-۲ تعریف خلاء
۵۱	۲-۳-۲ انرژی و تکانه خلاء میدان برداری
۵۳	۴-۲ کوانتس کرین میدان اسپینوری آزاد در فضا- زمان مینکوفسکی
۵۵	۱-۴-۲ تعریف خلاء
۵۷	۲-۴-۲ انرژی و تکانه خلاء میدان اسپینوری
۵۷	۳-۴-۲ انتشارگر ترتیب زمانی میدان اسپینوری

۵۹ فصل سوّم: بازفرمول‌بندی QED در فضای کرین

۶۰	مقدمه
۶۰	۱-۳ قضیه ویک در فضای کرین
۶۱	۲-۳ قواعد فاینمن در فضای کرین
۶۵	۳-۳ پراکندگی مولر در فضای کرین

۶۹ منابع

مقدمه

در اوایل قرن گذشته دو نظریهٔ بزرگ فیزیکی پا به عرصهٔ وجود گذاشتند؛ نسبت عام و مکانیک کوانتومی. ولی تاکنون نظریهٔ واحدی که هر دوی آنها را در برداشته باشد، ارائه نشده است. نظریهٔ گرانش کوانتومی یک مصداق از نظریهٔ میدان‌های کوانتومی است. از مصادیق دیگر آن، نظریهٔ الکترودینامیک کوانتومی است که یکی از موفق‌ترین نظریه‌های موجود در فیزیک است که تا تقریب 10^{-8} رقم اعشاری نتایج آزمایش‌های تجربی را تأیید می‌کند. اما این نظریه نیز دارای مشکلاتی است که در ادامه به آنها خواهیم پرداخت. لذا قبل از پرداختن به این نظریه بهتر است ابتدا مفهوم میدان را بطور کلاسیکی بیان کنیم. برای بدست آوردن مفهوم میدان نیز نخست مفهوم ذره را یادآوری می‌کنیم که کم و بیش درک نسبتاً خوبی از آن در ذهن داریم. به کمیتی که فضا را اشغال کند و جرم داشته باشد، ذره گوییم مانند اکثر اجسامی که اطراف ما هستند از صندلی، میز، خودکار و... گرفته تا ذرات بنیادی مانند الکترون، پروتون، کوارک‌ها و... . دو مثال آشنا از میدان که در درک مفهوم آن مفید می‌باشند، عبارتند از میدان الکترومغناطیسی و میدان گرانشی. این میدان‌ها را نیز به این صورت تعریف کرده‌ایم که اگر ذرات آزمونی را در این میدان‌ها قرار دهیم نیرویی به آنها وارد می‌شود که بنابر مشاهدات تجربی در مورد میدان الکترومغناطیسی هم جاذبه و هم دافعه می‌باشد اما در مورد میدان گرانشی فقط جاذبه است (ذرهٔ آزمون نیز به ذره ریزی گفته می‌شود که برای روشن شدن

ماهیت خطوط میدان به کار می‌رود و کوچکی اندازه آن به حدی است که اثری روی خطوط میدان ندارد). بنابراین می‌توان میدان را به این صورت تعریف کرد که کمیتی است که در هر نقطه از فضا دارای شدتی معین می‌باشد و برخلاف ذره در یک منطقه از فضا محصور نشده است و لذا تابع مختصات فضا - زمان می‌باشد. بنابراین تعداد درجات آزادی سیستم بینهایت است.

ما موقعیت یک ذره را با بردار مکان $\vec{R}(t)$ نشان می‌دهیم که با مشخص کردن آن برای ذره تمام اطلاعاتی که راجع به ذره بخواهیم، بدست خواهد آمد. کمیت میدان را نیز با پتانسیل مشخص می‌کنیم که در حالت الکترومغناطیسی عبارت است از یک پتانسیل اسکالر $\phi(\vec{r}, t)$ و یک پتانسیل برداری $\vec{A}(\vec{r}, t)$ که آنها را با چاربردار $A^\mu(\vec{r}, t)$ نشان می‌دهیم، و میدان گرانشی را نیز با پتانسیل $g_{\mu\nu}(\vec{r}, t)$ بیان می‌کنیم. با مشخص شدن این پتانسیل‌ها تمام اطلاعات لازم برای شناختن امواج یا میدان‌های الکترومغناطیسی و میدان گرانشی برای ما مشخص می‌شود. هر کدام از کمیت‌های مکان ذره $\vec{R}(t)$ ، پتانسیل الکترومغناطیسی $A^\mu(\vec{r}, t)$ و پتانسیل گرانشی $g_{\mu\nu}(\vec{r}, t)$ نیز به ترتیب با استفاده از معادلات حرکت نیوتن، معادلات ماکسول و معادلات نسبیت عام اینشتین بدست می‌آیند. تمام این معادلات نیز معادلات دیفرانسیل مرتبه دومی هستند که با حل آنها مقادیر خواسته شده را می‌توانیم بدست آوریم. اما چنانچه می‌دانیم جواب معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم برحسب دو مقدار ثابت نوشته می‌شوند و برای مشخص شدن این کمیت‌ها باید این مقادیر ثابت مشخص شوند. برای بدست آوردن این مقادیر ثابت نیز باید شرایط اولیه را داشته باشیم بدین معنی که در یک لحظه مشخص این کمیت‌ها و مشتقات زمانی آنها را داشته باشیم. لذا با مشخص شدن شرایط اولیه در لحظه‌های بعد می‌توانیم مقادیر این کمیت‌ها را پیشگویی کنیم که این توانایی پیشگویی در اصل همان جبریت در مکانیک کلاسیک است. بنابراین بطور خلاصه از دیدگاه مکانیک کلاسیک مفهوم میدان عبارت است از کمیتی که در یک لحظه و در یک مکان مشخص دارای شدت معینی باشد، که این شدت با استفاده از پتانسیل محاسبه می‌شود.

اکنون به مکانیک کوانتومی می‌پردازیم. چنانچه می‌دانیم در اواخر قرن نوزدهم و اوایل قرن بیستم دانشمندان به آزمایش‌هایی دست زدند که بوسیله نظریه مکانیک کلاسیک نیوتنی و قوانین ماکسول نتایج مشاهدات حاصل از آنها را نمی‌توانستند توضیح دهند و یک اختلاف عمیق بین پیشگویی‌های تئوری و مشاهداتی که از تجربه بدست آمده بودند، دیده می‌شد. دانشمندان برای توجیه نتایج آزمایش‌ها شروع به دادن فرضیه کردند و با یک سری فرضیات توانستند نتایج آزمایش‌ها را توضیح دهند. مهم‌ترین این فرضیات عبارت بودند از:

۱- انرژی امواج الکترومغناطیسی پیوسته نیست و به صورت ضریبی از یک انرژی پایه است.

۲- به هر ذره‌ای یک طول موج بنام طول موج روبروی می‌توان نسبت داد.

۳- تکانه زاویه‌ای مداری یک کمیت پیوسته نیست و مضرری از یک ثابت جهانی به نام ثابت پلانک است.

و... . ظرف مدت کوتاهی با جمع‌بندی این فرضیات در یک چهارچوب ریاضی، دانشندان نظریه مکانیک کوانتومی را فرمول‌بندی کردند که براساس یک سری اصول و قضایای ریاضی می‌باشد. اصول مهم مکانیک کوانتومی عبارتند از:

۱- به هر مشاهده‌پذیر دینامیکی فیزیکی (مانند تکانه خطی، انرژی، تکانه زاویه‌ای، ...) یک عملگر خطی هرمیتی نسبت می‌دهیم که بصورت یک عملگر دیفرانسیلی و یا بصورت یک ماتریس نمایش داده می‌شود.

۲- حالت‌های سیستم فیزیکی بوسیله بردارهایی در یک فضای برداری مختلط (فضای هیلبرت) تعریف می‌شوند و عملگرها روی این فضای هیلبرت اثر می‌کنند.

۳- احتمال پیدا کردن سیستم در یک حالت مشخص بوسیله مجذور اندازه بردار حالت به توان دوم مشخص می‌شود.

۴- با توجه به مکانیک کلاسیک که برای هر متغیر دینامیکی R یک تکانه تعمیم یافته P تعریف می‌کنیم، رابطه جابجایی بین عملگرهای آنها در مکانیک کوانتومی توسط رابطه $[R,P]=i\hbar$ مشخص می‌شود.

۵- به هر ذره یک اسپین نسبت داده می‌شود که عملگر آن در رابطه $[S_i, S_j]=i\epsilon_{ijk} S_k$ صدق می‌کند. یادآوری می‌کنیم که ذرات بنیادی موجود در طبیعت یا اسپین صحیح دارند (بوزون) و یا دارای اسپین نیمه صحیح (فرمیون) می‌باشند. اعمال این اصول اولیه را «کوانتش اول» می‌گویند. نسبت عام نیز یکی دیگر از نظریه‌های موفق فیزیکی است که اصول آن بصورت زیر بیان می‌شوند:

۱- همه ناظرها با هم معادل هستند (اصل هموردایی یا تقارن).
۲- میدان گرانشی را می‌توان بطور موضعی^۲ با انتخاب یک ناظر مناسب (ناظر آزاد افتان) حذف کرد (اصل هم ارزی).

بیان ریاضی اصل اول به این صورت است که کمیت‌های مشاهده‌پذیر فیزیکی بوسیله یک سری عناصر ریاضی بنام تانسور بیان می‌گردند و معادلات فیزیکی بوسیله یک سری معادلات تانسوری نمایش داده می‌شوند. فرم معادلات مزبور مستقل از ناظر یا سیستم مختصات می‌باشد و توسط یک سری قوانین ریاضی می‌توان ارتباط بین کمیت‌های مشاهده‌پذیر از دید دو ناظر (یا سیستم

1. First quantization
2. Local

مختصات) را بیان کرد. به عبارت بهتر دو ناظر می‌توانند داده‌های خود را در مورد بررسی یک رویداد واحد علیرغم یکسان نبودن‌شان، با هم مقایسه نمایند (نسبی بودن مشاهدات بوسیله ناظرها، ولی با این قید که آنها می‌توانند مشاهدات خود را با هم مقایسه کنند).
 بر مبنای اصل دوم، میدان گرانشی از نظر ریاضی بوسیله معادله نسبیت عام اینشتین بیان می‌شود که یک معادله تانسوری است و ارتباطی بین هندسه فضا - زمان و ماده موجود در آن می‌باشد
 $(c=1):$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

سمت راست معادله همان شکل تانسوری ماده موجود در طبیعت است و سمت چپ مشخص کننده هندسه فضا - زمان (متریک $g_{\mu\nu}$) می‌باشد.

در نظریه نسبیت مطلق بودن نتایج بررسی یک رویداد (مقادیر اندازه‌گیری شده کمیت‌های مشاهده‌پذیر سیستم مورد بررسی) از نظر دو ناظر از بین می‌رود، یعنی نتایج اندازه‌گیری به ناظر بستگی دارد. اما برای یک ناظر کمیت‌های مشاهده‌پذیر مقادیر معلوم و مشخصی دارند. برای مثال حرکت زمین به دور خورشید کاملاً معلوم و مشخص می‌باشد. نظریه نسبیت را از این دیدگاه مکانیک کلاسیک گویند. نقطه مقابل این دیدگاه مکانیک کوانتومی است. مکانیک کوانتومی بیان می‌کند که یک کمیت مشاهده‌پذیر از دید یک ناظر نیز یک کمیت مطلق نیست و مقدار معلوم و مشخصی ندارد. به عبارت دیگر مقادیر اندازه‌گیری شده کمیت‌های مشاهده‌پذیر به ابزار اندازه‌گیری بستگی دارد. یعنی بر هم کنش سیستم مورد بررسی با ابزار اندازه‌گیری نقش مهمی در مقادیر اندازه‌گیری دارند و تأثیر این بر هم کنش در دنیای میکروسکوپی بزرگ می‌باشد. از طرفی مطابق اصول مکانیک کوانتومی که به هر کمیت مشاهده‌پذیر دینامیکی سیستم مورد بررسی یک اپراتور نسبت داده می‌شود که روی یک فضای هیلبرت اثر می‌کند و حالت سیستم فیزیکی توسط برداری مانند $|\alpha, t\rangle$ در این فضا مشخص می‌شود (و مفهوم احتمال را می‌توان از آن بیرون کشید)، تحول زمانی سیستم بوسیله هامیلتونی و معادله شرودینگر مشخص می‌شود ($\hbar=1$):

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\alpha, t\rangle = \hat{H} |\alpha, t\rangle$$

مقدار اندازه‌گیری شده یک کمیت مشاهده‌پذیر بوسیله یک مقدار میانگین یا چشمداشتی تعریف می‌شود، و این مقدار میانگین است که رابطه نزدیکی با مشاهدات تجربی دارد.

یکی از آثار خیلی مهم مکانیک کوانتومی عبارت است از اینکه یک مشاهده‌پذیر فیزیکی یک کمیت ثابت نیست و حول یک مقدار ثابت (مقدار میانگین) نوسان می‌کند. این نوسانات به نوسانات کوانتومی معروفند و شدت آنها بوسیله $\Delta \hat{A}$ یا جذر میانگین مربعی که یک کمیت خیلی مهم در مفاهیم آماری است، بیان می‌شود:

$$\Delta \hat{A} = \sqrt{\langle \hat{A}^2 \rangle - \langle \hat{A} \rangle^2}$$

\hat{A} یک کمیت مشاهده‌پذیر است و $\langle \hat{A} \rangle$ مقدار میانگین \hat{A} می‌باشد. مفهوم آمار و احتمال که در مکانیک کوانتومی وارد می‌شود، بخاطر عملگر بودن مشاهده‌پذیرها است و یا به بیان بهتر در ذات طبیعت وجود دارد. علت وابسته کردن عملگر به مشاهده‌پذیرهای فیزیکی نیز برای توجیه نتایج آزمایش‌ها می‌باشد که با تقریب خیلی عالی موفق بوده است. این دو نظریه مهم فیزیکی یعنی نسبیت عام اینشتین و مکانیک کوانتومی که با تقریب خوبی نتایج مشاهدات ما را توضیح می‌دهند، مستقل از هم هستند و یک نظریه واحد باید این دو نظریه را در حالت حدی در بر داشته باشد. بنابراین ترکیبی از این دو نظریه در حالت ساده، نظریه میدان‌های کوانتومی را تشکیل می‌دهد.

به طوری که می‌دانیم در نظریه نسبیت، فضا و زمان را از یک جنس می‌گیرند (\vec{x}, t) . ولی در نظریه مکانیک کوانتومی فضا را بوسیله یک عملگر نشان می‌دهند و زمان بصورت یک پارامتر ظاهر می‌شود و عملگر نیست. پس در ایجاد یک نظریه واحد ابتدا باید فرض کرد که مکان دیگر عملگر نباشد، که در آنصورت دیگر مشاهده‌پذیر نخواهد بود. اما برای مفهوم مکان ذره از مفهوم احتمال حضور ذره در مکان \vec{x} استفاده می‌شود. یعنی میدان وابسته به مکان ذره، $\psi(\vec{x}, t)$ ، که در مکانیک کوانتومی مفهوم چگالی احتمال، $|\psi(\vec{x}, t)|^2$ ، را دارد بعنوان مشاهده‌پذیر در نظر گرفته شده و به آن یک عملگر نسبت داده می‌شود:

$$\hat{\psi}(\vec{x}, t) \rightarrow \text{عملگر میدان}$$

که در این حالت \vec{x}, t بصورت پارامتر ظاهر می‌شوند. به این نظریه که در تقریب اول ظاهر می‌شود و تحت تبدیلات نسبیت خاص (گروه پوانکاره) ناوردا است، نظریه میدان‌های کوانتومی گویند. اصول این نظریه عبارتند از:

- ۱- تقارن تحت گروه پوانکاره.
- ۲- اصل علیت: یعنی رابطه جابجایی بین میدان‌ها برای نقاط فضا گونه صفر است، $[\phi(x), \phi(y)] = 0$.

۳- وجود خلأ: این خلأ یگانه است و برای تمام ناظرهای لورنتسی یکسان است.

۴- مثبت بودن نرم.

اعمال این اصول را کوانتس دوم^۱ می‌گویند. در نظریه میدان‌های کوانتومی بعثت پارامتر بودن مکان (\vec{x}) ، برای میدان مکان را محاسبه نمی‌کنیم اما محاسبه انرژی و تکانه امکان‌پذیر است.

یادآوری می‌کنیم که وقتی ذره‌ای را بصورت کوانتومی بررسی می‌کردیم، در اصل به آن یک تابع موج نسبت می‌دادیم و یا آن را بصورت یک میدان، $\phi(\vec{x}, t)$ ، در نظر می‌گرفتیم و چنانچه ذکر شد معمولاً به این فرآیند کوانتس اول گفته می‌شود. مشکلاتی که در این کوانتس ظاهر می‌شوند، عبارتند از:

۱- خاصیت دوگانگی موجی - ذره‌ای، بدین معنی که الکترون در یک آزمایش بصورت ذره ظاهر می‌شود و در آزمایش دیگر بصورت موج.

۲- در آزمایشی مشاهده می‌کنیم که الکترون و پاد الکترون خلق می‌شوند و پایستگی ذرات را نداریم.

۳- تعریفی از اصل علیت در مکانیک کوانتومی وجود ندارد.

و... لذا برای بر طرف کردن این مشکلات مجبوریم که ایده کوانتس دوم یا نظریه میدان‌های کوانتومی را بپذیریم که عبارت است از اینکه تابع موج $\phi(\vec{x}, t)$ را بصورت یک متغیر دینامیکی مشاهده‌پذیر در نظر بگیریم و مطابق با اصول مکانیک کوانتومی به این متغیر یک عملگر نسبت دهیم، بگونه‌ای که رابطه جابجایی آن با تکانه تعمیم یافته‌اش $\pi(\vec{x}, t)$ در رابطه زیر صدق کند:

$$[\phi(\vec{x}, t), \pi(\vec{x}', t)] = i \delta^3(\vec{x} - \vec{x}')$$

در اصل روش کوانتس میدان‌ها به همان صورت کوانتس ذرات است با این تفاوت که اکنون متغیرهای دینامیکی سیستم، توابع ذره می‌باشند و تعداد درجات آزادی سیستم بینهایت شده است. مشکلاتی که در نظریه مکانیک کوانتومی بیان شدند، در نظریه میدان‌های کوانتومی از بین خواهند رفت. اما نظریه میدان‌های کوانتومی خود دارای یک مشکل اساسی است و آن اینکه چون در این حالت درجه آزادی سیستم بینهایت شده است، پس یک سری از بینهایت‌ها در محاسبات فیزیکی (مقدار چشمداشتی مشاهده‌پذیرها) ظاهر می‌شوند که خوشبختانه این بینهایت‌ها را با تکنیک‌هایی می‌توان پیدا کرده (منظم‌سازی)^۲ و از بین برد (باز بهنجارش)^۳. باید خاطر نشان کرد که تمام نظریه میدان‌هایی که تاکنون شناخته شده‌اند دارای این خاصیت نیستند یعنی نمی‌توان بینهایت آنها را از بین برد و به یک نتیجه فیزیکی رسید.

1. Second quantization
2. Regularization
3. Renormalization

خوشبختانه فیزیکدان‌ها تا به حال توانسته‌اند سه نیرو از چهار نیروی حاکم بر طبیعت را برحسب نظریه میدان‌های کوانتومی که دارای این خاصیت هستند، فرمول‌بندی کنند ولی نیروی چهارم که همان گرانش است در این چهارچوب قرار نمی‌گیرد. در حالت کلی نمودار زیر را برای کوانتش می‌توان در نظر گرفت:

ذره (مکان R) ← کوانتش اول تابع موج $\phi(\vec{x}, t)$ ← کوانتش دوم نظریه میدان‌های کوانتومی

حال اگر این روند را برای میدان الکترومغناطیسی که به میدان آن یک ذره (فوتون) نسبت می‌دهیم اعمال کنیم، کوانتیزه کردن میدان الکترومغناطیسی در اصل کوانتش دوم است و نمودار زیر را برای آن می‌توان در نظر گرفت:

ذره (فوتون) ← کوانتوش اول معادلات ماکسول ← کوانتش دوم نظریه الکترودینامیک کوانتومی (QED)

بنابراین میدان مفهومی بنیادی‌تر از ذره است. اگر میدان بصورت متمرکز باشد، آن را بصورت ذره مشاهده خواهیم کرد و اگر متمرکز نباشد، آن را بصورت موج مشاهده خواهیم کرد. لذا مشکل دوگانگی موجی - ذره‌ای مکانیک کوانتومی در نظریه میدان‌های کوانتومی از بین می‌رود. مشکل دیگری که در مکانیک کوانتومی ظاهر می‌شود، پایستگی ذرات است که در طبیعت شکسته می‌شود و ما خلق ذرات از انرژی را داریم. در نظریه میدان‌های کوانتومی خلق ذرات امکان دارد چون عملگر میدان برحسب عملگرهای خلق و فنا ساخته شده است که اگر این عملگرها روی حالت سیستم (بردارهای حالت در فضای هیلبرت) اثر کنند، موجب خلق یا نابودی یک ذره می‌شوند. مشکل دیگر مکانیک کوانتومی نداشتن تعریفی برای اصل علیت است. این مشکل در نظریه میدان‌های کوانتومی بر طرف می‌شود به این ترتیب که دو میدان که در دو نقطه از فضا - زمان تعریف می‌شوند، اگر این دو نقطه در ناحیه فضا - گونه واقع باشند رابطه جابجایی آنها صفر می‌شود بدین معنی که این دو میدان هیچ برهم کنشی با هم ندارند و هر کدام از آنها را می‌توان بطور مستقل اندازه‌گیری کرد و این همان اصل علیت در نسبیت است که مطابق آن هیچ پیامی سریع‌تر از نور انتشار پیدا نمی‌کند.

یکی از اهداف نظریه میدان‌های کوانتومی وحدت بخشیدن به همه نیروهای طبیعت از جمله گرانش است که جدا از سایر نیروها قرار گرفته است [۱]. تاکنون نظریه‌های مختلفی ارائه شده که تا حدی این خواسته فیزیکدانان را برآورده کرده است. در واقع موفقیت در ارائه توصیف واحد از دو یا سه نیرو و همخوانی آنها با نتایج تجربی دلیلی بر درست بودن مسیری است که فیزیکدانان نظری دنیا برای بسط و توسعه دانش فیزیک پیش رو گرفته‌اند و بارقه امید برای تلاش‌های بیشتر است.

نظریه معروف واینبرگ - سلام برای نخستین بار توانست برهم کنش‌های ضعیف و الکترومغناطیسی را با یکدیگر همراه کند و نظریه وحدت بزرگ (GUT) برهم کنش قوی را با آنها متحد کرد. تنها نیروی گرانش است که جدا از سایر نیروهای طبیعت است و در مقابل کوانتتش از خود مقاومت نشان می‌دهد و حتی تلاش‌ها برای بررسی آن در یک چارچوب کوانتومی بی‌نتیجه مانده‌اند. هرچند کوانتتش گرانش در چهل سال اخیر سوژه تلاش‌ها و ابتکارات فیزیکدانان زیادی بوده است، اما هنوز هم این تلاش‌ها در دستیابی به یک تئوری کامل و رضایت بخش گرانش کوانتومی ناموفق مانده‌اند. چرا فیزیکدان‌ها نتوانسته‌اند هنوز یک نظریه کوانتومی برای میدان گرانشی فرمول‌بندی کنند؟

باید خاطر نشان کرد که ما می‌توانیم با همان دستور معمول در نظریه میدان‌های کوانتومی، میدان گرانشی را کوانتیزه کنیم. یعنی به کمیت میدان یک عملگر نسبت دهیم که روی یک فضای هیلبرت اثر می‌کند ولی در محاسبه کمیت‌های فیزیکی بینهایت‌هایی ظاهر می‌شوند که این بینهایت‌ها را نمی‌توان حذف کرد و به جواب‌های فیزیکی رسید. لذا پرسش معمول را به این صورت بازنویسی می‌کنیم که چرا تاکنون فیزیکدان‌ها نتوانسته‌اند یک نظریه میدان کوانتومی برای میدان گرانشی پیدا کنند که بینهایت‌ها در محاسبه کمیت‌های فیزیکی وارد نشود.

در نسبت عام اینشتین برخلاف نظریه گرانشی نیوتنی که میدان به صورت نیرو بر ذرات اثر می‌کند، دیگر به صورت یک نیرو بر ذرات وارد نمی‌شود بلکه به صورت انحنای فضا - زمان ظاهر می‌شود و این انحنای فضا - زمان است که ذره را مقید به حرکت بر روی ژئودزی می‌نماید. برخی از مشکلات نظریه کوانتومی میدان گرانشی را به صورت زیر می‌توان دسته‌بندی نمود:

۱- در پیدا کردن یک فرمول‌بندی واحد برای کوانتتش چهار نیروی موجود در طبیعت، سه تای آنها (ضعیف، قوی و الکترومغناطیسی) به صورت نیرو ظاهر می‌شوند که بر سیستم اثر می‌کنند. در صورتی که نیروی چهارم یعنی گرانش که با استفاده از فرمول بندی نسبت عام می‌خواهیم آن را کوانتیزه کنیم، به صورت یک نیرو ظاهر نمی‌شود بلکه به صورت انحنای فضا - زمان ظاهر می‌شود.

۲- در نظریه میدان‌های کوانتومی اصل علیت را با استفاده از مخروط نوری تعریف می‌کنیم که خود این مخروط با استفاده از متریک $g_{\mu\nu}(\vec{r}, t)$ ساخته می‌شود. از طرفی معادله اینشتین را در تقریب نیمه کلاسیک به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G \langle \hat{T}_{\mu\nu} \rangle$$

زیرا طرف راست آن کوانتومی (عملگر) و طرف چپ آن کلاسیک می‌باشد. اکنون برای کوانتیزه کردن طرف چپ (یعنی کوانتش میدان گرانشی) باید تانسور متریک $g_{\mu\nu}(\vec{r}, t)$ را کوانتیزه کنیم. چون $g_{\mu\nu}$ مشخص کننده مخروط نوری است، عملگر کردن آن به این معنی است که مخروط نوری ما حول مقدار میانگین در حال نوسان است. بنابراین می‌توانیم دو نقطه را در نزدیکی مخروط نوری در نظر بگیریم که در زمان‌های مختلف در داخل و در خارج مخروط قرار می‌گیرند. به عبارت دیگر دو نقطه که در یک لحظه زمان گونه هستند، در لحظه‌های بعد فضا گونه خواهند بود. بنابراین اصل علیت را نمی‌توان به طور دقیق تعریف کرد، ولی این اصل یکی از اصول موضوعه نظریه میدان‌های کوانتومی است. این مشکل برای اولین بار بوسیله دویت^۱ با معرفی روش میدان زمینه^۲ برطرف گردید. در این روش متریک را به دو قسمت تجزیه می‌کنند:

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(BG)} + h_{\mu\nu}$$

که در آن $g_{\mu\nu}^{(BG)}$ یک متریک زمینه است که کلاسیکی است و عملگر نیست و اصل علیت بوسیله این متریک تعریف می‌شود. $h_{\mu\nu}$ نیز بخش کوانتومی متریک است که به صورت عملگر در نظر گرفته می‌شود. بنابراین نظریه میدان کوانتومی گرانشی تبدیل به کوانتش میدان $h_{\mu\nu}$ می‌شود و به عبارت بهتر این میدان $h_{\mu\nu}$ است که روی متریک زمینه $g_{\mu\nu}^{(BG)}$ انتشار پیدا می‌کند. اما برای کوانتش میدان $h_{\mu\nu}$ نیز مشکلات دیگری ظاهر می‌شود. بینهایت‌هایی که در نظریه میدان‌های کوانتومی ظاهر می‌شوند و بوسیله روش باز بهنجارش حذف می‌شوند، برای میدان گرانشی حذف نمی‌شوند و تنها تا تقریب یک حلقه می‌توان تئوری را باز بهنجار کرد. برای اینکه تا تقریب یک حلقه نیز باز بهنجارش به صورت هموردا صورت گیرد، باید متریک زمینه را یک متریک خمیده در نظر گرفت (زیرا اگر متریک زمینه تخت باشد، کوانتش به صورت هموردا صورت نمی‌گیرد). در اینجا نظریه میدان‌های کوانتومی در فضا - زمان خمیده پا به عرصه وجود می‌گذارد. لازم به ذکر است که در برهم کنش میدان اسکالر با میدان گرانشی در فضا - زمان خمیده برای به دست آوردن یک کنش مؤثر باز بهنجارپذیر باید جملاتی به معادله اینشتین اضافه شود که منجر به معادلات حرکت با مشتقات مراتب بالاتر از دو می‌شود [۲].

۴- مهم‌ترین مشکلی که در کوانتیزه کردن میدان گرانشی وجود دارد، مفهوم زمان است. در دو نظریه نسبیت عام و مکانیک کوانتومی زمان به صورت متفاوتی ظاهر می‌شود. در مکانیک کوانتومی زمان به

1. Dewitt
2. Background field method

صورت یک پارامتر که تحوّل سیستم را بیان می‌کند ظاهر می‌شود و رفتار آن متفاوت با مکان است. زیرا مکان به صورت عملگر عمل می‌کند. اما در نسبیت عامّ زمان به صورت یک بعد از فضا - زمان ظاهر می‌شود که رفتار آن مانند فضا است. در نظریه میدان‌های کوانتومی رفتار فضا - زمان شبیه به رفتار آن در نسبیت است زیرا هر دو به صورت پارامتر عمل می‌کنند. اما اختلافات دیگری هنوز موجودند، مثلاً فضا سه بعد دارد ولی زمان یک بعد! در فضا به عقب می‌توان رفت ولی در زمان نمی‌شود!

یکی از فضا - زمان‌های خمیده که بیشتر مورد توجه فیزیکدان‌ها بوده است، فضا - زمان دوسپتیه می‌باشد. در سال ۱۹۱۷ اینشتین با اعمال معادله خود به کیهان‌شناسی متوجه شد که جهان در حال انبساط است و چون در آن زمان بنابر جوّ حاکم بر دنیای علم و فلسفه جهان را ایستا تصوّر می‌کردند، لذا اینشتین برای رهایی از این مشکل جمله‌ای ثابت به معادله خود اضافه کرد که از انبساط جهان جلوگیری کند. این جمله را ثابت کیهان‌شناسی گویند. او معادله را به صورت زیر تغییر داد :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + g_{\mu\nu} \Lambda = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

در این حالت دیگر در نبود ماده، فضا - زمان تخت نیست و انحناء دارد. اینشتین طرف راست معادله را برابر صفر قرار داد (یعنی خال):

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + g_{\mu\nu} \Lambda = 0$$

در همان سال دانشمندی بنام ویلیام دوسپتیه معادله اینشتین با طرف ثانی صفر و با ثابت کیهان‌شناسی Λ مثبت را حل کرد و متریکی پیدا کرد که به آن «متریک دوسپتیه» گفته می‌شود. فضا - زمانی را که با متریک دوسپتیه مشخص می‌شود، فضا - زمان دوسپتیه گویند. این فضا - زمان تا دهه ۱۹۸۰ آنچنان مورد علاقه فیزیکدانان قرار نگرفت، اما کارهایی بر روی این فضا - زمان به طور پراکنده انجام شده است، از جمله این که:

- در دهه ۱۹۴۰-۱۹۳۰ دیراک^۳ معادله موج الکترون و فوتون را در این فضا - زمان بدست آورد.
- [۳].

• در دهه ۱۹۶۰-۱۹۴۰ ریاضیدانانی چون نیوتن^۴، توماس^۵، دیکسمیر^۶ و تاکاهاشی^۷ نمایش‌های کاهش ناپذیر گروه تقارنی فضا - زمان دوسپته را بطور کامل مورد بحث و بررسی قرار دادند [۴-۸].

• در دهه ۱۹۸۰-۱۹۶۰ نظریه میدان‌های کوانتومی برای ذرات با اسپین $(0, 1, \frac{1}{2})$ در فضا - زمان دوسپته مورد بحث و بررسی قرار گرفت [۹-۱۱].

• از دهه ۱۹۸۰ به بعد به علت حضور متریک دوسپته در مدل تورمی کیهان‌شناسی، فضا - زمان دوسپته مورد علاقه بیشتری واقع شد [۱۲]، و کوانتش میدان گرانشی در این فضا - زمان مورد مطالعه وسیعی قرار گرفت [۱۳، ۱۴]. از آن به بعد کار جدی روی این فضا - زمان آغاز گردید. مجموعه حالت‌های خلاً ممکن میدان‌های کوانتومی در سال ۱۹۸۵ توسط آلن مورد بررسی قرار گرفت [۱۴].

یکی از مشکلات مدل تورمی در آن زمان، بی‌پایان بودن تورم بود در صورتی که مدل‌های استاندارد کیهان‌شناسی پیشگویی می‌کردند که جهان باید در حال انبساط با شتاب منفی باشد یعنی تورم می‌بایست زمانی در گذشته تمام شده باشد، که در آن زمان این مسئله به عنوان یک نقص برای مدل تورمی محسوب می‌شد. در سال ۱۹۸۶ با محاسبه انتشارگر گراویتون در فضا - زمان دوسپته متوجه شدند که یک بینهایت مادون قرمز غیرعادی در این انتشارگر وجود دارد. در همان سال ایلیوپولوس و همکارانش محاسباتی را برای بدست آوردن ماتریس پراکندگی میدان اسکالر بوسیله مبادله یک گراویتون انجام دادند [۱۵] و متوجه شدند که این بینهایت برخلاف محاسبات نظریه میدان درون نمودارهای درختی ماتریس پراکندگی ظاهر می‌شود، و این می‌توانست به این معنی باشد که این بینهایت یک مفهوم فیزیکی به دنبال دارد! بنابراین به دنبال این محاسبات دانشمندان به این فکر افتادند که به وسیله این بینهایت (واگرایی مادون قرمز) بتوانند مکانیسمی برای پایان دادن به تورم در مدل تورمی پیدا کنند.

در سال ۱۹۹۶ ایلیوپولوس و همکارانش محاسباتی را برای بدست آوردن کنش مؤثر در فضا - زمان دوسپته برای میدان اسکالر و گراویتون انجام دادند [۱۶] و نشان دادند که این بینهایت‌ها تا حلقه اول ظاهر نمی‌شوند، و این نشان از آن داشت که بینهایت ظاهر شده در انتشارگر گراویتون ممکن است مفهوم فیزیکی نداشته باشد و به علت پیمانه انتخاب شده باشد، یعنی محاسبات قبلی برای محاسبه انتشارگر گراویتون اشتباه بوده است. این نتایج بعداً توسط دانشمندان دیگری نیز مورد تأیید قرار گرفت. بالاخره با معرفی یک روش جدید کوانتش نشان داده شد که از دیدگاه نظریه گروه‌ها،

واگرایی مادون قرمز بخاطر یک تبدیل پیمانه‌ای بوده است که قبلاً مورد بررسی قرار نمی‌گرفت [۱۶ - ۲۲].

از سال ۱۹۹۸ به بعد که داده‌های تجربی نشان دادند جهان ما در تقریب اول به فضا - زمان دوسویه نزدیک است، توجه آن بیشتر شده است [۱، ۱۸]. لذا کوانتش میدان^۸ در این فضا - زمان از اهمیت بالایی برخوردار است. اما در بررسی کوانتش میدان در فضا - زمان دوسویه مشکل مدصفر برای میدان اسکالر بدون جرم با جفت شدگی مینیمم ظاهر گردید و بدنبال آن اثبات شد که باید فضای جواب‌ها تحت عمل گروه دوسویه به منظور حفظ هموردایی^۹ میدان کوانتیزه شده، ناوردا باشد [۲۳]. با تعریف "مدصفر صحیح" مشاهده شد که به منظور حفظ هموردایی و برای این که فضای جواب‌ها تحت عمل گروه دوسویه ناوردا باشد، باید حالت‌های غیرفیزیکی با انرژی منفی (که دارای نرم منفی^{۱۰} هم هستند) نیز وارد نظریه شوند و روش گوپتا - بلویلر^{۱۱} یا کوانتش کرین^{۱۲} برای کوانتش هموردای این میدان که دارای تقارن پیمانه‌ای^{۱۳} است، پیشنهاد شد. همچنین پیشنهاد گردید که با اعمال روش جدید برای کوانتش میدان در مشاهده پذیرهای فیزیکی نظیر تانسور انرژی - تکانه تغییری حاصل نمی‌شود. یادآوری می‌کنیم که در نظر گرفتن حالت‌های انرژی منفی در سال ۱۹۴۲ توسط دیراک پیشنهاد شد [۲۴]، و در سال ۱۹۵۰ گوپتا [۲۵] و بلویلر [۲۶] بطور مستقل ایده مزبور را هنگام کوانتش میدان برداری به منظور حفظ ناوردایی لورنتس در نظریه الکترودینامیک کوانتومی (QED) بکار بردند. لازم به ذکر است که برای کوانتش میدان تانسوری بدون جرم با اسپین - ۲ (گرانش خطی) نیز مشکلی مشابه با میدان اسکالر بدون جرم با جفت شدگی مینیمم^{۱۴} ظاهر می‌شود و معادله این میدان نیز دارای تقارن پیمانه‌ای است. بنابراین برای کوانتش هموردای این میدان نیز روش گوپتا - بلویلر را بکار می‌گیرند. با محاسبه انتشارگر گراویتون^{۱۵}، واگرایی لگاریتمی در حد فواصل جدایی بزرگ، $\infty \rightarrow (x-x')$ ، در این انتشارگر ظاهر می‌شود که با اعمال روش گوپتا - بلویلر این واگرایی در انتشارگر و در نتیجه در دامنه پراکندگی نمودار درختی از بین می‌رود [۱۸، ۲۷].

مهم‌ترین نتیجه کوانتش جدید حذف واگرایی مادون قرمز^{۱۶} در تابع گرین^{۱۷} در حد فواصل نسبی بزرگ [۱۹، ۲۸]، و حذف واگرایی ماوراء بنفش^{۱۸} در تانسور انرژی - تکانه می‌باشد که بدین معنی است که میدان اسکالر آزاد در این روش بطور خودکار بازبهنجار است و لزومی به استفاده از روش معمول ترتیب نرمال^{۱۹} نمی‌باشد. جالب توجه است که با استفاده از روش جدید کوانتش، بازبهنجارش^{۲۰} طبیعی برای مسائل ذیل حاصل شده است:

- کوانتش میدان جرم‌دار آزاد در فضا - زمان دوسویه [۱۹].
- تابع دو نقطه گراویتون در فضا - زمان دوسویه [۱۸].
- کنش مؤثر برای میدان اسکالر در یک فضا - زمان دلخواه در تقریب تک حلقه [۲۹].

• دامنهٔ پراکندگی نمودار درختی برای میدان اسکالر با مبادلهٔ تک گراویتون در فضا - زمان دوسپته [۲۷].

• بررسی اثر کازیمیر^{۲۱} با استفاده از کوانتس در فضای کرین [۳۰].

مسائل ذکر شده در فوق الهام بخش ما در تعمیم روش جدید به نظریهٔ میدان‌های کوانتومی در فضا- زمان تخت بوده است. در این رساله، ما به بررسی کوانتس میدان‌های بوزونی و اسپینوری در فضا - زمان مینکوفسکی و نیز باز فرمول بندی نظریهٔ الکترودینامیک کوانتومی با استفاده از روش جدید کوانتس پرداخته و نشان داده‌ایم که مشکل واگرایی در نظریهٔ میدان‌های کوانتومی (QFT) با افزودن حالت‌های غیرفیزیکی^{۲۲} با انرژی منفی برطرف می‌گردد [۳۱ - ۳۳]. در واقع مشکل واگرایی هنگامی ظاهر می‌شود که حالت‌های فرکانس منفی که دستهٔ دیگر جواب‌های معادلهٔ میدان در سطح کلاسیکی‌اند، با توجه به یکی از اصول موضوعهٔ مکانیک کوانتومی یعنی شرط مثبت بودن انرژی و احتمال دور ریخته می‌شوند. اما این کار سبب شکستن ظرافت نظریهٔ میدان‌های کوانتومی استاندارد و ظاهر شدن ناهنجاری^{۲۳} می‌شود. بنابراین، وارد نمودن حالت‌های غیرفیزیکی با انرژی منفی ما را به یک نظریهٔ میدان کوانتومی که بطور خودکار باز بهنجار^{۲۴} است، رهنمون می‌گردد.

1. De Sitter
4. Newton
7. Takahashi
10. Negative norm
13. Gauge symmetry
16. Infrared
19. Normal ordering
22. Unphysical States

2. Einstein
5. Tomas
8. Field quantization
11. Gupta - Bleuler
14. Minimal coupling
17. Green function
20. Renormalization
23. Anomaly

3. Dirac
6. Dexmier
9. Covariance
12. Krein
15. Graviton propagator
18. Ultraviolet
21. Casimir
24. Renormalized

فصل اوّل

کوانتش میدان در فضای هیلبرت