



دانشگاه سمنان

دانشکده علوم پایه

گروه فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

آزمون اصل هم ارزی با استفاده از فاصله یابی لیزری زمین و ماه

توسط:

سمانه دهقانی

استاد راهنما:

دکتر نصرت ا... جعفری

دی ۱۳۹۰



دانشگاه سمنان

دانشکده علوم پایه

گروه فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک

تحت عنوان

آزمون اصل هم ارزی با استفاده از فاصله یابی لیزری زمین و ماه

ارائه شده توسط:

سمانه دهقانی

در تاریخ ۱۳ دی ماه ۱۳۹۰ توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهایی قرار گرفت:

دکتر نصرت ا... جعفری

۱- استاد راهنما

دکتر حسین غفارنژاد

۲- استاد داور داخلی

دکتر شهرام عباسی

۳- استاد مدعو

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## چکیده

اصل هم ارزی برابری جرم گرانشی و جرم لختی را بیان می کند. از طرف دیگر آزمایش فاصله یابی لیزری ماه (LLR) مشاهدات دقیقی از حرکت مداری ماه به دست می دهد که این داده ها می توانند برای آزمودن بسیار دقیقی از اصل هم ارزی استفاده شود. در حال حاضر، این آزمون مقدار  $(-1.0 \pm 1.4) \times 10^{-13}$  را برای اختلاف نسبت جرم گرانش به جرم لختی ماه و زمین بدست آورده است. این مقدار حد  $(4.4 \pm 4.5) \times 10^{-4}$  را روی پارامتر  $\eta$  و حد  $1 + (1.2 \pm 1.1) \times 10^{-4}$  را روی  $\beta$  قرار می دهد که  $\beta$  و  $\eta$  پارامترهای تقریب فوق نیوتونی نسبت عام و نظریه های گرانشی رقیب هستند. در این پایان نامه به مطالعه اصل هم ارزی و تاریخچه فاصله یابی لیزری ماه می پردازیم. داده های موجود را بررسی و مدل سازی و روش های آنالیز داده ها را توصیف می کنیم. نتایج آزمون فاصله یابی لیزری ماه برای اصل هم ارزی، اصل هم ارزی قوی و پارامتر  $\beta$  تقریب فوق نیوتونی پارامتر بندی با انتظارات نظریه نسبت عام انیشتین سازگار هستند.

کلمات کلیدی: اصل هم ارزی، فاصله یابی لیزری ماه، تقریب فوق نیوتونی

# فهرست مندرجات

۱	۱ مقدمه
۵	۲ اصل هم ارزی
۵	۲-۱ بیان اصل هم ارزی.....
۷	۲-۲ بررسی اصل هم ارزی.....
۸	۲-۲-۱ آزمون اصل هم ارزی ضعیف.....
	۲-۲-۲ چهارچوب نظری تحلیل اصل هم ارزی قوی در میدان گرانشی
۹	ضعیف.....
۱۰	۲-۳ آزمون اصل هم ارزی قوی و سیستم ماه زمین.....
۱۶	۳ فاصله یابی لیزری ماه
۱۶	۳-۱ تاریخچه ی فاصله یابی لیزری ماه.....
۱۷	۳-۲ آرایه های بازتابنده ی گوشه مکعبی.....

۲۰.....	۳-۳ ایستگاه های زمینی LLR
۲۳.....	۴-۳ بازتابنده های جدید و ترانسپوندر های لیزری روی ماه
۲۴.....	۱-۴-۳ بازتابنده های جدید
۲۷.....	۲-۴-۳ ترانسپوندر های لیزر

## ۲۹      ۴ عوامل مؤثر در مشاهده و توزیع داده های LLR

۳۰.....	۱-۴ عوامل مؤثر در مشاهده
۳۰.....	۱-۱-۴ فاز ماه
۳۱.....	۲-۴ توزیع داده ها

## ۳۴      ۵ مدل سازی آزمون LLR

۳۴.....	۱-۵ فاصله ی ایستگاه زمینی تا بازتابنده
۳۵.....	۲-۵ مدل سازی دینامیکی
۳۷.....	۱-۲-۵ دینامیک های مداری
۳۷.....	۲-۲-۵ دینامیک های چرخش ماه
۳۸.....	۳-۲-۵ عوامل مؤثر در زمین، $R_{stn}$
۳۹.....	۴-۲-۵ عوامل مؤثر در ماه، $R_{fl}$

۳-۵ مدل سازی زمان رفت و برگشت پالس لیزر..... ۳۹

۴-۵ تحلیل داده ها..... ۴۰

۱-۴-۵ برازش پارامترها و مشتقات جزئی..... ۴۰

۲-۴-۵ محاسبات..... ۴۱

## ۶ فاصله یابی لیزری زمین و ماه و آزمون اصل هم ارزی ۴۲

۱-۶ تحلیل داده های LLR برای آزمون اصل هم ارزی..... ۴۲

۱-۱-۶ پنج حل انجام شده برای تحلیل داده ها و نتایج بدست آمده..... ۴۳

۲-۱-۶ بررسی طیف باقیمانده های بعد برازش برای علائم اصل هم ارز..... ۴۴

۲-۶ نتایج گرانش نسبیتی بدست آمده از آزمون LLR..... ۴۶

۱-۲-۶ قوی ترین قید روی اصل هم ارزی قوی..... ۴۶

۲-۲-۶ تعیین پارامتر  $\beta$  در فرمول بندی PPN..... ۴۸

## ۷ کاربردهای دیگر فاصله یابی لیزری ماه ۴۹

۱-۷ کاربرد نجومی..... ۴۹

۲-۷ پیشبرد دانش مرتبط به ماه..... ۵۰

۱-۲-۷ هسته ی ماه..... ۵۱

۲-۲-۷ نوسانات آزاد ماه..... ۵۱

۵۲.....کشند ها ۳-۲-۷

۵۳.....۳-۷ فیزیک گرانش: شناخت طبیعت فضا-زمان

۵۴.....۱-۳-۷ آزمون اصل هم ارزی

۵۴.....۲-۳-۷ تغییر زمانی ثابت گرانش

۵۵.....۳-۳-۷ پیشروی ژيروسکوپ

۵۷

## ۸ نتیجه گیری

۵۸ پیوست الف : تقریب فوق نیوتونی پارامتر بندی PPN

۶۲ پیوست ب : بازتابنده ی گوشه مکعبی

۶۴ پیوست پ : تکنیک کلیدزنی Q

پیوست ت : انحراف فاصله ی زمین-ماه از مقدار میانگین ناشی

۶۵ از گرانش خورشید

۶۶ پیوست ث : بررسی نظریه ی استحفاظ گرانشی-اثر مجرانا

۶۸

مراجع



## فصل ۱

### مقدمه

اصل هم ارزی که از آزمون های تجربی نتیجه شده است، برابری جرم گرانشی و جرم لختی را بیان می کند به عبارتی برای همه ی اجسام نسبت جرم گرانشی به جرم لختی  $M_G/M_I$  مقداری ثابت است. از اصل هم ارزی می توان به این نتیجه رسید که میدان گرانشی همگن ساکن در یک آسانسور با سقوط آزاد آشکار نمی شود.

بنابراین در هر نقطه ی فضا-زمان در یک میدان گرانشی دلخواه می توان دستگاه مختصات لخت محلی ای انتخاب کرد که در ناحیه به اندازه کافی کوچک در اطراف آن نقطه (ناحیه ای که میدان گرانش در سراسر آن ثابت باشد)، قوانین طبیعت همان شکل قوانین در دستگاه مختصات دکارتی بدون شتاب در غیاب گرانش (شکل قوانین داده شده در نسبیت خاص) خواهند داشت. اصل هم ارزی را به دو دسته تقسیم بندی می کنند:

۱ - اصل هم ارزی قوی<sup>۱</sup>: که همان تفسیری است که بالا ارائه شد و منظور از قوانین طبیعت، همه ی قوانین طبیعت است.

۲ - اصل هم ارزی ضعیف<sup>۲</sup>: که همان بیان ارائه شده برای اصل هم ارزی است اما به جای قوانین طبیعت، قوانین حرکت جایگزین می شود.

---

<sup>۱</sup> Strong Equivalence Principle (SEP)

<sup>۲</sup> Weak Equivalence Principle (WEP)

گاهی اصل هم ارزی را به دو تفسیر اصل هم ارزی نیمه قوی (که شامل همه ی پدیده ها به غیر از گرانش می شود) و اصل هم ارزی بسیار قوی ( که همه ی پدیده ها را دربر می گیرد) تقسیم می کنند. با توجه به تفسیر بالا از اصل هم ارزی و مشابهت آن با اصل موضوعه ی گوس، اگر گرانش مستقل از محیط گرانشی اطراف باشد، می توان گرانش را به عنوان ویژگی هندسی خمش فضا-زمان قلمداد کرد. نسبت عام بر پایه ی این اصل شکل گرفت و همه ی نظریه هایی که خمش فضا-زمان را پذیرفته اند، از اصل هم ارزی تبعیت می کنند.

آزمون های زیادی برای آزمودن اصل هم ارزی طراحی و اجرا شده است. از جمله آزمایشات اصل هم ارزی ضعیف می توان به آزمایشات گروه اتوش اشاره کرد که دقت این آزمایشات برای اصل هم ارزی از مرتبه ی  $10^{-13}$  است. همچنین آزمون هایی برای آزمودن اصل هم ارزی قوی در میدان گرانشی قوی و ضعیف طراحی شدند که بالاترین دقت این آزمایشات مربوط به آزمون فاصله یابی لیزری زمین و ماه است. در این آزمون از فرمول بندی  $PPN^1$  برای بررسی حرکت مداری ماه استفاده شده است چرا که حرکت مداری ماه تحت تأثیر میدان گرانشی ضعیف قرار دارد. حساسیت اصلی مدار ماه به اصل هم ارزی از شتاب گرانشی زمین و ماه توسط خورشید می آید. اختلاف شتاب زمین و ماه در نتیجه ی نقض اصل هم ارزی، جمله ای اختلالی در فاصله ی ماه با دوره تناوب هلالی  $29,53$  روزه ایجاد می کند که دامنه ی آن متناسب با اختلاف نسبت جرم گرانشی به جرم لختی برای زمین و ماه است. در فصل ۲ نقض اصل هم ارزی با فرمول بندی  $PPN$  بررسی و جابجایی مدار ماه به سمت خورشید در نتیجه ی نقض اصل هم ارزی محاسبه شده است.

این آزمون برای اولین بار توسط دیکی در سال ۱۹۵۰ پیشنهاد شد و با ساخت لیزر و قرار گرفتن اولین آرایه ی بازتابنده ی گوشه مکعبی<sup>۲</sup> طی مأموریت آپولو ۱۱، فاصله یابی لیزری ماه LLR در سال ۱۹۶۹ به حقیقت پیوست. آرایه های بازتابنده ی دیگری طی مأموریت های آپولوی ناسا و لونای شوروی<sup>۳</sup> روی ماه قرار گرفتند و ایستگاه های زمینی بسیاری این فاصله یابی را انجام دادند. از جمله ی این ایستگاه ها می توان به سیستم فاصله یابی لیزری مکدالنالد<sup>۴</sup> MLRS در تگزاس و کژ آزر<sup>۵</sup> OCA نزدیک گراسه<sup>۶</sup> فرانسه اشاره کرد که دقت اولیه ی اندازه گیری فاصله یابی را از  $20\text{ cm}$  به  $2\text{ cm}$  افزایش دادند. همچنین ایستگاه آپاچ پوینت فاصله یابی لیزری ماه APOLLO در نیومکزیکو که فعالیت مؤفقیتم آمیز آن از سال ۲۰۰۶ آغاز شده است،

<sup>۱</sup> Parametrized Post-Newtonian (PPN)

<sup>۲</sup> Cube corner retroreflector

<sup>۳</sup> Soviet Luna

<sup>۴</sup> McDonald Laser Ranging System (MLRS)

<sup>۵</sup> de la Côte d'Azur (OCA)

<sup>۶</sup> Grasse

دقت اندازه گیری را به ۱ mm افزایش داده است. امروزه بازتابنده های جدیدی جهت بهبود دقت اندازه گیری طراحی شده اند که از آنجمله می توان به بازتابنده جدید<sup>۱</sup> LLRRA-21 اشاره کرد که دقت فاصله یابی را ۱۰۰ برابر افزایش خواهد داد و از مرتبه ی ۱۰۰ تا ۱۰ میکرومتر خواهد کرد. تاریخچه ی عملکرد فاصله یابی لیزری LLR و پیشرفت های امروزه آن در فصل ۳ به تفصیل شرح داده شده است.

عوامل زیادی از جمله ویژگی های تلسکوپ به کار گرفته شده، زمان انتخابی در شبانه روز و فصل انتخاب شده روی نتایج بدست آمده از فاصله یابی تأثیر می گذارد. این عوامل و توزیع داده ها بر حسب زاویه ی کشیدگی ماه از خورشید و همچنین بر حسب آنومالی متوسط سالانه در فصل ۴ بررسی شده است. زمان محاسبه در این آزمون معادل فاصله ی ایستگاه زمینی تا بازتابنده است و این فاصله وابسته به حرکت مداری ماه، بردار ایستگاه زمینی و بردار بازتابنده است بنابراین نه تنها عوامل تأثیرگذار روی مدار بلکه عوامل مؤثر روی زمین و ماه نیز باید مورد بررسی قرار گیرند. در نتیجه برای تحلیل مؤفیت آمیز داده های LLR نیازمند مدل دینامیکی دقیق و یک تقویم نجومی منظومه ی شمسی در سطح بالا هستیم که شامل همه ی عوامل مؤثر در فاصله ی بین ایستگاه زمینی و بازتابنده ی روی ماه شود.

مدل دینامیکی که باید برای تحلیل داده ها در دقت بالای 1 mm بکار برده شود، مستلزم در نظر گرفتن همه ی اثرات کلاسیکی و نسبیتی در حرکت مداری و چرخشی ماه و زمین است. در مدل JPL که یکی از برنامه های تحلیل داده های LLR است، معادلات نسبیتی در چهارچوب گرانیگاه منظومه ی شمسی معتبر هستند. این همان چیز است که مورد نیاز ماست چرا که با استفاده از دینامیک سیستم ماه-زمین-خورشید در چهارچوب لخت گرانیگاه منظومه ی شمسی، می توان قسمت عمده ی حساسیت حرکت مداری ماه به نقض اصل هم ارزی را نشان داد.

زمان رفت و برگشت نور لیزر از ایستگاه فاصله یاب روی زمین تا بازتابنده که حدوداً ۲٫۵ ثانیه است در واقع جمع مدت زمان سپری شده در مسیرهای رفت و برگشت بعلاوه تأخیر زمانی در نتیجه ی عبور از اتمسفر زمین و تأخیر زمانی در نتیجه ی گرانش نسبیتی است. با توجه به استفاده ی چهارچوب گرانیگاه منظومه ی شمسی در مدل دینامیکی، برای تبدیل زمان اندازه گیری شده از دید ناظر زمینی به زمان چهارچوب گرانیگاه منظومه ی شمسی نیازمند تبدیل زمانی هستیم. در فصل ۵ مدل دینامیکی و عوامل تأثیر گذار بر زمین و ماه، همچنین مدل زمان رفت و برگشت پالس لیزری بررسی شده است

در مدل به کار گرفته شده، پارامترهای زیادی وجود دارد به گونه ای که از تحلیل داده های LLR حدوداً ۱۷۰ پارامتر به کار گرفته شده در مدل تخمین زده می شوند. مراحل انجام شده در تحلیل داده ها در فصل ۵ توضیح داده شده است. در تحلیل داده ها برای آزمون اصل هم ارزی که در فصل ۶ بیان شده است،

<sup>۱</sup> Lunar Laser Ranging RetroReflector Array for the 21<sup>st</sup> Century

هیچ مدرک مهمی برای نقض اصل هم ارزی در مقایسه با عدم قطعیت آن وجود ندارد و نتیجه ی نهایی برای  $[ (M_G/M_I)_E - (M_G/M_I)_M ]_{EP}$  برابر با  $(-1.0 \pm 1.4) \times 10^{-13}$  است. از آنجا که نتیجه آزمون SEP با تفریق مقدار بدست آمده برای EP از مقدار نتیجه ی آزمایشگاهی WEP بدست می آید، این نتیجه برابر است با  $[ (M_G/M_I)_E - (M_G/M_I)_M ]_{SEP} = (-2.0 \pm 2.0) \times 10^{-13}$  که تفاوت مهمی از صفر نسبت عام ندارد. همچنین با توجه به ارتباط آزمون SEP با پارامتر های فوق نیوتونی پارامتر بندی در نظریه های ناوردای لورنتسی،  $\eta = 4\beta - \gamma - 3 = (4.4 \pm 4.5) \times 10^{-4}$ . در این رابطه  $\eta$  پارامتری است که بر نقض اصل هم ارزی دلالت می کند و  $\beta$  و  $\gamma$  پارامتر های فوق نیوتونی هستند. با استفاده از نتیجه ی بدست آمده توسط ماهواره ی کاسینی برای  $\gamma = (1.2 \pm 1.1) \times 10^{-4}$  بدست می آید که دقیقترین مقدار تعیین شده در حال حاضر است.

آزمون فاصله یابی لیزری ماه در پیشرفت حوزه های علمی دیگر به کار برده شده است، از جمله نجوم، ماه شناسی، دینامیک زمین و دیگر مسائل مربوط به شاخه ی گرانش فیزیک. در فصل ۷ تعدادی از کاربردهای این آزمون در زمینه های ذکر شده، توضیح داده شده است.

## فصل ۲

# اصل هم ارزی<sup>۱</sup>

در این فصل تاریخچه ی اصل هم ارزی را مرور می کنیم و چهارچوب نظری تحلیل اصل هم ارزی قوی در میدان گرانشی ضعیف را توضیح می دهیم و برای سیستم ماه-زمین بکار می بریم.

## ۲ ۴ بیان اصل هم ارزی

ماهیت حرکت اجسام افتان از قرن ها پیش مسئله ای مورد علاقه در فلسفه ی طبیعی بوده است. در قرن چهارم پیش از میلاد، ارسطو مدعی بود که "حرکت رو به پایین هر جسم که وزنی دارد، متناسب با اندازه اش، تندتر است." یعنی جسم سنگین تر، سریعتر سقوط می کند. مدتها بعد در قرن چهاردهم میلادی گالیله حکم درست را صادر کرد که "اگر اثر مقاومت هوا حذف شود، همه اجسام با سرعت یکسان سقوط می کنند."

تا قبل از اسحاق نیوتون مقام این حکم تا حد یک اصل بالا نرفت. اما نیوتون آن را چنان مهم انگاشت که نخستین بند از رساله ی بزرگ خود، یعنی اصول ریاضی فلسفه ی طبیعی را به آن اختصاص داد. نیوتون

---

<sup>۱</sup> Equivalence Principle (EP)

یکی بودن جرم لختی و جرم گرانشی را به عنوان اصل هم ارزی بیان کرد. بنابراین می توان گفت اصل هم ارزی، برابر بودن نسبت جرم گرانشی به جرم لختی را برای اجسام مختلف بیان می کند:

$$\frac{M_G}{M_I} = k \quad (1-2)$$

که برای سادگی می توان  $k$  را برابر ۱ در نظر گرفت. جرم لختی  $M_I^1$  یعنی خاصیتی از جسم که چگونگی پاسخ به نیروی اعمال شده را تعیین می کند و  $M_G^2$  جرم گرانشی است که چگونگی پاسخ به میدان گرانشی اعمال شده را تعیین می کند.

حرکت سقوط آزاد اجسام را در نظر بگیرید. با استفاده از قانون دوم نیوتون و رابطه (۱-۲) خواهیم داشت:

$$M_I a = M_G g \Rightarrow \frac{M_G}{M_I} = \frac{a}{g} = 1$$

با فرض ثابت بودن  $g$  در یک ارتفاع معین بالای سطح زمین، چنانچه نسبت جرم گرانشی به جرم لختی برای تمام اجسام یکی باشد، در نتیجه شتاب سقوط آزاد اجسام خنثی مختلف آزمون در میدان گرانشی خارجی که از یک ارتفاع رها شده اند، یکسان خواهد بود

با توجه به مطلب بالا، اینشتین از اصل هم ارزی به این نتیجه رسید که میدان گرانشی همگن ساکن (مستقل از زمان) در یک آسانسور با سقوط آزاد آشکار نمی شود. اگرچه نیروهای لختی به طور دقیق نیروهای گرانشی اعمال شده به سیستم های سقوط آزاد در میدان گرانشی غیر همگن یا وابسته به زمان را حذف نمی کنند اما می توانیم با محدود کردن توجه مان به ناحیه های کوچکی از فضا-زمان که میدان در آن ناحیه ها تغییرات خیلی کوچکی دارد، این نتیجه گیری را به طور تقریبی داشته باشیم.

بنابراین اصل هم ارزی را می توان اینگونه بیان کرد:

در هر نقطه ی فضا-زمان در یک میدان گرانشی دلخواه می توان دستگاه مختصات لخت محلی ای<sup>۳</sup> انتخاب کرد که در ناحیه به اندازه کافی کوچک در اطراف آن نقطه (ناحیه ای که میدان گرانش در سراسر آن ثابت باشد)، قوانین طبیعت همان شکل قوانین در دستگاه مختصات دکارتی بدون شتاب در غیاب گرانش (شکل قوانین داده شده در نسبیت خاص) را خواهند داشت.

---

<sup>۱</sup> Inertial mass

<sup>۲</sup> Passive gravitational mass

<sup>۳</sup> Locally inertial coordinate system

اصل هم ارزی را در دو دسته تقسیم بندی می کنند:

۱- اصل هم ارزی قوی<sup>۱</sup>: که همان تفسیری است که بالا ارائه شد و منظور از قوانین طبیعت، همه ی قوانین طبیعت است.

۲- اصل هم ارزی ضعیف<sup>۲</sup>: که همان بیان ارائه شده برای اصل هم ارزی است اما به جای قوانین طبیعت، قوانین حرکت ذرات سقوط آزاد جایگزین می شود.

گاهی اصل هم ارزی قوی را به دو تفسیر اصل هم ارزی نیمه قوی (که شامل همه ی پدیده ها به غیر از گرانش می شود) و اصل هم ارزی بسیار قوی (که همه ی پدیده ها را دربر می گیرد) تقسیم می کنند. این بیان از اصل هم ارزی با اصل موضوعه گوس که در هر نقطه روی یک سطح خمیده می توان یک دستگاه مختصات دکارتی محلی بنا کرد، مشابهت دارد (گوس این اصل را پایه هندسه ناقلیدسی<sup>۳</sup> قرار داده است). بنابراین اگر فیزیک گرانش مستقل از محیط گرانشی اطراف باشد، می توان گرانش را به عنوان ویژگی هندسی ای از فضا-زمان قلمداد کرد. در نتیجه ی این مشابهت عمیق ما انتظار داریم که قوانین گرانش مشابهت زیادی با فرمول های هندسه ریمانی<sup>۴</sup> داشته باشند [۱].

## ۲-۲ بررسی اصل هم ارزی

جرم مواد مختلف شامل نسبت های متفاوتی از جرم نوترونها، پروتونها، الکترونها، انرژی های پیوندی هسته ای و اتمی و خود انرژی گرانشی است. اگر نسبت جرم گرانشی به لختی برای تمام اجزای تشکیل دهنده جسم برابر باشد...  $\left(\frac{M_G}{M_I}\right)_n = \left(\frac{M_G}{M_I}\right)_p = \dots$  این نسبت برای همه ی اجسام برابر خواهد بود که تعبیر اصل هم ارزی می باشد.

اجسام آزمون با توجه به اندازه و جرمشان دارای خود انرژی گرانشی متفاوتی هستند. اجسام آزمون در اندازه ی آزمایشگاهی شامل کسر ناچیزی از خود انرژی گرانشی هستند و این مقدار با توجه به اینکه دقت آزمون اصل هم ارزی از مرتبه ی  $10^{-13}$  است، در بررسی اصل هم ارزی هیچ نقشی ندارد. اما در اندازه های بزرگتر مانند اجرام سماوی نمی توان آن را نادیده گرفت. بنابراین نتایج بدست آمده از آزمون های اصل هم ارزی برای اجسام آزمایشگاهی کامل نیست.

<sup>۱</sup> Strong Equivalence Principle (SEP)

<sup>۲</sup> Weak Equivalence Principle (WEP)

<sup>۳</sup> Non-Euclidean geometry

<sup>۴</sup> Riemannian geometry

برای جسم B به جرم  $M_B$  خود انرژی گرانشی نسبی:

$$\left(\frac{U}{Mc^2}\right)_B = -\frac{G}{2M_B c^2} \int_B d^3x d^3y \frac{\rho_B(x)\rho_B(y)}{|x-y|} \quad (2-2)$$

برای کره ای به جرم  $M$  و شعاع  $R$  و چگالی یکسان،  $U/Mc^2 = -3GM/5Rc^2 = -3v_E^2/10c^2$  که در آن سرعت فرار است. به علت ضعیف بودن گرانش، مقدار تقریبی ارزیابی شده ی این نسبت برای اجرام با اندازه ی آزمایشگاهی  $U/Mc^2 \sim 10^{-25}$  و برای خورشید با استفاده از مدل استاندارد خورشیدی<sup>۱</sup>  $(U/Mc^2)_S \sim -3.52 \times 10^{-6}$  است [۲].

بنابراین آزمون اصل هم ارزی EP به دو شکل اصل هم ارزی ضعیف به همراه اجسام آزمایشگاهی، و اصل هم ارزی قوی به همراه اجرام با ابعاد نجومی انجام می شود.

## ۲-۲-۱ آزمون اصل هم ارزی ضعیف

آزمون های دقیق EP در آزمایشگاه با مقایسه ی شتاب سقوط آزاد اجسام مختلف آزمون،  $a_1$  و  $a_2$  انجام می شود:

$$M_I a = M_G g \Rightarrow a = \frac{M_G}{M_I} g \Rightarrow a_1 - a_2 = \left(\frac{M_G}{M_I}\right)_1 g - \left(\frac{M_G}{M_I}\right)_2 g \Rightarrow \frac{\Delta a}{g} = \Delta \left(\frac{M_G}{M_I}\right)$$

آزمایشات زیادی برای بررسی اصل هم ارزی ضعیف انجام شده است، آزمایشات اولیه با استفاده از آونگ انجام شد. در اواخر قرن نوزدهم میلادی، اتوش<sup>۲</sup> با به کار بردن طرحی نو (ترازوی پیچشی) دقت آزمایش را تا مرتبه ی  $5 \times 10^{-8}$  بالا برد. آزمایشات دیگری با به کار گیری همین وسیله و با در نظر گرفتن خورشید به عنوان چشمه ی گرانشی به سرپرستی دیکی<sup>۳</sup> انجام شد که دقت آزمایش را تا مرتبه ی  $10^{-11}$  افزایش داد. آزمایشات گروه اتوش<sup>۴</sup> با بررسی تعادل پیچشی دستگاه هایی به مراتب پیچیده تر، دقت آزمون را تا مرتبه ی  $10^{-13}$  بالا بردند. برای حذف نوفه های لرزه ای (مرتعش) آزمایشات فضایی طراحی شدند.

<sup>۱</sup> مدل استاندارد خورشیدی از قوانین بقا و معادلات فیزیکی انتقال انرژی نتیجه می شود. در این مدل، خورشید به صورت کره ای گازی (پلازما) که دارای تقارن کروی است در نظر گرفته می شود و توسط درخشش، شعاع، سن و ترکیبات خورشیدی محدود می شود.

<sup>۲</sup> Eötvös

<sup>۳</sup> Dike

<sup>۴</sup> Eöt-Wash



آزمون STEP<sup>۱</sup> برای اولین بار در دانشگاه استنفورد<sup>۲</sup>، تقریباً ۴۰ سال پیش پیشنهاد شد که بالاترین دقت مورد نظر برای این آزمون ها از مرتبه ی  $10^{-18}$  است. همچنین آزمایش میکروسکوپ<sup>۳</sup> که نمونه ی ساده تری از آزمایش STEP است و آزمایش گالیله<sup>۴</sup> نیز انجام گرفتند که دقت مورد نظر آزمایش میکروسکوپ برای آزمون WEP از مرتبه ی  $10^{-15}$  و دقت آزمایش GG برای آزمون WEP از مرتبه ی  $10^{-17}$  است. دقت آزمون فاصله یابی لیزری ماه<sup>۵</sup> برای آزمودن اصل هم ارزی ضعیف از مرتبه ی  $10^{-13}$  است [۳].

برقراری اصل هم ارزی برابری نسبت  $M_G/M_I$  را برای اجسام مختلف آزمایشگاهی (که در پیوند های هسته ای، نسبت نوترون به پروتون و بارهای اتمی متفاوت هستند) نتیجه می دهد. این موضوع بیان کننده این مطلب است که ویژگی های گرانشی برهم کنش های قوی و الکتروضعیف از اصل هم ارزی تبعیت می کنند، به عبارتی اجسام مختلف خنثی صرفه نظر از ساختار و ترکیب داخلی آنها دارای شتاب سقوط آزاد یکسان هستند. بنابراین در چهارچوب لخت سقوط آزاد، میدان گرانشی خارجی تنها به صورت برهم کنش کشندی ظاهر می شود و جدای از این تصحیح کشندی، اجسام سقوط آزاد به گونه ای رفتار می کنند که گرانش خارجی حضور ندارد.

بسط مدل استاندارد فیزیک ذرات (نظریه ی پیمانه ای سه برهم کنش طبیعت بجز برهمکنش گرانشی را مدل استاندارد فیزیک ذرات می گویند، که کوششی برای وحدت نیروها بوده است.) شامل نیروهای مبادله شده ی کوانتمی یوکاوا گونه ی بلند برد است که وابسته به سایر بارهای ماده است (به عنوان مثال عدد باریونی)، و از آنجا که این بارها در مواد شیمیایی مختلف، متفاوت هستند وجود این نیروهای جدید، WEP را نقض می کنند. البته تاکنون هیچ مدرکی دال بر وجود این نیروها به دست نیامده است.

## ۲-۲-۲ چهارچوب نظری تحلیل اصل هم ارزی قوی در میدان گرانشی ضعیف

در ۳۵ سال اخیر از تقریب فوق نیوتونی پارامتر بندی<sup>۶</sup> برای بررسی SEP استفاده کرده اند. برای بررسی نقض SEP در این فرمول بندی نسبت جرم گرانشی به جرم لختی به صورت زیر بیان می شود:

$$\left[ \frac{M_G}{M_I} \right]_{SEP} = 1 + \eta \left( \frac{U}{Mc^2} \right) \quad (۳-۲)$$

<sup>۱</sup> Satellite Test of Equivalence Principle

<sup>۲</sup> stanford

<sup>۳</sup> Microscope

<sup>۴</sup> Galileo Galilei (GG)

<sup>۵</sup> Lunar Laser Ranging (LLR)

<sup>۶</sup> Parametrized post-Newtonian (PPN)

که در آن  $M$  جرم جسم،  $U$  خود انرژی گرانشی است ( $U < 0$ ) و  $Mc^2$  جرم-انرژی کل جسم است. مقدار خود انرژی گرانشی نسبت به جرم-انرژی کل جسم، به طور دقیق از انتگرال گیری عددی معادله ی (۲-۲) بدست می آید.  $\eta$  ثابت بدون بعدی است که بر نقض SEP دلالت می کند و با استفاده از پارامترهای PPN<sup>۱</sup> به صورت زیر تعریف می شود [۴]:

$$\eta \equiv 4\beta - \gamma - 3 - \alpha_1 + \frac{2}{3}\alpha_2 - \frac{2}{3}\zeta_1 - \frac{1}{3}\zeta_2 - \frac{13}{3}\xi_w \quad (۴-۲)$$

در نظریه های گرانشی ناوردای لورنتسی و بقای کامل انرژی-تکانه داریم:

$$\eta = 4\beta - \gamma - 3 \quad (۵-۲)$$

در نسبت عام  $\beta = 1$  و  $\gamma = 1$ ، بنابراین  $\eta = 0$  که تبعیت از اصل هم ارزی قوی را نشان می دهد.

## ۲-۳ آزمون اصل هم ارزی قوی و سیستم ماه-زمین

صحت اصل هم ارزی قوی را می توان با مطالعه ی حرکت مداری اجرام سماوی بررسی کرد. به این منظور نوردوت<sup>۲</sup> از فرمول بندی PPN برای بررسی حرکت مداری ماه استفاده کرد. محاسبه ی شتاب گرانشی ماه نسبت به زمین با استفاده از این فرمول بندی پی آمد مهمی داشت: جملات به طور کامل یکدیگر را حذف نمی کردند و اختلاف کوچکی در شتاب ها باقی می ماند. این اختلاف شتاب که وابسته به انرژی بستگی گرانشی است، اکنون اثر نوردوت خوانده می شود.

با استفاده از دینامیک سیستم ماه-زمین-خورشید در چهارچوب لخت گرانیگاه منظومه ی شمسی می توان قسمت عمده حساسیت حرکت مداری ماه به نقض اصل هم ارزی را نشان داد. مرکز جرم منظومه ی خورشیدی با فرمول اصلاح شده ی نیوتونی زیر تعریف می شود:

$$\sum_i \mu_i^* \mathbf{r}_i = 0 \quad \text{و} \quad \mu_i^* = \mu_i \left\{ 1 + \frac{1}{2c^2} v_i^2 - \frac{1}{2c^2} \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j}{r_{ij}} \right\}$$

که در آن  $\mu_i = GM_i$  و  $v_i$  سرعت گرانیگاه جسم  $i$ ام است. بنابراین همه ی مقادیر دینامیکی نسبت

به گرانیگاه منظومه ی خورشیدی بیان می شود.

در این چهارچوب شتاب شبه نیوتونی ماه نسبت به زمین با در نظر گرفتن اثرات کشندی گرانش

خورشید به صورت زیر محاسبه می شود:

<sup>۲</sup> پارامترهای PPN در پیوست الف معرفی شده اند.

<sup>۱</sup> K. Nordtvedt

$$\begin{cases} a_M = \left(\frac{M_G}{M_I}\right)_M \left[ \mu_S \frac{\mathbf{r}_{MS}}{r_{MS}^3} + \mu_E \frac{\mathbf{r}_{ME}}{r_{ME}^3} \right] \\ a_E = \left(\frac{M_G}{M_I}\right)_E \left[ \mu_S \frac{\mathbf{r}_{ES}}{r_{ES}^3} - \mu_M \frac{\mathbf{r}_{EM}}{r_{EM}^3} \right] \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$a_M - a_E = \left[ \mu_M \left(\frac{M_G}{M_I}\right)_E + \mu_E \left(\frac{M_G}{M_I}\right)_M \right] \frac{\mathbf{r}_{ME}}{r_{ME}^3} + \mu_S \left(\frac{M_G}{M_I}\right)_M \frac{\mathbf{r}_{MS}}{r_{MS}^3} - \mu_S \left(\frac{M_G}{M_I}\right)_E \frac{\mathbf{r}_{ES}}{r_{ES}^3}$$

که با در نظر گرفتن  $\mu^* = \left[ \mu_M \left(\frac{M_G}{M_I}\right)_E + \mu_E \left(\frac{M_G}{M_I}\right)_M \right]$  خواهیم داشت:

$$a_M - a_E = \mu^* \frac{\mathbf{r}_{ME}}{r_{ME}^3} + \mu_S \left(\frac{M_G}{M_I}\right)_M \frac{\mathbf{r}_{MS}}{r_{MS}^3} - \mu_S \left(\frac{M_G}{M_I}\right)_E \frac{\mathbf{r}_{ES}}{r_{ES}^3} \quad (۶-۲)$$

در آن  $\mu_k = GM_k$ . شتاب بالا برای بررسی هر دو صورت اصل هم ارزی مفید است. برای بررسی

SEP می توان معادله ی (۲-۲) را در معادله ی (۶-۲) جایگزین کرد:

$$a_M - a_E = \mu^* \frac{\mathbf{r}_{ME}}{r_{ME}^3} + \mu_S \left[ \frac{\mathbf{r}_{MS}}{r_{MS}^3} - \frac{\mathbf{r}_{ES}}{r_{ES}^3} \right] + \eta \mu_S \left[ \left(\frac{u}{Mc^2}\right)_M \frac{\mathbf{r}_{MS}}{r_{MS}^3} - \left(\frac{u}{Mc^2}\right)_E \frac{\mathbf{r}_{ES}}{r_{ES}^3} \right] \quad (۷-۲)$$

حضور  $\eta$  در  $\mu^*$ ، قانون سوم کپلر (این قانون برای ارتباط بین نیم محور اصلی و بسامد مداری است

$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3 \Rightarrow n^2 a^3 = \mu^*$ ) را تحت تأثیر قرار می دهد این جمله جالب توجه است اما در آزمون فاصله

یابی لیزری زمین و ماه LLR، پارامتر حل است یا در حداقل عدم قطعیت است. بنابراین جمله ی

اول در بررسی LLR نقشی ندارد، اگرچه اثر آن به طور ضمنی در حل های LLR وجود دارد. جمله دوم که

اختلاف شتاب به سمت خورشید را دربرمی گیرد، شتاب کشندی نیوتونی است. جمله سوم که دربرگیرنده ی

خود انرژی گرانشی است، حساسیت عمده ی آزمون LLR به اصل هم ارزی را نتیجه می دهد. چون فاصله

ی خورشید تقریباً ۳۹۰ برابر فاصله ی بین ماه و زمین است، در نتیجه این جمله  $\eta$  برابر اختلاف خود انرژی

های گرانشی دو جسم درشتاب مرکز جرم زمین-ماه است:

$$\eta \mu_S \left[ \left(\frac{u}{Mc^2}\right)_M \frac{\mathbf{r}_{MS}}{r_{MS}^3} - \left(\frac{u}{Mc^2}\right)_E \frac{\mathbf{r}_{ES}}{r_{ES}^3} \right] \sim \eta \left[ \left(\frac{u}{Mc^2}\right)_E - \left(\frac{u}{Mc^2}\right)_M \right] \mu_S \frac{\mathbf{r}_c}{r_c^3}, \quad \mathbf{r}_c = \frac{M_M \mathbf{r}_{MS} + M_E \mathbf{r}_{ES}}{M_M + M_E}$$

این جمله ی کشندی مرتبط با EP، که همان اختلال نوردوت است، سبب جابه جایی مدار ماه به

سمت خورشید می شود، اما این دراز شدن آنقدر ادامه نمی یابد تا ماه به خورشید برسد، چون به دلیل گردش

زمین به دور خورشید، جهت گیری زمین نسبت به خورشید تغییر می کند. در نتیجه مدار ماه فقط کمی به

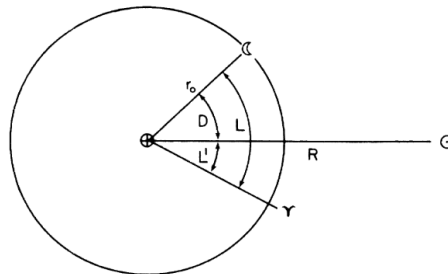
سمت خورشید جابه جا می شود:

$$\Delta r = S \left[ \left( \frac{M_G}{M_I} \right)_E - \left( \frac{M_G}{M_I} \right)_M \right] \cos D \quad (۸-۲)$$

در اینجا  $S$  فاکتور مقیاس و در حدود  $2.9 \times 10^{13} \text{ mm}$  است. با جایگزین کردن معادله ی (۲-۲) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \Delta r = S \eta \left[ \frac{u_E}{M_E c^2} - \frac{u_E}{M_M c^2} \right] \cos D \\ c_0 = S \left[ \frac{u_E}{M_E c^2} - \frac{u_E}{M_M c^2} \right] \end{cases} \Rightarrow \Delta r = c_0 \eta \cos D \quad (۹-۲)$$

در آن  $D = L - \hat{L}$  زاویه ی ظاهری بین خورشید و ماه است که با چشم ناظر زمینی دیده می شود و به آن کشیدگی می گویند.



شکل ۱-۲: رابطه ی هندسی، بین میانگین طول جغرافیایی ماه  $L$  و میانگین طول جغرافیایی خورشید  $\hat{L}$ ، و کشیدگی ماه از خورشید  $D = L - \hat{L}$  (آرگمان ماه هلالی)

اختلاف خود انرژی گرانشی ماه و زمین برابر است با:

$$\begin{cases} \left( \frac{u}{Mc^2} \right)_E = -4.64 \times 10^{-10} \\ \left( \frac{u}{Mc^2} \right)_M = -1.90 \times 10^{-11} \end{cases} \Rightarrow \left( \frac{u}{Mc^2} \right)_E - \left( \frac{u}{Mc^2} \right)_M = -4.45 \times 10^{-10} \quad (۱۰-۲)$$

با جایگزین کردن آن، مقدار  $c_0$  در حدود  $۱۳ \text{ m}$  خواهد شد. در نسبت عام  $\eta = 0$ ، در نتیجه نسبت عام این انحراف شعاعی را پیشگویی نمی کند. مقدار واحدی برای  $\eta$ ، ماهانه موجب نوسان  $۱۳$  متری فاصله می شود.

در زیر محاسبه ی جابجایی مدار ماه به سمت خورشید (رابطه (۸-۲)) را در چهارچوب مرجع زمین به طور ساده مرور می کنیم [۵]:

زمین و ماه را به عنوان یک سیستم در نظر بگیرید و خورشید را به عنوان عامل بیرونی، که سیستم را تحت تأثیر قرار می دهد و سیستم زمین-ماه را به عنوان مسئله ای دو جسمی در نظر بگیرید که می توان آن را به دو مسئله ی تک جسمی تبدیل کرد [۶]: