٨٧/١/١٠١٤٩٥
٨٧/١٠/١٠
٨٧/١٠/١٠

بسم الله الرحمن الرحيم

١٠٤٢٧٤

گروه ریاضی دانشگاه تربیت معلم سبزوار

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی

عنوان :

طراحی شکل بهینه با استفاده از تئوری اندازه

نگارنده :

آرزو فضل الله

استاد راهنما :

دکتر سید ابوالفضل علوی

استاد مشاور :

دکتر سهراب عفتی

۱۳۸۷/۱۰/۰۵

زمستان ۸۶

۱۰۴۲۷۴

فرم ۱۱۳ - ت

معاونت آموزشی و تحصیلات تکمیلی
مدیریت تحصیلات تکمیلی

بسمه تعالی

فرم ارزشیابی پایان نامه تحصیلات تکمیلی

نام و نام خانوادگی دانشجو : آرزو فضل الله شماره دانشجوئی: ۸۴۲۳۱۳۱۰۸۴ رشته تحصیلی: ریاضی کاربردی
تاریخ دفاع ۸۶/۱۱/۲۴ عنوان پایان نامه : طراحی شکل بهینه با استفاده از همگرایی انداره

زمینه های ارزشیابی	موارد	حداکثر نمره	نمره کسب شده
۱- کیفیت نگارش	رعایت اصول نگارش انسجام در تنظیم بخشهای مختلف ،کیفیت تصاویز ، جداول و اشکال ،تنظیم فهرست ها ، منابع و ماخذ	۴	۳/۷۵
۲- کیفیت علمی	بررسی تاریخچه و سابقه تجربی و نظری موضوع انسجام منطقی دربخش های مختلف پایان نامه ،ابتکار و نوآوری،اهمیت و ارزش علمی پایان نامه ،استفاده از منابع معتبر و جدید ،کیفیت تجزیه و تحلیل یافته ها و نتیجه گیری ،روشن بودن روش کار ،هدف ها و فرضیه های تحقیق ،جدید بودن روش تحقیق	۹/۵	۹/۲۵
۳-کیفیت ارایه در جلسه دفاع	تسلط بر موضوع و بیان واضح وتفهیم آن ،توانایی در پاسخگویی به سوالات مطرح شده در جلسه ، رعایت زمان ارایه ، روش ارائه	۳/۵	۳/۵
۴-ارزشیابی گزارشات	گزارش های دوره ای پیشرفت کار(حداقل ۴مورد)	۱	۱
۵- اتمام به موقع دوره	در صورت دفاع در نیمسال ششم امتیاز این قسمت صفر میباشد. تبصره ۱ : در صورت چاپ مقاله در مجلات علمی و پژوهشی امتیاز تعلق می گیرد(علی رغم دفاع در ترم ششم). تبصره۲: در صورت دفاع در نیمسال هفتم علی رغم چاپ مقاله امتیاز تعلق نمی گیرد.	۱	۱
۶- خروجی پایان نامه	مقاله مستخرج از پایان نامه که توسط هیات داوران در قالب فرم ۱۱۹ - ت ارزیابی شده یا گواهی پذیرش در همایش یا کنفرانس	۱	۰
	جمع		۱۸/۵

درجه معادل کسب شده: (از ۱۸تا ۲۰عالی ☑ از۱۶تا ۱۷/۹۹بسیار خوب ☐ از ۱۴تا ۱۵/۹۹خوب ☐ از ۱۲ تا ۱۳/۹۹قابل قبول☐
کمتر از ۱۲ غیر قابل قبول☐)

مشخصات هیات داوران

ردیف	سمت	نام ونام خانوادگی	مرتبه علمی	محل کار	امضاء
۱	استاد راهنما	دکتر سید ابوالفضل علوی	دانشیار	دانشگاه تربیت معلم سبزوار	
۲	استاد مشاور	دکتر محراب علوی	استادیار	دانشگاه تربیت معلم سبزوار	
۳	داور اول	دکتر اکبر هاشمی برزآبادی	استادیار	دانشگاه علوم پایه دامغان	
۴	داور دوم	دکتر عبدالله ولی زاده	استادیار	دانشگاه تربیت معلم سبزوار	
۵	نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر محمد تقی خداداد	استادیار	دانشگاه تربیت معلم سبزوار	

تقدیم به :

مادر مهربان و دلسوز

و

پدر خوب و عزیزم

که در تمام مراحل تکمیل این پایان نامه در کنارم بودند.

تقدیر و تشکر :

از زحمات همه اساتید و دوستان و یارانی که به نوعی در انجام و تکمیل این پایان نامه مرا یاری نمودند ، قدردانی می نمایم. به ویژه جناب استاد دکتر سید ابوالفضل علوی که از تمامی زحمات و راهنمایی های ایشان در مراحل مختلف پیشرفت این پایان نامه کمال تشکر و قدردانی را دارم. همچنین از استاد مشاور ، جناب آقای دکتر سهراب عفتی به خاطر پیشنهادات مفیدشان سپاسگزارم. لازم می بینم که از مهربانی و پشتیبانی بی دریغ استاد گرانمایه ، آقای دکتر حامد هاشمی مهنه نیز سپاسگزاری نمایم که از هیچ کمکی به اینجانب ، خودداری نفرمودند. از مهندس سعید شجاعی زاده که مرا در بخش های مربوط به مکانیک این رساله همراهی و راهنمایی نمودند نیز ، ممنون و متشکرم.

چکیده :

در فصل اول پایان نامه به بیان مقدمات و مفاهیم و برخی پیش نیازهای ریاضی و به علاوه، برخی پیش نیازهای توپولوژیکی پرداخته شده و تعریف و کاربردها و تاریخچه ای از OSD نیز بیان شده است.

فصل ۲ پایان نامه در ارتباط با حل یک مساله OSD می باشد که بر اساس یک زوج از عناصر هندسی تعریف شده است (حل مساله بیضوی شکل بهینه به کمک تئوری اندازه). این زوج شامل یک مجموعه اندازه پذیر است که دامنه نامیده می شود و یک منحنی، که مرز این مجموعه می باشد. هدف مساله، پیدا کردن دامنه (شکل) بهینه برای یک تابع داده شده است به طوریکه در آن یک سیستم معادلات دیفرانسیل جزیی از نوع بیضوی با شرایط مرزی مشخص، برقرار باشد. مساله به یک مساله تئوری اندازه تبدیل شده تا طی دو مرحله، دامنه بهینه تعیین گردد.

از آنجا که فصل آخر پایان نامه مربوط به طراحی بال هواپیما با به کارگیری تئوری اندازه می باشد، لذا در یک فصل به صورت جداگانه به بیان مقدماتی بعضی مفاهیم در مکانیک سیالات پرداخته شده است که شامل بعضی تعاریف و اصطلاحات مانند تعریف ایرفویل و انواع نیروهای وارد بر جسم در ایرودینامیک می باشد و بیان فیزیکی ساده ای از مسأله طراحی بال هواپیما به منظور کمینه سازی نیروی بازدارندگی وارد بر بال از طرف هوا، را مطرح می کند. سپس در فصل بعد مساله طراحی مقطع عرضی بال هواپیما با هدف رسیدن به کمترین نیروی بازدارندگی هوا بررسی شده است. در واقع در این فصل روشی ارائه شده است که بتوان مرز یک ایرفویل نازک متقارن را طوری طراحی کرد که نیروی بازدارندگی روی آن مینیمم شود. این مساله طراحی شکل بهینه، به روش تئوری اندازه حل شده است به این ترتیب که به کمک فرآیند جانشانی، مساله یافتن شکل بهینه، به مساله مینیمم سازی یک تابعک خطی روی فضای اندازه های مثبت، تبدیل می شود. سپس مساله حاصل با یک مساله برنامه ریزی خطی از بعد متناهی تقریب زده شده و جواب این مساله برای تعیین شکل بهینه به کار برده می شود. در این پایان نامه دو مثال عددی مربوط به مسائل مطرح شده در فصول ۲ و ٤ به همراه برنامه های کامپیوتری ارائه شده است.

فهرست مطالب

فصل اول : مقدمات و مفاهیم ریاضی

۱-۱- پیشگفتار ۲

۱-۲- حساب تغییرات ۲

۱-۳- کنترل بهینه ۳

۱-٤- طراحی شکل بهینه یا OSD ۵

۱-٤-۱- OSD و بهینه سازی ٦

۱-٤-۲- پیشینه OSD ۷

۱-٤-۳- کاربردهای OSD ۱۰

۱-۵- سیستم های پارامتر توزیعی و فشرده ۱۱

۱-٦- مفاهیم توپولوژی ۱۱

۱-۷- انواع معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزیی ۲۰

۱-۸- قضایا ۲۱

فصل دوم : حل مساله بیضوی شکل بهینه به کمک تئوری اندازه

۳-۱- پیشگفتار ۲۵
۳-۲- بیان مسأله ۲۶
۳-۳- دگردیسی ۲۷
۳-۴- تقریب زدن ۳۱
۳-۵- گسسته سازی ۳۵
۳-۶- جواب بهینه ۳۶
۳-۷- روش حل مساله با ارائه یک مثال ۳۹

فصل سوم : مقدمات مکانیکی مسأله طراحی بال

٤-۱- پیشگفتار ٤٦
٤-۲- پیش نیازها ٤٦
٤-۲-۱- مفاهیم ٤٦
٤-۲-۲- اصطلاحات ٤٨
٤-۳- نیروهای آئرودینامیکی ٥١
٤-٤- تاثیر شکل بر بازدارندگی ٥٣

فصل چهارم : طراحی مقطع عرضی بال هواپیما با هدف کمینه سازی نیروی بازدارندگی

٥-۱- پیشگفتار ٥٧
٥-۲- بیان مسأله ٥٧

۵-۳- دگردیسی ٦٠
۵-٤- تقریب زدن ٦٦
۵-۵- مثال عددی ۷۲
ضمیمه ها ۷۵
مراجع و منابع ۹۱

فصل اول

مقدمات و مفاهیم ریاضی

در این فصل به بیان مقدمات و برخی پیش نیازهای ریاضی می پردازیم. شکل کلی یک معادله دیفرانسیل با مشتقات جزیی را ارائه می دهیم و همچنین قضایای گرین و نمایش ریس را بیان خواهیم کرد. برخی پیش نیازهای توپولوژیکی را نیز بیان کرده و به تعریف و بیان کاربردها و تاریخچه ای از OSD خواهیم پرداخت.

۱-۱- پیشگفتار

طراحی شکل بهینه به منظور یافتن شکل هندسی بهینه برای یک ساختار فیزیکی تحت شرایطی خاص به کار گرفته می شود. با مطالعه این موضوع پی خواهیم برد که بهترین شکل برای یک سیستم فیزیکی چیست.

به طور کلی عبارت طراحی شکل بهینه[1] زمانی به کار می رود که بخواهیم تابعی را نسبت به یک عنصر هندسی کمینه یا بیشینه کنیم. این عناصر هندسی می توانند منحنی، دامنه و یا یک رویه باشند. طراحی شکل بهینه در حقیقت شاخه ای از حساب تغییرات یا به شکلی دقیق تر شاخه ای از کنترل بهینه است. معادلات دیفرانسیل معمولی و جزئی، آنالیز عددی و بهینه سازی را می توان موضوعاتی مرتبط با طراحی شکل بهینه دانست. در این فصل، به بیان مفاهیمی چون حساب تغییرات، کنترل بهینه، طراحی شکل بهینه، پیشینه و کاربردهای این شاخه از علم ریاضی پرداخته و بعضی تعاریف و مقدمات آنالیزی برای حل این دسته از مسائل به کمک تئوری اندازه را بیان می کنیم. تعدادی از قضایا و تعاریفی که در فصلهای ۲ و ٤ به آنها نیاز داریم را نیز بیان می کنیم.

۱-۲- حساب تغییرات

حساب تغییرات تعمیمی از حساب دیفرانسیل و انتگرال است، که توسط ریاضیدانانی چون برنولی[2]، اویلر[3]، لاگرانژ[4] وایراشتراوس[5] توسعه یافته است.

---

[1] Optimal Shape Design (OSD)
[2] Bernouli
[3] Euler
[4] Lagrange
[5] Weirstrass

حساب تغییرات در جستجوی مسیر، منحنی یا رویه ای است که یک تابع معلـوم را بهینـه سـازد که این بهینه سازی در مسائل فیزیکی می تواند به صورت بیشینه سـازی یـا کمینـه سـازی جلـوه کند. به بیان ریاضی یک مسأله حساب تغییرات عبارت است از کمینه سازی تابعی به شکل زیر:

$$I(x)=\int_{t_1}^{t_2} f(t,x(t),\dot{x}(t))dt$$

که همراه با تعدادی قید می باشد.

بسیاری از مسائل حساب تغییرات را می توان به صورت یک مسأله طراحی شکل بهینه ساده دید. به عنوان مثال اگر بخواهیم تابع حقیقی مقدار $x(t)$ که برای $t_1 \le t \le t_2$ تعریـف شـده را چنـان بیابیم که منحنی آن کوتاهترین طول را داشته باشد و در شـرایط $x(t_2)=b, x(t_1)=a$ صـدق کند، آن گاه مسأله زیر را داریم که حالتی خاص از مسأله بالاست:

$$\min \quad \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{1+\dot{x}(t)^2}\,dt$$
$$subject\ to:$$
$$x(t_1)=a \quad , \quad x(t_2)=b.$$

واضح است که جواب، خط راستی است که نقاط $(t_2,b),(t_1,a)$ را به هم وصل می کند.

۱-۳- کنترل بهینه

یک مسأله کنترل بهینه به عنوان مسأله ای مطرح می شود که هدف آن یافتن تابعی بـا نـام کنتـرل است به نحوی که یک تابعی هدف معلوم را کمینه نماید و در عین حـال در معـادلات دینـامیکی

سیستم و احتمالاً در قیودی نیز صدق کند. کاربردهای موفقیت آمیز بسیاری را می توان برای این گونه مسائل در زمینه هایی چون اقتصاد، صنایع نظامی، محیط زیست، مدیریت و غیره برشمرد. به شیوه های گوناگونی می توان یک مسأله طراحی شکل بهینه را به یک مسأله کنترل بهینه تبدیل کرد.

بطور کلی، جوابهای مسائل کنترل بهینه بجز در موارد بسیار ساده، معمولاً با روشهای عددی محاسبه می شوند. به همین دلیل، روشها و الگوریتمهای عددی برای حل مسائل کنترل بهینه در سالهای ا خیر گسترش بسیاری داشته اند.

یکی از روشهای نسبتاً جدید برای حل مسائل کنترل بهینه مبتنی بر این است که مسأله تغییراتی معادل مسأله کنترل بهینه را با مسأله ای در فضای اندازه جانشین کنیم. این ایده ای است که اولین بار یونگ[1] آن را بیان کرد. قبل از وی نسخه ای قدیمی تر از این ایده در سال ۱۹۷٦ توسط گویلا-آئوری[2] [۲۵] عنوان شده است. در سال ۱۹۷۷ این روش توسط ویلسون[3] و روبیو[4] در [۲٤] بر یک مسأله کنترل بهینه روی معادله انتشار[5] به کار رفت. این روش پس از آن بطور نظری توسط روبیو در کتابش [۱٤] در سال ۱۹۸٦ منتشر شد. کاربرد این روش جدید به تدریج بهبود و گسترش یافت. این روش برای سیستم های تحت معادلات حرارت توسط کامیاد[6] و مهنه[7] در [۳٦] و برای حل سیستم معادلات انتشار توسط کامیاد و دیگران [۳۷] و برای معادلات موج

---

1 L.C.Young
2 A.Gholia-Houri
3 D.A.Wilson
4 J.E.Rubio
5 Diffusion equation
6 A.V.Kamyad
7 H.H.Mehne

توسط فراهی[1] و دیگران در [۲۳] و [۲۶] کامل شد. علوی[2] در [۱] - [۳] برای حل مسائل کنترل بهینه با سیستم های توزیعی و نیز معادلات دیفرانسیل غیرخطی و عفتی[3] در [۱۱] و [۱۲] برای حل دستگاه معادلات غیرخطی با شرایط اولیه و مرزی، این روش را به کار بردند. نخستین تلاشها برای حل مسائل طراحی شکل بهینه با روش مذکور توسط فخارزاده[4] صورت گرفته است که در فصل ۲ این پایان نامه به آن پرداخته ایم.

۱-٤- طراحی شکل بهینه یا OSD

طراحی شکل بهینه، فرآیندی به منظور بهینه سازی یک تابع هدف است که شامل جواب یک معادله دیفرانسیل جزئی نسبت به عناصر هندسی ویژه ای می باشد که در معادله دیفرانسیل جزئی ظاهر می شوند. در نظریه طراحی شکل بهینه، تلاشها به سمت محاسباتی کردن فرآیند طراحی جهت گرفته اند تا بتوان از یک شکل موجود، یک شکل جدید بهبود یافته و نزدیکتر به بهینه ایجاد کرد. از دیدگاه ریاضی، یک مسأله طراحی شکل بهینه معمولاً به صورت زیر تعریف می شود:

فرض کنید Φ_R جوابی از یک معادله دیفرانسیل جزئی وابسته به عنصر هندسی R باشد و فرض کنید $I(\Phi_R, R)$ یک تابع حقیقی مقدار از R, Φ_R باشد. اکنون حل مسأله طراحی شکل

---

[1] M.H.Farahi
[2] S.A.Alavi
[3] S.Effati
[4] A.Fakharzadeh

بهینه، به معنی یافتن R^* در یک کلاس F از عناصر هندسی مجاز است به نحوی که I را کمینه نماید. مسأله را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\min\ I(\Phi_R,R) \quad such\ that \quad L(\Phi_R,R)=0$$

که درآن L یک عملگر است که برای هر $R\in F$، یک Φ_R یکتا تعریف می کند و کمینه سازی روی F صورت می پذیرد.

هر چند طراحی شکل بهینه شاخه ای از نظریه کنترل بهینه است که در آن عناصر هندسی نقش کنترل را دارند، دو تفاوت عمده بین مسأله کنترل بهینه کلاسیک و مسأله طراحی شکل بهینه وجود دارد. نخست اینکه مجموعه های کنترل در مسأله طراحی، کلاسهایی از عناصر هندسی، فاقد ساختار معمول توپولوژیکی یا جبری، هستند و دوم اینکه وضعیت Φ_R وابسته به R است که خود مجهول می باشد.

۱-٤-۱- OSD و بهینه سازی

منظور اصلی در بهینه سازی رسیدن به بهترین تصمیم گیری در مجموعه ای از امکانات، می باشد.کاربردهای بهینه سازی را می توان در موضوعات مختلف همچون تحقیق در عملیات ، اقتصاد، هوا فضا، هندسه محض، فیزیک، نظریه کنترل، مهندسی شیمی و بسیاری موضوعات متنوع دیگر دید. یکی از عواملی که موجب بسط و توسعه بهینه سازی شده، توسعه همزمان و موازی امکانات کامپیوتری بوده است که با استفاده از آن، بهینه سازی را می توان بر عرصه گسترده ای از مسائل به کار برد.

طرح یک مسأله طراحی شکل بهینه به صورت یک مسأله بهینه سازی، ما را قادر می سازد تا از روشهای عددی برای حل مسائل بهینه سازی بهره ببریم. مثلاً لاومن[1] در [۳۸] با تلقی یک مسأله طراحی شکل بهینه به صورت یک مسأله بهینه سازی، توانسته روش نیوتن را برای حل مسائل طراحی بهینه تعمیم دهد. بات[2] در [۳۹] از روش گرادیان که روشی برای حل مسائل بهینه سازی است، برای طراحی یک نازل استفاده کرده است. مارسدن[3] در [٤٠] روش سطح پاسخ[4] را برای طراحی بال هواپیما به کار برده است. برای مطالعه بیشتر در مورد به کارگیری گسترده روشهای عددی برای حل مسائل بهینه سازی، به مرجع [۳۵] مراجعه کنید.

۱-٤-۲- پیشینه OSD

مطالعات در زمینه طراحی شکل بهینه، سالها پیش شروع شده است. به عنوان مثال، مسأله حداقل زمان، که توسط برنولی مطرح شده را می توان از این دست مسائل دانست. کتاب آدامار[5] [٤١] در سال ۱۹۱۰ را می توان به عنوان نخستین کتاب در این زمینه برشمرد. وی در این کتاب یک فرمول برای محاسبه تغییرات تابع گرین[6] عملگر لاپلاس نسبت به تغییرات نرمال دامنه، ارائه داده است.

---

[1] M.Laumen
[2] R.Butt
[3] A.Marsden
[4] Response Surface
[5] J.Hadamard
[6] Green function

بعد از آن، مطالعات انجام شده محدود به مسائلی شدند که جواب صریح معادلات دیفرانسیل جزئی همراه آنها، موجود بودند. به عنوان مثال می توان به کارهای میله[1] [٤٩] در سال ۱۹۵۵ روی بهینه سازی مقطع عرضی بال هواپیما در سرعتهای سوپر سونیک، اشاره نمود. سرانجام، روشها به مسائل مهندسی ساخت، بخصوص آنهایی که قابل تبدیل به مسأله کنترل بهینه بودند، تعمیم داده شدند. در این ضمن، طراحی شکل بهینه در دانشگاه های پاریس و نیس در کشور فرانسه عمیقاً مطالعه می شد. رویکرد ریاضیات کاربردی و روشهای کنترل بهینه سیستمهای توزیعی، در سال ۱۹۷۲ توسط لیونز[2] [٤٣] و با سی[3] [٣٤]، جیان[4] و میشل[5] آغاز شد و نخستین الگوریتم برای حل مسائل طراحی بهینه ارائه شد. شرایط بهینگی توسط پیرونیو[6] در سال ۱۹۷۲ و مورات[7] و سیمون[8] [٥٠] در سال ۱۹۷٦ برای مسائل با شرایط دیریشله[9] توسط درویو[10] و پلامریو[11] [٤٤] در سال ۱۹۷۵ برای مسأله نیومن[12] و توسط روسلت[13] در سال ۱۹۷٦ برای مسأله مقدار ویژه در [٤٥] منتشر شدند. وجود جواب توسط مورات و سیمون [٥٠] در سال ۱۹۷٦ و زولسیو[14] [٥١] در ۱۹۷۹ مطالعه شده است.

---

1 A. Miele
2 J.L. Lions
3 J. Cea
4 Giaan
5 Michel
6 O. Prionneau
7 F. Murat
8 J. Simon
9 Dirichlet Conditions
10 A. Dervieux
11 B. Plamerio
12 Neumann problem
13 B. Rousselet
14 J.P. Zolesio

روشهای عددی مبتنی بر نتایج بالا توسط بگیس و گلوینسکی [۲۷] در ۱۹۷۵ برای روش نگاشت و نیز توسط دیگران، به عنوان مثال پیرونیو [۳۰] و هاسلینگر[1] و نیتانماکی[2][۲۲] در ۱۹۷۸ با استفاده از روش عناصر متناهی آزموده شدند. بات در [۳۹] روش گرادیان را برای یک مسألهٔ طراحی شکل بهینه که با نامعادلات تغییراتی همراهی می شود، به کار برده است. اسپرکلس و دیگران در [٤٨] روش گرادیان را بر شکل گسسته مسأله طراحی بهینه به کار برده اند تا آن را حل کنند.

یک روش نیوتنی برای رده ای از مسائل طراحی شکل بهینه توسط لاومن [۳۸] در سال ۲۰۰۰ ارائه شده است. مدلبندی تقریبی[3] روشی است که توسط مارسدن[4] و دیگران [٤٠] برای طراحی شکل آئرودینامیک بهینه در ۲۰۰۲ مورد استفاده قرار گرفته است. از جمله دیگر روشها برای حل مسائل طراحی شکل بهینه می توان به کارهای انجام شده در [۳۹] با روش عناصر متناهی[5]، [۳۰] با روش عناصر مرزی[6]، روش کمینه-بیشینه[7] [۳۳] و روش کمترین مربعات [۲۹] اشاره نمود.هاشمی مهنه در [٤] یک ایرفویل متقارن را با کمینه سازی بازدارندگی روی بال و در [۱۵] یک نازل را برای کنترل فشار در یک زیر ناحیه معلوم، طراحی کرده اند. در بخش ٤ این پایان نامه به کار آقای هاشمی مهنه در زمینه طراحی ایرفویل خواهیم پرداخت.

---

1 J. Haslinger
2 P. Neittaanmaki
3 Approximation Modeling
4 A. Marsden
5 Finite element method
6 Boundary element method
7 Mini-Max method

روشهای عددی مبتنی بر نتایج بالا توسط بگیس و گلوینسکی [۲۷] در ۱۹۷۵ برای روش نگاشت و نیز توسط دیگران، به عنوان مثال پیرونیو [۳۰] و هاسلینگر[1] و نیتانماکی[2][۲۲] در ۱۹۷۸ با استفاده از روش عناصر متناهی آزموده شدند. بات در [۳۹] روش گرادیان را برای یک مسألهٔ طراحی شکل بهینه که با نامعادلات تغییراتی همراهی می شود، به کار برده است. اسپرکلس و دیگران در [٤٨] روش گرادیان را بر شکل گسسته مسأله طراحی بهینه به کار برده اند تا آن را حل کنند.

یک روش نیوتنی برای رده ای از مسائل طراحی شکل بهینه توسط لاومن [۳۸] در سال ۲۰۰۰ ارائه شده است. مدلبندی تقریبی[3] روشی است که توسط مارسدن[4] و دیگران [٤٠] برای طراحی شکل آئرودینامیک بهینه در ۲۰۰۲ مورد استفاده قرار گرفته است. از جمله دیگر روشها برای حل مسائل طراحی شکل بهینه می توان به کارهای انجام شده در [۳۹] با روش عناصر متناهی[5]، [۳۰] با روش عناصر مرزی[6]، روش کمینه-بیشینه[7] [۳۳] و روش کمترین مربعات [۲۹] اشاره نمود.هاشمی مهنه در [٤] یک ایرفویل متقارن را با کمینه سازی بازدارندگی روی بال و در [۱۵] یک نازل را برای کنترل فشار در یک زیر ناحیه معلوم، طراحی کرده اند. در بخش ٤ این پایان نامه به کار آقای هاشمی مهنه در زمینه طراحی ایرفویل خواهیم پرداخت.

---

[1] J. Haslinger
[2] P. Neittaanmaki
[3] Approximation Modeling
[4] A. Marsden
[5] Finite element method
[6] Boundary element method
[7] Mini-Max method

۱-٤-۳- کاربردهای OSD

طراحی شکل بهینه مقوله ای کاملاً کاربردی است، لذا مورد استفاده از طراحی بهینه را می توان در بسیاری از شاخه های مهندسی مشاهده نمود، چرا که سیستمهایی که با معادلات دیفرانسیل جزئی توصیف شده اند کاربردهای طراحی بهینه فراوانی در صنعت دارند. به عنوان مثال در مهندسی مکانیک (برای طراحی بال هواپیما، نازل و تیغه توربین)، مهندسی عمران، مهندسی الکترونیک (برای طراحی الکترومغناطیس و آنتن) و مهندسی شیمی (برای تغییر سطح آند به یک شکل معلوم) کاربرد دارد. به عنوان کاربردهای **OSD** می توان به این موارد اشاره نمود: طراحی نازل [۳۹]، طراحی دیفیوزر حرارتی[1] [٤۲]، طراحی مرز ایرفویل و شکل بهینه زیردریایی [۲۸]، الکترومغناطیس [۳۰]. همچنین برای یک مسأله بهینه سازی در رابطه با تغییر شکل حرارتی یک جسم الاستیک مراجع [٤۷] و **[٤۸]** ، برای مسأله کاهش نویز تولید شده توسط جریان های توربلان در پشت یک بال مرجع [٤۰] و برای طراحی شیشه اتوموبیل مرجع [٤٦] را ببینید. برای مطالعات موردی، همچنین می توان به کمینه سازی بازدارندگی[2] برای اجسام دوار [۳۲]، بهینه سازی خواص سختی میله های استوانه ای با مقطع دوار [۲۱] و **[۲۹]** اشاره نمود.

---

[1] Thermal diffuser

[2] Drag