دانشگاه اراک

دانشکده علوم پایه

کارشناسی ارشد فیزیک (گرایش ذرات بنیادی)

تولید $W^{\pm}$ در برخورد پروتون-پروتون

پژوهشگر:

جمیله مقصودی

استاد راهنما :

دکتر کریم قربانی

زمستان ۹۱

بسم ا... الرحمن الرحیم

تولید ذرات $W^{\pm}$ در برخورد پروتون-پروتون

توسط:

جمیله مقصودی

پایان نامه

ارائه شده به مدیریت تحصیلات تکمیلی به عنوان بخشی از فعالیت های

تحصیلی لازم برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

در رشته فیزیک ذرات بنیادی

از

دانشگاه اراک

اراک-ایران

ارزیابی و تصویب شده توسط کمیته پایان نامه با درجه: عالی

دکتر کریم قربانی (استاد راهنما و رئیس کمیته) .....استادیار

دکتر سید کامران مؤیدی (دانشگاه اراک).....دانشیار

دکتر حسین صادقی (دانشگاه اراک) .....دانشیار

بهمن ۹۱

پروردگارم!

خجسته باد نام تو که نیکوترین آفریدگارانی...

از تو سپاسگزارم!

برای آنچه که هستم

برای آنچه که به من بخشیده ای و می بخشایی

برای نفس کشیدنم، گام برداشتنم، آموختنم و عشق ورزیدنم...

تقدیم به عشق های فنا ناشدنی زندگیم

پدر و مادرم

آنچه دارم اگر قامتی استوار و اگر قلبی پر طپش، مدیون و وام دار گرمای محبت بی دریغ ایشان است

لحظه لحظه عمر و زندگی ام فدای یک ثانیه از حضورشان

نهایت سپاسگزاری و قدرشناسی خود را پیشکش می دارم به حضور ارجمند استاد گرانقدرم جناب آقای دکتر کریم قربانی ، تمام آنچه در این مسیر آموخته ام مرهون زحمات بی دریغ و دانش و بزرگواری ایشان است

چکیده

در این پایان نامه ابتدا مدل استاندارد ذرات بنیادی را معرفی می‌کنیم. مدل استاندارد، ذرات بنیادی و برهمکنش های میان ذرات بنیادی را توسط لاگرانژی با تقارن پیمانه‌ای غیر آبلی $SU(۳)_c \times SU(۲)_L \times U_Y(۱)$ توصیف می‌کند. سپس مکانیزم هیگز را توضیح می‌دهیم که مسئول جرم دار کردن ذرات و بوزون های پیمانه‌ای است. در ادامه برهمکنش های بوزون های الکتروضعیف مدل استاندارد را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. قضیه هم ارزی بوزون گلدستون را معرفی می‌کنیم. همچنین این قضیه را برای فرآیند تولید بوزون های ضعیف از نابودی کوارک–پادکوارک d اثبات می‌کنیم. در بخش انتهایی سطح مقطع تولید بوزون های ضعیف در فرآیند $d\bar{d} \to W^+W^-$ را محاسبه می‌کنیم. در محاسبه این سطح مقطع قطبش های مختلف بوزون های پیمانه‌ای و کوارک ها بررسی شده‌اند. قطبش ها شامل حالت های قطبش طولی، عرضی و مجموع برای بوزون ها و حالت های چپگرد و راستگرد برای کوارک ها می‌باشند. با توجه به درگیر بودن رأس های خود برهمکنش بوزون های پیمانه‌ای الکتروضعیف، مطالعه این برهمکنش ها در انرژی های بالا از اهمیت خاصی برخوردار است. با وجود شتاب دهنده LHC که در حال حاضر برهمکنش پروتون–پروتون با انرژی بالا را بر عهده دارد، امکان مطالعه مدل استاندارد در انرژی بالا وجود دارد.

واژه‌های کلیدی: بوزون پیمانه‌ای، کوارک، مدل استاندارد، LHC

فهرست مطالب

فصل اول: مدل استاندارد

۱.۱ مقدمه ۱

۲.۱ تاریخچه مدل استاندارد ۱

۳.۱ محتوای مادی ۳

۱.۳.۱ ذرات مدل استاندارد ۳

۲.۳.۱ بوزون های پیمانه‌ای ۴

۳.۳.۱ بوزون هیگز ۵

۴.۱ تقارن پیمانه‌ای ٦

۵.۱ برچسب زنی حالت های کوارک و لپتون ۷

٦.۱ لاگرانژی مدل استاندارد (شامل نسل اول) ۹

۷.۱ پتانسیل هیگز و شکست تقارن الکتروضعیف گلاشو–واینبرگ–سلام ۱٦

۱.۷.۱ جرم های بوزونی ۱۸

۲.۷.۱ جرم های فرمیونی ۲۰

۸.۱ پایستگی اعداد باریونی و لپتونی ۲۰

۹.۱ مسائل بی پاسخ در فیزیک ذرات ۲۱

فصل دوم : قضیه هم ارزی بوزون گلدستون

۱.۲ مقدمه ۲۲

۲.۲ اهمیت تولید W^+W^- ۲۲

۳.۲ هیلیسیتی و کایرالیتی ۲۴

۴.۲ قضیه هم ارزی بوزون گلدستون ۳۰

۱.۴.۲ جنبه سینماتیکی قضیه هم‌ارزی بوزون گلدستون ۳۱

۵.۲ اثبات قضیه هم ارزی برای برهم‌کنش $d\bar{d} \rightarrow W^+W^-$ ۳۳

فصل سوم : تولید W^+W^- از طریق نابودی $d\bar{d}$

۱.۳ مقدمه ۳۹

۲.۳ تولید W^+W^- از نابودی $d_L\bar{d}_R$ با قطبش طولی بوزون ها ۴۰

۳.۳ تولید W^+W^- از نابودی $d_L\bar{d}_R$ با قطبش عرضی بوزون ها ۵۰

۴.۳ تولید W^+W^- از نابودی $d_L\bar{d}_R$ با جمع روی تمام قطبش ها ۵۲

۵.۳ نتایج عددی و بحث ۶۵

۶.۳ بحث تکمیلی ۷۱

کتاب‌نامه ۷۴

فصل ۱

مدل استاندارد

۱.۱ مقدمه

در این فصل بر مدل استاندارد ذرات بنیادی مروری خواهیم داشت. ابتدا تاریخچه آن را به طور مختصر ذکر می کنیم، سپس به تشریح این مدل و اثبات پیش گویی های مفید آن خواهیم پرداخت که در فصل های آینده این پایان نامه استفاده شده‌اند.

۲.۱ تاریخچه مدل استاندارد

مدل استاندارد فیزیک ذرات در دهه ۱۹۷۰ میلادی، زمانی که مشاهدات آزمایشگاهی وجود کوارک را تأیید کردند، متولد شد. اکنون با گذشت سالیان متمادی و وجود نظریه های متفاوت، مدل استاندارد شامل عالی ترین درک حال حاضر ما از ذرات بنیادی مشاهده شده و نیروهای شناخته شده —منهای گرانش— می‌باشد. به بیان دقیق تر مدل استاندارد یک نظریه کوانتومی مؤثر برای توصیف ذرات و اندرکنش‌هایشان است. این نظریه در برگیرنده نظریه توصیف کننده نیروی هسته ای قوی یا کرومودینامیک کوانتومی[1] و نظریه الکتروضعیف که توصیف کننده

[1] QCD

نیروی هسته‌ای ضعیف و نیروی الکترومغناطیسی است، می‌باشد. چنان که فهم خواص ماده و ذرات به صورت جملات سینماتیکی و برهمکنشی ذرات بسیار آسان تر شده است.

اولین گام در به وجود آمدن مدل استاندارد کشف شلدون گلاشو[۱] در سال ۱۹۶۵ برای راهی در اتحاد الکترومغناطیس و نیروی ضعیف بود که در سال ۱۹۶۷ با افزودن مکانیزم هیگز به وسیله واینبرگ[۲] و سلام[۳] به شکل مدرن امروزی — نظریه الکتروضعیف — تبدیل شد. اعتبار مدل استاندارد به دلیل موفقیت آن در تشریح گستره‌ی متفاوتی از نتایج آزمایشگاهی کسب شده است. یکی از مهم ترین موفقیت های آن تأیید پیش بینی جریان ضعیف خنثی و جرم بوزون خنثای ضعیف در سال ۱۹۸۱ در آزمایشگاه بزرگ سرن[۴] است [۱].

نگاهی گذرا بر مهم ترین مشاهداتی که مدل استاندارد ذرات را توسعه بخشید :

۱۹۶۵ : ادغام نظریه الکترومغناطیس و نیروی ضعیف به وسیله گلاشو

۱۹۷۴ : مشاهده‌ی کوارک افسون [۵]

۱۹۷۵ : شواهدی بر وجود لپتون تاو[۶]

۱۹۷۷ : مشاهده‌ی کوارک ته [۷]

۱۹۸۳ : کشف واسطه های نیروی ضعیف

۱۹۹۵ : مشاهده‌ی کوارک بالا[۸]

۲۰۰۰ : مشاهده‌ی نوترینوی تاو

۲۰۱۲ : مشاهده‌ی علامت هایی در تأیید وجود یک ذره اسکالر در محدوده جرمی ۱۲۵ GeV.

در حال حاضر مزون ها و باریون های مشاهده شده، هم چنین لپتونهای آزاد و ذرات واسطه نیرو، همگی به وسیله مدل استاندارد سازماندهی می‌شوند. علاوه بر این محدوده‌ی وسیعی از

[۱] Glashow
[۲] Weinberg
[۳] Salam
[۴] $CERN$
[۵] $Charm$
[۶] τ
[۷] $Bottom$
[۸] Top

فیزیک شامل بخش شکست خود به خودی تقارن، ناهنجاریها، رفتارهای غیر اختلالی و غیره در مدل استاندارد بررسی می‌شود. از این مدل برای ساخت مدل های پیچیده تر که شامل ذرات مشاهده نشده — مانند هیگز باردار — ابعاد اضافی و تقارنهای پیچیده هستند، نیز استفاده می‌شود.

۳.۱ محتوای مادی

در این بخش گستره ذرات شناخته شده که به وسیله مدل استاندارد پیش بینی و تشریح شده‌اند معرفی می‌شوند.

۱.۳.۱ ذرات مدل استاندارد

فرمیون های مدل استاندارد بر اساس برهمکنش هایشان دسته بندی می‌شوند. شش کوارک وجود دارد : بالا و پایین[۱]، افسون و شگفتی[۲]، سر[۳] و ته . و شش لپتون : الکترون و نوترینوی الکترون، میون و نوترینوی میون، تاو و نوترینوی تاو. هر دو جفت ذره از اعضای این گروه ها، یعنی ذراتی که رفتار فیزیکی مشابهی دارند، در کنار هم یک نسل را تشکیل می‌دهند. ویژگی مهم کوارک این است که بار رنگ حمل می‌کند و بنابراین برهمکنش قوی نیز دارد. کوارک آزاد وجود ندارد و پدیده‌ای به نام حبس شدگی رنگ نتیجه‌ی این است که کوارک ها تنها در حالت های مقید با هم یافت می‌شوند و ذرات بی رنگ را که هادرون نامیده می‌شوند تشکیل می‌دهند. هادرون ها شامل مزون ها — یک کوارک و یک پادکوارک — و باریون ها — سه کوارک — هستند. کوارک ها بار الکتریکی و آیزو اسپین ضعیف هم حمل می‌کنند پس آن ها از طریق نیرو های الکترومغناطیسی و هسته‌ای ضعیف هم با سایر فرمیون ها برهمکنش دارند. لپتون ها بار رنگ حمل نمی‌کنند و بنابراین برهمکنش قوی ندارند.

[۱] $Down$
[۲] $Strange$
[۳] Top

فرمیون ها (اسپین - ۱/۲)					
کوارک ها			لپتون ها		
بار الکتریکی	جرم تقریبی $\frac{GeV}{C^2}$	طعم	بار الکتریکی	جرم $\frac{GeV}{C^2}$	طعم
$\frac{۲}{۳}$	۰/۰۰۲	بالا u	۰	$< ۲ \times ۱۰^{-۹}$	نوترینوی الکترون ν_e
$-\frac{۱}{۳}$	۰/۰۰۵	پایین d	-۱	۰/۰۰۰۵۱	الکترون e
$\frac{۲}{۳}$	۱/۲۷۵	افسون c	۰	<۰/۰۰۰۱۹	نوترینوی میون ν_μ
$-\frac{۱}{۳}$	۰/۰۹۵	شگفتی s	-۱	۰/۱۰۵	میون μ
$\frac{۲}{۳}$	۱۷۳	سر t	۰	<۰/۰۱۸	نوترینوی تاو ν_τ
$-\frac{۱}{۳}$	۴/۱۸	ته b	-۱	۱/۷۷۷	تاو τ

شکل ۱.۱ : فرمیون های مدل استاندارد

سه نوترینوی موجود علاوه بر باررنگ، بار الکتریکی هم ندارند. نوترینوها از طریق نیروی هسته‌ای ضعیف برهمکنش می‌کنند و تنها در ساز و کارهای شامل نیروی ضعیف مشاهده می‌شوند. الکترون، میون و تاو علاوه بر اینکه برهمکنش ضعیف دارند با داشتن بار الکتریکی از طریق نیروی الکترومغناطیسی نیز برهمکنش می‌کنند. هر عضو از یک نسل دارای جرم بزرگ تر از ذره‌ی نسل پایین تر است. نسل اول واپاشی نمی‌کند بنابراین همه‌ی ماده‌ی موجود در جهان از این نسل از ذرات ساخته شده اند. نسل دوم و سوم شامل ذرات با نیمه عمر بسیار کوتاه بوده که به سرعت واپاشی می‌کنند و تنها در انرژی های بالا ایجاد می‌شوند.

۲.۳.۱ بوزون های پیمانه‌ای

مدل استاندارد نیروهایی را که نتیجه تبادل ذرات واسطه بین مواد هستند را تشریح می کند. در این مدل بوزون های پیمانه‌ای به عنوان حاملان نیرو معرفی می شوند و واسطه‌ی برهمکنش های قوی، ضعیف و الکترومغناطیسی هستند.

این بوزون های پیمانه‌ای اسپین یک دارند و به شرح زیر می باشند :

فصل اول ـــ

◇ فوتون، واسطه‌ی نیروی الکترومغناطیسی بین ذرات دارای بار الکتریکی است. فوتون جرم سکون ندارد و دینامیک آن به وسیله‌ی نظریه الکترودینامیک کوانتومی توصیف می شود.

◇ W^+, W^-, Z° ، بوزون های پیمانه‌ای واسطه در برهمکنش ضعیف بین ذرات با طعم های مختلف — تمام کوارک ها و لپتون ها — هستند. این واسطه ها جرم دارند و Z° سنگین‌ترین است. برهمکنش های ضعیف با تبادل W^- و W^+ تنها روی ذرات و پاد ذرات چپگرد اثر می کنند. W^- و W^+ به دلیل حمل بار الکتریکی برهمکنش الکترومغناطیسی نیز دارند. بوزون خنثای Z با هر دو گروه ذرات و پاد ذرات چپگرد و راستگرد بر همکنش دارد. این سه بوزون به همراه فوتون به واسطه های نیروی الکتروضعیف مشهورند.

◇ هشت گلوئون واسطه نیروی قوی بین ذرات دارای بار رنگ هستند.

۳.۳.۱ بوزون هیگز

زمانی که مدل استاندارد فرمول بندی می‌شود به خاطر حفظ تقارن پیمانه‌ای جرم تمام ذرات صفر در نظر گرفته می‌شود. پدیده‌ی هیگز یک میدان اضافی به نام میدان هیگز را معرفی می‌کند که مسئولیت جرم دار کردن ذرات را دارد. کوانتوم میدان هیگز ذره‌ای با اسپین صفر است که هیگز نامیده می‌شود. هیگز اسپین ذاتی ندارد پس یک بوزون است. بوزون هیگز آجر کلیدی ساختمان مدل استاندارد است و با توضیح اینکه چرا ذرات بنیادی — به جز فوتون و گلوئون — جرم دارند نقش منحصر بفردی را در مدل استاندارد بازی می‌کند. در نظریه‌ی الکتروضعیف بوزون هیگز جرم های لپتون و کوارک را تولید می‌کند. تا کنون هیچ آزمایشی وجود بوزون هیگز را به طور قطع آشکارسازی نکرده است اما اخیراً شتاب دهنده بزرگ هادرونی در سرن وجود ذره‌ای با جرمی در حدود ۱۲۵ GeV که با پیش بینی های مدل استاندارد برای ذره هیگز سازگار است را تأیید کرده است [۲].

۴.۱ تقارن پیمانه‌ای

برای توصیف ذرات و برهمکنش‌های شناخته شده سه تقارن داخلی نیاز داریم. اینکه چرا سه تا است و چرا بیشتر نیست را نمی دانیم اما تاکنون تمام آزمایشات انجام شده تأیید می‌کنند که سه تقارن داخلی برای این کار لازم وکافی است.

مدل استاندارد یک نظریه میدان کوانتومی یانگ—میلز با یک گروه پیمانه‌ای

$$G_{SM} = SU(۳)_c \bigotimes SU(۲)_L \bigotimes U_Y(۱)$$

می‌باشد. این عبارت یک ضرب مستقیم از تقارن پیمانه‌ای $SU(۳)_c$ توصیف کننده کرومودینامیک کوانتومی و تقارن پیمانه‌ای $SU(۲)_L \otimes U(۱)_Y$ از نظریه‌ی الکتروضعیف است. تمام ذرات تقارن $U(۱)$ را که مربوط به برهمکنش های الکترومغناطیسی است دارا می‌باشند. بوزون پیمانه‌ای تقارن $U_Y(۱)$ تحت تبدیلات $U(۱)$ ناورداست و میدان مربوط به آن B^μ نامیده می‌شود. ما A^μ را برای میدان فوتون به کار می‌بریم. تمام ذرات یک تقارن داخلی دوم، تحت یک مجموعه تبدیلات که یک گروه $SU(۲)_L$ تشکیل می‌دهند، دارند که ناوردایی $SU(۲)_L$ ضعیف نامیده می‌شود. این تقارن به یک ناوردایی پیمانه‌ای غیر آبلی، مشابه ناوردایی آیزواسپین قوی منجر می‌شود. بوزون های پیمانه‌ای مربوط به تقارن $SU(۲)_L$، W_i^μ نامیده می‌شوند. این بوزون های W، مانند فوتون دارای اسپین یک هستند. برای هر یک از سه تبدیل $SU(۲)$ یک بوزون پیمانه‌ای وجود دارد که $i = ۱,۲,۳$.

تقارن داخلی سوم مربوط به تبدیلاتی است که یک گروه $SU(۳)_c$ تشکیل می‌دهند. بوزون‌های پیمانه‌ای این گروه به شکل G_a^μ برچسب زده می‌شوند و $a = ۱.۲, ..., ۸$، یعنی برای هر یک از هشت مولد این گروه تقارنی یک بوزون با اسپین یک وجود دارد. این بوزون ها گلوئون نامیده می‌شوند و نظریه‌ی برهمکنش های شامل تبادل گلوئون کرومودینامیک کوانتومی نامیده می‌شود. بار داخلی که هر ذره حمل می‌کند و باعث ایجاد برهمکنش با گلوئون می‌شود بار رنگ یا بار QCD نام دارد و نیروی درگیر، نیروی قوی است.

مدل استاندارد یک میدان دوتایی اسکالر مختلط اساسی که به عنوان دوتایی هیگز شناخته

شده است را هم شامل می‌شود و در آن مقدار انتظاری حالت پایه مسئول شکست خود به خودی تقارن از $SU(۲)_L \times U_Y(۱)$ به $U(۱)_{EM}$ در نظریه شکست تقارن الکتروضعیف گلاشو—واینبرگ—سلام و تولید جرم برای فرمیون و بوزون های ضعیف است. بنابراین در مدل استاندارد فرض می شود که تقارن الکتروضعیف به وسیله‌ی مقدار انتظاری حالت پایه یک میدان اسکالر مختلط به طور خود به خودی شکسته شده است.

۵.۱ برچسب زنی حالت های کوارک و لپتون

ابتدا حالت الکترون را در نظر می‌گیریم و حالت های چپگرد و راستگرد را به وسیله عملگرهای تصویر جدا می‌کنیم

$$e_R^- = P_R \psi_{e^-}$$

و .

$$e_L^- = P_L \psi_{e^-} \ .$$

اجزای راستگرد و چپگرد سایر فرمیون ها هم به همین روش جدا می‌شوند. نکته قابل توجه این است که حالت های چپگرد و راستگرد فرمیونی جفت شدگی های متفاوتی دارند. تحت $SU_L(۲)$ الکترون های راستگرد دارای نمایش تک تایی الکتروضعیف و الکترون های چپگرد دارای نمایش دوتایی می‌باشند که نوترینوهای چپگرد نیز همراه آن ها هستند. بنابراین

$$e_R^-$$

را به عنوان یک تک تایی $SU(۲)_L$ و

$$E_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$$

را یک دو تایی الکتروضعیف تعریف می‌کنیم. حالت بالا به ν_e و حالت پایین به e در فضای $SU(۲)_L$ ضعیف اشاره دارد.

در ادامه فصل خواهیم دید که بوزون های W به دوتایی الکتروضعیف وصل می شوند و چون e_R یک تک تایی است با تبدیلات ضعیف به حالت های دیگر متصل نمی‌شود، درست مانند اسپین صفر که فقط یک حالت اسپینی دارد.
کوارک های بالا و پایین هم همین طور رفتار می‌کنند. کوارک های چپگرد را به شکل زیر تعریف می‌کنیم

$$Q_{L,\alpha} \quad = \quad \begin{pmatrix} u_\alpha \\ d_\alpha \end{pmatrix}_L \qquad .$$

راستگردها باز هم تک تایی اند

$$d_{R,\alpha} \ , \ u_{R,\alpha} \ ,$$

که اندیس اضافی α تبدیل کوارک ها تحت فضای رنگ $SU(۳)_c$ را توصیف می‌کند. همانطور که نمایش اساسی $SU(۲)$، یک حالت دوتایی با دو مؤلفه است، حالت اساسی $SU(۳)$ هم یک سه گانه با سه مؤلفه است. هر اندیس $\alpha, \ \beta, \ \gamma$ مساوی است با ۱،۲و۳ یعنی همان سه مؤلفه رنگ. تمام لپتون ها حالت های تک تایی رنگ هستند و ما اندیس رنگی برای آن ها ننوشته‌ایم. در اینجا نکته‌ای ظریف و زیبا وجود دارد. از آنجایی که حالت های چپگرد و راستگرد فرمیونی در نمایش جداگانه‌ی $SU(۲)_L$ قرار می گیرند، نقض پاریته را به طور صریح خواهیم داشت زیرا نظریه تحت بازگشت پذیری اجزای اسپین نسبت به جهت حرکت ناوردا نیست. پس مدل استاندارد نقض پاریته مشاهده شده در طبیعت را به طور جزئی و به شکل زیبایی توصیف می‌کند [۳]. در اینجا ما تنها یک نسل از فرمیون ها را در نظر گرفتیم. دو نسل دیگر، ($s, c \ , \ \mu, \nu_\mu$) و ($t, b \ , \ \tau, \nu_\tau$) ذرات سنگین تری هستند که در شتاب دهنده‌ها یا در برخوردهای اشعه کیهانی ایجاد شده‌اند و چون نیمه عمر کوچکی دارند ($۱۰^{-۶}$ ثانیه $\leq$) به سرعت به ذرات نسل اول واپاشی می‌کنند.

فصل اول ـــ

٦.١ لاگرانژی مدل استاندارد (شامل نسل اول)

برای فرمیون‌ها لاگرانژی از لاگرانژی جنبشی دیراک با جایگزینی ∂_μ با مشتق هموردای D_μ ساخته می‌شود

$$\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi \;\rightarrow\; \bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi \qquad (۱.۱)$$

همانطور که انتظار داریم D_μ به ازای هر تقارن پیمانه‌ای یک جمله دارد، بنابراین

$$D_\mu \;=\; \partial_\mu \;-\; ig_۱\frac{Y}{۲}B_\mu \;-\; ig_۲\frac{\tau^i}{۲}W^i_\mu \;-\; ig_۳\frac{\lambda^a}{۲}G^a_\mu\,. \qquad (۲.۱)$$

جمله دوم به تقارن $U_Y(۱)$ اشاره دارد و B_μ میدان های پیمانه‌ای مورد نیاز برای حفظ تقارن پیمانه‌ای است. $g_۱$ قدرت جفت شدگی را نشان می‌دهد. Y مولد تبدیلات $U_Y(۱)$ و یک ثابت است، اما از یک فرمیون به فرمیون دیگر متفاوت است و از رابطه زیر به دست می آید

$$Q \;=\; T^۳ \;+\; \frac{Y}{۲} \qquad (۳.۱)$$

که در آن Q بارالکتریکی ذره و $T^۳$ مؤلفه سوم آیزواسپین ذره است [۱].
در جملات سوم و چهارم τ^i و λ^a به ترتیب مولد تقارن های $SU(۲)_L$ و $SU(۳)_c$ می‌باشند. میدان های ناوردای پیمانه‌ای، سه تا W^i_μ برای $SU(۲)_L$ و هشت تا G^a_μ برای $SU(۳)$ است. هریک از این دو جمله هم یک قدرت جفت شدگی مخصوص به خود دارد که به ترتیب $g_۲$ و $g_۳$ هستند. چون روی اندیس تکراری جمع زده می‌شود، پس

$$\tau^i W^i_\mu \;=\; \tau^۱W^۱_\mu + \tau^۲W^۲_\mu + \tau^۳W^۳_\mu$$

که $\tau^i \;=\; \sigma_i$ و σ_i ها ماتریس های پائولی نامیده می‌شوند.

زمانی که جملات D_μ روی یک حالت فرمیونی با شکل ماتریسی متفاوت اثر می‌کنند، نتیجه صفر می‌شود. مثلا $\tau^i W^i$ یک حالت ماتریسی در فضای $SU(۲)_L$ است پس اثر آن روی e_R، u_R و d_R صفر می‌شود.

فصل اول ـــ

اکنون می‌توانیم آنچه را که به عنوان ذرات نسل اول مدل استاندارد شناخته شده است را توصیف کنیم، برای نسل دوم و سوم همه چیز تکرار می‌شود. این توصیف شامل برهمکنش های قوی کوارک های u و d همچنین برهمکنش های ضعیف و الکترومغناطیسی u، d و الکترون – یک فرمیون دیراک متشکل از e_L وe_R – و یک نوترینوی چپگرد یا به طور هم ارز یک پادنوترینوی راستگرد می‌باشد.

بنابراین لاگرانژی مدل استاندارد برای نسل اول را، با صرف نظر از جرم ذرات به صورت زیر می‌نویسیم

$$\mathcal{L} \;=\; \sum \overline{\psi}_f i\gamma^\mu D_\mu \psi_f \qquad (۴.۱)$$

که در آن روی تمام فرمیون های مدل استاندارد جمع زده‌ایم. برای به دست آوردن جملات شامل جفت شدگی های فرمیونی به ترتیب زیر ادامه می‌دهیم.

ابتدا لاگرانژی مربوط به فرمیون ها را به قسمت های جداگانه راستگرد و چپگرد جدا می کنیم، بنابراین

$$\overline{\psi}\; i\not{D}_\mu\; \psi = \;\overline{\psi}_L i\not{D}\; \psi_L \;+\; \overline{\psi}_R\; i\not{D}\; \psi_R \qquad (۵.۱)$$

زمانی که ψ با یک میدان پیمانه‌ای جفت می‌شود، ψ_R و ψ_L نمایش های متفاوتی از گروه پیمانه‌ای دارند. پس دو جمله ی سمت راست (۵.۱) دارای دو مشتق هموردای متفاوت هستند که به دو گروه مختلف از جفت شدگی ها اشاره دارند. برای اینکه مطمئن شویم که تنها اجزای چپگرد میدان های کوارک و لپتون به بوزون های W متصل می‌شوند این جداسازی را انجام می‌دهیم. سپس مقدار $T^۳$ را برای هر یک از میدان های فرمیونی تعریف می کنیم و می دانیم که مقدار Y از معادله (۳.۱) به دست می آید. برای میدان های راستگرد $T^۳ = ۰$ و بنابراین برای آن ها Y دو برابر بار الکتریکی شان می‌باشد. به عنوان مثال برای میدان کوارک راستگرد u و برای e_R^-، به ترتیب

$$\begin{aligned} Y &= \frac{۴}{۳}\,, \\ Y &= -۲\,. \end{aligned} \qquad (۶.۱)$$

اما برای میدان‌های چپگرد

$$E_L \;=\; \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}$$

و

$$Q_L \;=\; \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

مقدار T^3 مخالف صفر است و بنابراین برای آنها به ترتیب داریم

$$\begin{aligned} Y &= -1\,, \\ Y &= \frac{1}{3}\,. \end{aligned} \qquad (7.1)$$

با در نظر داشتن این توضیحات مقدماتی، لاگرانژی تعمیم یافته برای برهمکنش‌های الکتروضعیف نسل اول را برای تک تک میدان ها به صورت زیر می‌نویسیم

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \overline{E}_L(i\not{D})E_L \;+\; \overline{e}_R(i\not{D})e_R \;+\; \overline{Q}_L(i\not{D})Q_L \\ &+ \;\overline{u}_R(i\not{D})u_R + \;\overline{d}_R(i\not{D})d_R\,. \end{aligned} \qquad (8.1)$$

اگر برهمکنش قوی را کنار بگذاریم مشتق هموردا در هر جمله همان رابطه (۲.۱)، منهای جمله‌ی آخر است. به عنوان مثال

$$\overline{Q}_L(i\not{D})Q_L = \overline{Q}_L i\gamma^\mu(\,\partial_\mu - ig_2\frac{\tau^i}{2}W_\mu^i - ig_1\frac{1}{3}B_\mu\,)Q_L \qquad (9.1)$$

که در آن

$$\tau^i W_\mu^i = \begin{pmatrix} W_\mu^0 & -\sqrt{2}W_\mu^+ \\ -\sqrt{2}W_\mu^- & -W_\mu^0 \end{pmatrix} \qquad (10.1)$$

و $W^\pm$ به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$W_\mu^\pm \;=\; \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)\,. \qquad (11.1)$$