بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه فردوسی مشهد

دانشکده علوم ریاضی

گروه ریاضی

پایان نامه تحصیلی

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی

موضوع:

مسأله P - مرکز در شبکه‌ها

استاد راهنما:

آقای دکتر حسین تقی‌زاده کاخکی

استادیار دانشگاه فردوسی مشهد

استاد داور:

آقای دکتر هدایت ذکایی آشتیانی

دانشیار دانشگاه صنعتی شریف

مدیر گروه:

آقای دکتر پور عبدالله نژاد

دانشیار دانشگاه فردوسی مشهد

مؤلف:

مهرداد حسینی

خرداد ۱۳۷۵

بسمه تعالی

No: شماره:

Date: تاریخ:

پیوست:

دانشگاه فردوسی مشهد
دانشکده علوم - گروه ریاضی

Department of Mathematics
Ferdowsi University of Mashhad
P.O.Box 1159-91775,Mashhad
Islamic Republic of Iran

جلسهٔ دفاع از پایان‌نامهٔ آقای مهرداد حسینی دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضی در ساعتِ ۳ بعدازظهر روزِ ۷۵/۳/۲۴ دراتاقِ شمارهٔ ۲۵ ساختمانِ خوارزمی دانشکدهٔ علوم ۲ باحضور امضاءکنندگان ذیل تشکیل‌گردید. پس‌از بررسی و نظر هیأت داوران، پایان‌نامه نامبرده بانمرهٔ ۱۸/۰ هجده مورد‌تأیید قرارگرفت.

عنوان رساله: " مسئاله p - مرکز درشبکه ها "

تعداد واحد: ۶ واحد

داور رساله: آقای دکتر هدایت ذکائی‌آشتیانی
دانشیار گروه عمران دانشگاه صنعتی شریف

داور رساله: آقای دکتر علی‌وحیدیان کامیاد
دانشیار گروه ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد

استاد راهنما: آقای دکتر حسین تقی زاده
استادیار گروه ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد

مدیرگروه ریاضی: آقای دکترمحمد علی پورعبداله نژاد
دانشیار گروه ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد

بلوار وکیل آباد - سه راه کوکا - خیابان شهیدباهنر - دانشکده علوم ۲ - صندوق پستی ۱۱۵۹-کد ۹۱۷۷۵ تلفن: ۸۱۷۷۴۹-۰۵۱
فاکس ۸۱۷۷۴۹-۰۵۱، پست الکترونیکی e-mail:math.sci@toos.um.ac.ir , Tel : 0098-51-817749 , Fax : 051-817749

تقدیم به :

مادر عزیزم

که همواره مشوقم در ادامهٔ تحصیل بوده است.

تقدیرو تشکر

دراینجا لازم است از کلیه کسانی که در طول مدت تحصیل مرا یاری نموده‌اند، تشکر و قدردانی نمایم.ابتدا از خانواده‌ام تشکرمی‌کنم که عزم مرا در ادامه تحصیل جزم کردند.

و نیز لازم است که از جناب آقای دکتر تقی زاده که راهنمایی مرا بعهده داشتند، سپاس-گذاری نمایم . همچنین از جناب آقای دکتر ذکایی آشتیانی استاد دانشگاه صنعتی شریف تهران که داوری رساله‌ام را عهده‌دار بوده‌اند، تشکر می‌نمایم.

از اساتید گروه ریاضی آقایان دکتر پورعبدالله نژاد - دکتر نیکنام- دکترکرایه‌چیان- دکتر وحیدیان کامیاد - دکترصابری وخانم‌ها دکتر توتونیان - دکتر افشار نژاد که بسیار از آنها آموخته‌ام، نهایت تشکر را دارم.

از مسئولین وکارکنان محترم کتابخانه دانشکده علوم ۲ به ویژه جناب آقای اتحاد که نهایت دلسوزی رادر برخورد با دانشجو دارند ونیز منشی‌های گروه ریاضی (سرکار خانم تهرانی و سرکار خانم صابری) ومسئولین محترم اداری دانشکده علوم ۲ (بویژه جناب آقای سعادت) کمال تشکر را دارم.

در پایان جادارد که از همکاری دوستانم آقایان خجسته- علوی - دزگاهی -کوثری- هاشمی - سهرابی- قیصری - آهنی - وطن دوست قدردانی نمایم و ازخداوند متعال توفیق روز افزون آنهاراخواستارم.

مهرداد حسینی

فهرست مطالب

مقدمه

یکی از مسائلی که تحت عنوان مسائل مکانیابی(۱) مطرح می‌شود، مسأله مکانیابی مراکزیاتأسیساتی است که حداکثر فاصله آنها تا تمام گره های شبکه، حداقل گردد. مسائلی نظیر ایجاد ایستگاههای آتش نشانی و مراکز اورژانس ازاین نوع می‌باشند. برای مثال ایستگاههای آتش نشانی بایستی در مکانهایی تأسیس گردند که در صورت آتش سوزی، نزدیکترین ایستگاه آتش نشانی به محل آتش سوزی بتواند در حداقل مدت به آن سرویس داده و حریق را مهار نماید.

این مسأله تحت عنوان «حداقل کرد ن حد اکثر فاصله (زمان پاسخ(۲)) ازمرکز تأسیساتی مربوطه به هرگره شبکه» بررسی می‌شود. مسأله دیگری که عموماً در مسائل مکانیابی مطرح می‌شود، مسأله «حداقل کردن مجموع فواصل از مرکز تأسیساتی مربوطه به تمام گره‌ها در شبکه» است که به مسأله «میانه(۳)» مشهور می‌باشد(۴).

مسأله‌ای که ما بدان می‌پردازیم، مسأله P_ مرکز(۵) می‌باشد که در آن هدف تعیین مجموعه‌ای با P- نقطه در شبکه است بطوریکه حداکثر فاصله هرگره شبکه از نزدیکترین نقطهٔ مجموعهٔ مزبور، حداقل گردد.

---

1) Location problem 2) Response Time

3) median

۴) مسائل دیگری نیز تحت عنوان مسائل مکانیابی وجود دارند. برای اطلاعات بیشتر به [11] مراجعه نمائید.

5) P- center Problem

در فصل یک، نمادها، تعاریف ریاضی و تعریف مسأله آمده است.

فصل دوم شامل مکانیابی مرکز در حالت خاص شبکه‌ها یعنی درخت‌ها می‌باشد. در این فصل، مسأله ۱ـ مرکز در درختها و سپس مسأله ۲ـ مرکز و در نهایت مسأله p_مرکز مطرح شده و سپس در مورد صحت الگوریتم‌های مطرح شده در مورد درختها، بحث گردیده و پیچیدگی محاسباتی[1] آنها مورد بررسی قرار گرفته است.

فصل سوم شامل مکانیابی مرکز در حالت شبکه‌های عمومی[2] می‌باشد. دراین فصل مسأله ۱ـ مرکز و سپس مسأله P_ مرکز مطرح شده است.

فصل چهارم شامل چند مثال کاربردی می‌باشد و ۱ـ مرکزو P_ مرکز محاسبه گردیده است. این مسائل برای درختها وشبکه‌های عمومی با ابعاد مختلف و با تعداد مراکز مختلف، هم به وسیلهٔ الگوریتم تخفیف[3] وهم به وسیله روش پیدا کردن درخت گسترده کمینه[4] و با استفاده از الگوریتم P_ مرکز درختها حل گردیده اند.

درپایان منابع و مآخذ وسپس پیوست آمده است. پیوست شامل لیست برنامه‌های کامپیوتری و نتایج محاسباتی می‌باشد. نمودار صفحه بعد، انواع مسائل مورد بررسی در این پایان نامه و برنامه‌های کامپیوتری ارائه شده برای حل آنها را نشان می‌دهد. در نمودار مزبور، شبکه‌ها به انواع درختها و شبکه‌های عمومی تقسیم شده است.

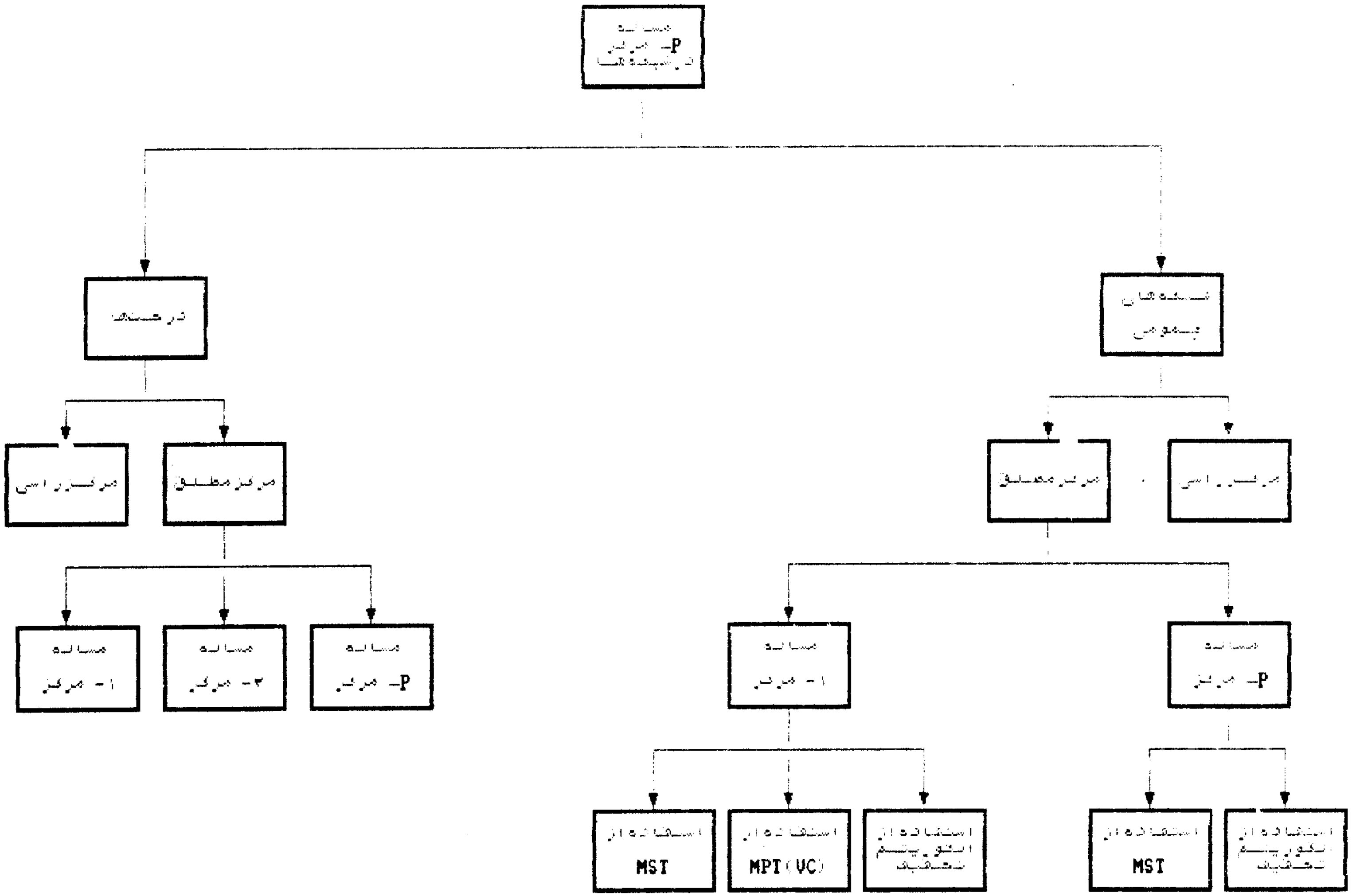
۸

1) Complexity

2) General Network

3) Relaxation

4- Minimum spanning Tree



(نمودار امکانات برنامه‌های کامپیوتری)

فصل اول

نمادها، تعاریف ریاضی و تعریف مسأله

۱ـ۱ تعاریف ریاضی و تعریف مسأله

تعریف گراف فرض کنید $V=\{i: i=1,2,3,...,n\}$ یک مجموعهٔ متناهی و S مجموعهٔ زوج های نامرتب (i,j) از عناصر V باشد.

$$S=\{ (i,j): \ i,j \ \varepsilon \ V\}$$

منظوراز زوج نامرتب این است که (i,j)و (j,i) یکسانند.

زوج $G=(V,E)$, $E \subseteq S$ یک گراف بدون جهت[۱] نامیده می‌شود و عناصر V رئوس[۲] یا گره[۳] وعناصر E خطوط (یاکمانهای[۴]) گراف نامیده می‌شوند.

فرض کنید Q مجموعهٔ زوج های مرتب از عناصر V باشد.

$$Q=\{(i,j): \ (i,j) \ \varepsilon \ V\}$$

منظور از زوج مرتب این است که (i,j) و (j,i) یکسان نیستند.

زوج $G'=(V,E')$, $E' \subseteq Q$ یک گراف جهت دار [۵] نامیده می‌شود. عناصر E' کمان نامیده می‌شوند.

تعریف مسیر.[۶] مجموعه‌ای از کمانها به صورت $(i,p_1),(p_1,p_2),...,(p_n,j)$ که گره‌های j,i را بهم وصل نماید، یک مسیر از i به j نامیده می‌شود. در این مجموعه مرتب هر کمان فقط یکبار تکرار می‌گردد.

تعریف حلقه:[۷] یک مسیر که در آن i=j باشد یا به عبارت دیگر گره ابتدایی و انتهایی آن

---

1) undirected Graph
2) Vertex
3) node
4) Arc
5) directed Graph
6) Path
7) Cycle

یکسان باشد، حلقه نامیده می‌شود.

گراف متصل :[۱] گرافی که بین هر دو گره آن یک مسیر وجود داشته باشد، متصل نامیده می‌شود.

درخت :[۲] یک گراف متصل که شامل حلقه نباشد، درخت نامیده می‌شود.

تعریف شبکه:[۳] یک گراف متصل $G=(V,E)$ با مقدار نامنفی $w(v)$ (که وزن[۴] گرهٔ $v\varepsilon V$ می‌باشد) و یک عدد مثبت l_e (که طول کمان $e\varepsilon E$ نامیده می‌شود) را یک شبکه می‌نامند. در این شبکه، V مجموعه گره‌ها و E مجموعه کمانهاست و ما از این به بعد نماد $G=(V,E)$ یا $N=(V,E)$ را برای شبکه‌ای با مجموعه گره‌های V و مجموعهٔ کمانهای E بکار خواهیم برد.

قطردرخت :[۵] قطر یک درخت، حداکثر فاصلهٔ بین هر دو گره در درخت می‌باشد.

مسیر قطری:[۶] یک مسیر در درخت T که طولش مساوی قطر T باشد، یک مسیر قطری در T نامیده می‌شود و با $DP(T)$ نمایش داده می‌شود.

درخت گسترده(ST) :[۷] درخت $T=(V,E^T)$ یک درخت گسترده از گراف $G=(V,E)$ نامیده می‌شود، اگر

$$E^T \subseteq E\ ,\ |E^T| = n-1$$

n تعداد گره‌هاست و $|V| = n$

---

1) Connected
2) Tree
3) Network
4) Weight
5) Diameter of Tree
6) Diameter Path
7) Spanning Tree

درخت با قطر مینیموم (MDT):[1] فرض کنید $\Gamma(G)$ مجموعهٔ همه درختهای گسترده G باشد. یک درخت با قطر مینیموم، درخت گسترده‌ی است که کمترین قطر را در بین عناصر مجموعهٔ $\Gamma(G)$ داشته باشد.

درخت گسترده کمینه (MST):[2] فرض کنید $G=(V,E)$ یک شبکه متصل باشد. وزن کمان $e\varepsilon E$ برابر $l_e>0$ است. درخت گسترده کمینه، یک درخت گسترده T از G با حداقل وزن[3] است. وزن درخت $T=(V,E^T)$, $E^T\subseteq E$ برابر است با

$$\sum_{e\,\varepsilon\,E^T} l_e$$

درخت گسترده با حداقل مسیر (MPT):[4]

فرض کنید $v\varepsilon V$ یک گره دلخواه باشد. کوتاهترین مسیر گره‌ها را نسبت به گرهٔ v بدست می‌آوریم. درخت گسترده‌ای را که بدین صورت بدست می‌آید، درخت گسترده با حداقل مسیر نسبت به گرهٔ v نامند و با $MPT(v)$ نمایش می‌دهند. گره v را گرهٔ ریشه می‌نامند.

1-MDT = Minimal Diameter Tree

2-MST = Minimal Spanning Tree

3-Minimum weight

4-MPT = minimum - path Spanning Tree

تعریف مرکز مطلق و شعاع شبکه

فرض کنید $G=(V,E)$ یک شبکه متصل بدون جهت باشد و $d(x,k)$ کوتاهترین فاصله[1] بین نقطهٔ x در شبکه و گرهٔ k باشد. تابع $F(x)$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$F(x)=\max_{k \varepsilon V} d(x,k) \qquad \forall x \varepsilon G \tag{۱-۱}$$

(نماد $x \varepsilon G$ بدین معنی است که x می‌تواند هر نقطه‌ای در شبکه باشد.)

مرکز مطلق[2] شبکه، نقطه‌ای مانند x_0 است بطوریکه:

$$F(x_0) \le F(x) \qquad \forall x \varepsilon G \tag{۲-۱}$$

توجه کنید که نقطهٔ x_0 می‌تواند خود یک گرهٔ شبکه باشد.

$F(x_0)$ شعاع شبکه نامیده شده و با R نمایش داده می‌شود. یعنی :

$$R=F(x_0) = \min_{x \varepsilon G} \{ \max_{\kappa \varepsilon V} d(x,k)\} \tag{۳-۱}$$

مرکز رأسی[3] شبکه : تابع $F(\nu)$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$F(\nu)= \max_{k \varepsilon V} d(\nu,k) \qquad \forall \nu \varepsilon V \tag{۴-۱}$$

مرکز رأسی شبکه، گرهی مانند ν_0 است بطوریکه:

$$F(\nu_0) \le F(\nu) \qquad \forall \nu \varepsilon V \tag{۵-۱}$$

1-Shortest Distance

2-Absolute Center

3-Vertex Center

تعریف مرکز موضعی [۱]

یک نقطهٔ $c\varepsilon G$ نسبت به جفت گره‌های $x,y\varepsilon V$ که با $<x,c,y>$ نمایش داده می‌شود، یک مرکز موضعی نامیده میشود، اگر حداقل فاصله از c به x برابر حداقل فاصله از c به y باشد و هیچ جهتی از c وجود نداشته باشد بطوریکه حداقل فاصله‌های نسبت به y,x هر دو، کاهش پیدا کنند. یعنی:

۱) $d(x,c)=d(y,c)$ (۱-٦)

۲) $$\{a\varepsilon A_c : \lim_{\theta\to 0} \frac{d(z,x^a_\theta)-d(z,c)}{\theta} < 0, \text{ for } z=x,y\}=\varnothing$$

فرض کنید نقطهٔ c روی کمان (ν_1,ν_2) باشد. (ν_1,c) و (c,ν_2) راکمانهای جزیی مجاور c گویند.

A_c مجموعه کمانها یا کمانهای جزیی مجاور c می‌باشد و x^a_θ نقطه‌ای است به فاصلهٔ θ از c روی کمان $a\varepsilon A_c$.

توجه کنید که $<x,c,x>$ وجود دارد اگر و فقط اگر $c=x$

در اینصورت مرکز موضعی $<x,x,x>$ یک مرکز نول [۲] نامیده می‌شود.

مقدار $d_c= d(x,c)=d(y,c)$ را دامنه مرکز موضعی [۳] c می‌نامند.

تعریف مسأله p- مرکز در شبکه‌ها

مسأله مکانیابی مراکز شبکه، زمانی که بیش از یک مرکز مورد نیاز باشد، به مسأله p- مرکز

1-Local Center

2-Null Center

3-Range