

دانشکده فنی  
گروه مهندسی مکانیک  
گرایش طراحی کاربردی

تحلیل رفتار مکانیکی سازه‌های میکرو بر اساس تئوری  
پلاستیسیته گرادیان کرنش

از:  
حکیمه علیزاده

استاد راهنما:  
دکتر رضا انصاری خلخالی

شهریور ۱۳۹۳

صلاة الاضحية

دانشکده فنی  
گروه مهندسی مکانیک  
گرایش طراحی کاربردی

تحلیل رفتار مکانیکی سازه‌های میکرو بر اساس تئوری  
پلاستیسیته گرادین کرنش

از:  
حکیمه علیزاده

استاد راهنما:  
دکتر رضا انصاری خلخالی

شهریور ۱۳۹۳

تقدیم به:

پدر و مادر عزیزم، گوهرهای گرانبهای زندگیم که در تمام لحظات زندگی با فداکاری و از خودگذشتگی، مرا راهنما بوده‌اند.

با سپاس فراوان از استاد بزرگوارم،

## دکتر رضا انصاری

که با سعی صدر و صبوری مرا راهنمایی نموده و در پیشبرد این پایان نامه سعی تمام مبذول داشته‌اند.

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
ب	تقدیم
پ	تشکر
ت	فهرست مطالب
چ	فهرست جدول‌ها
ح	فهرست شکل‌ها
ذ	فهرست علائم اختصاری
ر	چکیده فارسی
ز	چکیده انگلیسی
	<b>فصل اول: مقدمه</b>
۲	۱-۱ اثرات اندازه و نتایج آزمایشگاهی
۱۰	۱-۲ مروری بر تحقیقات پیشین
۱۴	۱-۳ معرفی رساله‌ی حاضر
	<b>فصل دوم: مروری بر تئوری‌های پلاستیسیته‌ی کلاسیک و گرادبانی</b>
۱۷	۱-۲ مقدمه
۱۷	۲-۲ تجزیه‌ی کرنش
۱۸	۳-۲ معیارهای تسلیم
۱۸	۱-۳-۲ سطح تسلیم
۱۸	۲-۳-۲ معیار ترسکا
۱۸	۳-۳-۲ معیار فون میسز
۱۹	۴-۲ تئوری‌های پلاستیسیته
۲۰	۱-۴-۲ تئوری نموی لوی-میسز
۲۰	۲-۴-۲ تئوری نموی پرندتل-رئوس
۲۲	۵-۲ مروری بر تئوری‌های پلاستیسیته گرادبانی موجود
۲۲	۱-۵-۲ مدل‌های پلاستیسیته‌ی گرادبانی صریح
۲۳	۱-۱-۵-۲ تئوری‌های مرتبه‌ی پایین

۲۴	۱-۱-۱-۵-۲ تئوری آچاریا و باسانی
۲۵	۲-۱-۱-۵-۲ تئوری چن-ونگ
۲۶	۳-۱-۱-۵-۲ تئوری پلاستیسیته‌ی گرادیان کرنش بر مبنای مکانیزم معمول هوانگ و همکاران
۳۲	۴-۱-۱-۵-۲ مزایا و معایب تئوری‌های مرتبه‌ی پایین
۳۲	۲-۱-۵-۲ تئوری‌های مرتبه‌ی بالا
۳۲	۱-۲-۱-۵-۲ تئوری ایفانتیس
۳۴	۲-۲-۱-۵-۲ تئوری فلک و هاتچینسون
۳۴	۱-۲-۲-۱-۵-۲ تئوری تنش کوپل
۳۵	۲-۲-۲-۱-۵-۲ تئوری پلاستیسیته‌ی گرادینی کشش و چرخش
۳۸	۳-۲-۱-۵-۲ تئوری گرین
۳۹	۶-۲-۱-۵-۲ تئوری گودماندسن
۴۱	۲-۵-۲ مدل‌های پلاستیسیته‌ی گرادینی ضمنی
<b>فصل سوم: خمش تیر میکرو بر اساس تئوری‌های پلاستیسیته‌ی گرادینی</b>	
۴۳	۱-۳ مقدمه
۴۳	۲-۳ خمش میکرو تیر بر اساس تئوری تنش کوپل
۴۴	۱-۲-۳ خمش میکرو تیر یکسرگیردار تحت بارگذاری ممان M در انتهای تیر
۴۴	۱-۱-۲-۳ حالت صلب-پلاستیک با سخت‌شوندگی خطی
۴۷	۲-۱-۲-۳ حالت الاستیک
۴۷	۲-۲-۳ خمش میکرو تیر یکسرگیردار تحت بارگذاری نیروی متمرکز در انتهای تیر
۴۸	۱-۲-۲-۳ حالت صلب-پلاستیک با سخت‌شوندگی خطی
۴۹	۲-۲-۲-۳ حالت الاستیک
۴۹	۳-۲-۲-۳ حالت الاستوپلاستیک
۵۱	۳-۳ خمش میکرو تیر یکسرگیردار بر اساس تئوری چن-ونگ
۵۲	۱-۳-۳ خمش میکرو تیر یکسرگیردار تحت بارگذاری ممان M در انتهای تیر
۵۲	۱-۱-۳-۳ حالت صلب-پلاستیک با سخت‌شوندگی خطی
۵۳	۲-۱-۳-۳ حالت الاستیک

۵۳	۲-۳-۳ خمش میکرو تیر یکسرگیردار تحت بارگذاری نیروی متمرکز در انتهای تیر
۵۳	۱-۲-۳-۳ حالت صلب-پلاستیک با سخت‌شوندگی خطی
۵۴	۲-۲-۳-۳ حالت الاستیک
۵۴	۳-۲-۳-۳ حالت الاستوپلاستیک
<b>فصل چهارم: تحلیل رفتار الاستوپلاستیک میکروتیرهای FGM با استفاده از UMAT</b>	
۵۷	۱-۴ مقدمه
۵۷	۲-۴ خواص مکانیکی موثر FGM
۵۹	۳-۴ معادلات ساختاری و استخراج ماتریس سختی الاستوپلاستیک مدل Mixed hardening
۶۳	۴-۴ مدل سازی المان محدود
۶۴	۱-۴-۴ مرحله‌ی پیش‌بین الاستیک
۶۵	۲-۴-۴ مرحله‌ی مصحح پلاستیک
<b>فصل پنجم: بحث و نتیجه‌گیری</b>	
۷۱	۱-۵ خمش میکرو تیر یکسرگیردار
۷۱	۱-۱-۵ حالت صلب-پلاستیک با سخت‌شوندگی خطی
۷۵	۲-۱-۵ حالت الاستیک
۷۸	۳-۱-۵ حالت الاستوپلاستیک
۸۰	۲-۵ مقایسه با نتایج آزمایشگاهی
۸۰	۱-۲-۵ حالت الاستیک
۸۲	۲-۲-۵ حالت صلب-پلاستیک
۸۳	۳-۵ نتایج عددی تحلیل رفتار الاستوپلاستیک تیر FGM با استفاده از UMAT
<b>فصل ششم: جمع‌بندی و پیشنهادات</b>	
۹۴	۱-۶ نتیجه‌گیری
۹۴	۲-۶ ارائه پیشنهادات
۹۶	مراجع

فهرست جدول‌ها

صفحه	عنوان
۸۳	جدول (۱-۵): مقادیر طول، پهنا، ضخامت و بار P تیر یکسرگیردار
۸۴	جدول (۲-۵): ویژگی‌های ماده‌ی شکل‌پذیر
۸۴	جدول (۳-۵): ویژگی‌های پلاستیک ماده
۸۷	جدول (۴-۵): مقادیر طول، پهنا، ضخامت و بار P تیر FGM یکسرگیردار
۸۷	جدول (۵-۵): خواص مکانیکی ماده FGM

فهرست شکل‌ها

فصل اول: مقدمه

- شکل (۱-۱): مقاومت پیچشی میکرونی وابسته به ابعاد ورقه‌ی مسی [۱] ۳
- شکل (۲-۱): سختی وابسته به عمق در مس [۳] ۳
- شکل (۳-۱): مقاومت خمشی میکرونی وابسته به ابعاد ورقه نیکلی [۵] ۴
- شکل (۴-۱): تست کشش ورق نازک:  $L$ ، ضخامت فیلم نازک و  $l$ ، مقیاس طول داخلی [۶] ۵
- شکل (۵-۱): وابستگی تنش تسلیم ماده به ضخامت ورق نازک [۹] ۵
- شکل (۶-۱): منحنی نیرو-جابجایی، به ازای قطرهای داخلی متفاوت. (a) ضخامت ورق در حدود ۶۰ میکرومتر و (b) ضخامت ورق در حدود ۸۰ میکرومتر [۱۰] ۶
- شکل (۷-۱): نابجایی‌های ایجاد شده حین تغییر شکل مواد [۱۵] ۷

فصل دوم: مروری بر تئوری‌های پلاستیسیته‌ی کلاسیک و گرادانی

- شکل (۱-۲): تجزیه‌ی کرنش ۱۷
- شکل (۲-۲): تست کشش به صورت شماتیک ۱۹
- شکل (۳-۲): سطح تسلیم [۷۲] ۱۹
- شکل (۴-۲): انباشتگی نابجایی‌های لازم هندسی (GND) تحت نفوذ محوری نفوذگر صلب [۷۴] ۲۸
- شکل (۵-۲): روند انباشتگی نابجایی‌های لازم هندسی [۷۵] ۲۹

فصل سوم: خمش تیر میکرو بر اساس تئوری‌های پلاستیسیته‌ی گرادانی

- شکل (۱-۳): میکرو تیر یکسرگیردار تحت بارگذاری ممان  $M$  ۴۵
- شکل (۲-۳): میکرو تیر یکسرگیردار تحت بارگذاری نیروی متمرکز  $P$  ۴۸

فصل چهارم: تحلیل رفتار الاستوپلاستیک میکروتیرهای FGM با استفاده از UMAT

- شکل (۱-۴): میکروتیر FGM با سطح فوقانی فلز و سطح زیرین سرامیک ۵۸
- شکل (۲-۴): توزیع کسر حجمی فلز FGM در راستای ضخامت ۵۹
- شکل (۳-۴): الگوریتم return mapping ۶۵

فصل پنجم: بحث و نتیجه‌گیری

- شکل (۱-۵): خیز بی‌بعد میکروتیر یکسرگیردار برحسب طول بی‌بعد به ازای مقادیر مختلف مقیاس طول داخلی و تحت بارگذاری ممان به انتهای تیر در حالت صلب-پلاستیک با سخت‌شوندگی خطی الف) تئوری تنش کوپل ب) تئوری چن-ونگ ۷۲
- شکل (۲-۵): خیز بی‌بعد میکروتیر یکسرگیردار برحسب طول بی‌بعد به ازای مقادیر مختلف مقیاس طول داخلی و تحت بارگذاری نیروی ۷۳

- ۷۴ متمرکز به انتهای تیر در حالت صلب-پلاستیک با سخت‌شوندگی خطی الف) تئوری تنش کوپل ب) تئوری چن-وونگ  
 شکل (۳-۵): خیز بی‌بعد میکروتیر یکسرگیردار برحسب طول بی‌بعد به ازای مقادیر مختلف مقیاس طول داخلی بر اساس تئوری‌های  
 تنش کوپل و چن-وونگ الف) تحت بارگذاری ممان ب) تحت بارگذاری نیروی متمرکز به انتهای تیر
- ۷۵ شکل (۴-۵): خیز بی‌بعد میکروتیر یکسرگیردار برحسب طول بی‌بعد به ازای مقادیر مختلف مقیاس طول داخلی و تحت بارگذاری ممان  
 به انتهای تیر در حالت الاستیک و تئوری تنش کوپل
- ۷۶ شکل (۵-۵): خیز بی‌بعد میکروتیر یکسرگیردار برحسب طول بی‌بعد به ازای مقادیر مختلف مقیاس طول داخلی و تحت بارگذاری ممان  
 به انتهای تیر در حالت الاستیک و تئوری چن-وونگ
- ۷۶ شکل (۶-۵): خیز بی‌بعد میکروتیر یکسرگیردار برحسب طول بی‌بعد به ازای مقادیر مختلف مقیاس طول داخلی و تحت بارگذاری نیروی  
 متمرکز به انتهای تیر در حالت الاستیک و تئوری تنش کوپل
- ۷۷ شکل (۷-۵): خیز بی‌بعد میکروتیر یکسرگیردار برحسب طول بی‌بعد به ازای مقادیر مختلف مقیاس طول داخلی و تحت بارگذاری نیروی  
 متمرکز به انتهای تیر در حالت الاستیک و تئوری چن-وونگ
- ۷۷ شکل (۸-۵): خیز بی‌بعد میکروتیر یکسرگیردار برحسب طول بی‌بعد به ازای مقادیر مختلف مقیاس طول داخلی و تحت بارگذاری ممان  
 به انتهای تیر در حالت الاستیک بر اساس تئوری‌های تنش کوپل و چن-وونگ
- ۷۸ شکل (۹-۵): خیز بی‌بعد میکروتیر یکسرگیردار برحسب طول بی‌بعد به ازای مقادیر مختلف مقیاس طول داخلی و تحت بارگذاری نیروی  
 متمرکز به انتهای تیر در حالت الاستیک بر اساس تئوری‌های تنش کوپل و چن-وونگ
- ۷۹ شکل (۱۰-۵): خیز بی‌بعد میکروتیر یکسرگیردار برحسب طول بی‌بعد به ازای مقادیر مختلف مقیاس طول داخلی و تحت بارگذاری  
 نیروی متمرکز به انتهای تیر در حالت الاستوپلاستیک و تئوری تنش کوپل
- ۷۹ شکل (۱۱-۵): خیز بی‌بعد میکروتیر یکسرگیردار برحسب طول بی‌بعد به ازای مقادیر مختلف مقیاس طول داخلی و تحت بارگذاری  
 نیروی متمرکز به انتهای تیر در حالت الاستوپلاستیک و تئوری چن-وونگ
- ۸۰ شکل (۱۲-۵): خیز بی‌بعد میکروتیر یکسرگیردار برحسب طول بی‌بعد به ازای مقادیر مختلف مقیاس طول داخلی و تحت بارگذاری  
 نیروی متمرکز به انتهای تیر در حالت الاستوپلاستیک بر اساس تئوری‌های تنش کوپل و چن-وونگ
- ۸۱ شکل (۱۳-۵): مقایسه‌ی نتایج تحلیلی صلبیت خمشی میکروتیر یکسرگیردار با نتایج آزمایشگاهی در حالت الاستیک
- ۸۳ شکل (۱۴-۵): مقایسه‌ی نتایج تحلیلی ممان خمشی بی‌بعد میکروتیر یکسرگیردار با نتایج آزمایشگاهی در حالت صلب-پلاستیک
- ۸۴ شکل (۱۵-۵): تیر یکسرگیردار تحت بارگذاری گسترده P
- ۸۵ شکل (۱۶-۵): نتایج تحلیل رفتار الاستوپلاستیک تیر یکسرگیردار حاصل از نرم‌افزار Abaqus الف) کانتور تنش میسز ب) کانتور کرنش  
 پلاستیک موثر پ) کانتور جابجایی
- ۸۶ شکل (۱۷-۵): نتایج تحلیل رفتار الاستوپلاستیک تیر یکسرگیردار حاصل از کد UMAT در نرم‌افزار Abaqus الف) کانتور تنش میسز  
 ب) کانتور کرنش پلاستیک موثر پ) کانتور جابجایی

- ۸۸ شکل (۵-۱۸): نتایج تحلیل رفتار الاستو پلاستیک تیریکسرگیردار FGM حاصل از کد UMAT در نرم افزار Abaqus به ازای  $n = 0.1$  و  $P = 1.5$  الف) کانتور کرنش پلاستیک موثر ب) کانتور جابجایی پ) کانتور تنش تسلیم
- ۸۹ شکل (۵-۱۹): نتایج تحلیل رفتار الاستو پلاستیک تیریکسرگیردار FGM حاصل از کد UMAT در نرم افزار Abaqus به ازای  $n = 0.1$  و  $P = 1.7$  الف) کانتور کرنش پلاستیک موثر ب) کانتور جابجایی پ) کانتور تنش تسلیم
- ۹۰ شکل (۵-۲۰): نتایج تحلیل رفتار الاستو پلاستیک تیریکسرگیردار FGM حاصل از کد UMAT در نرم افزار Abaqus به ازای  $n = 1$  و  $P = 1.5$  الف) کانتور کرنش پلاستیک موثر ب) کانتور جابجایی پ) کانتور تنش تسلیم
- ۹۱ شکل (۵-۲۱): نتایج تحلیل رفتار الاستو پلاستیک تیریکسرگیردار FGM حاصل از کد UMAT در نرم افزار Abaqus به ازای  $n = 1$  و  $P = 1.7$  الف) کانتور کرنش پلاستیک موثر ب) کانتور جابجایی پ) کانتور تنش تسلیم
- ۹۲ شکل (۵-۲۲): نتایج تحلیل رفتار الاستو پلاستیک تیریکسرگیردار FGM حاصل از کد UMAT در نرم افزار Abaqus به ازای  $n = 5$  و  $P = 1.5$  الف) کانتور کرنش پلاستیک موثر ب) کانتور جابجایی پ) کانتور تنش تسلیم

فهرست علائم اختصاری

**علائم یونانی**

$\varepsilon_{ij}$	تنسور کرنش کل
$\varepsilon_{ij}^e$	تنسور کرنش الاستیک
$\varepsilon_{ij}^P$	تنسور کرنش پلاستیک
$\varepsilon_{eff}^P$	کرنش پلاستیک موثر
$\eta_{ij}^P$	تنسور گرادیان کرنش پلاستیک
$\eta$	تنسور گرادیان کرنش
$\theta^e$	شیب الاستیک
$\theta^P$	شیب پلاستیک
$\rho_s$	چگالی نابجایی‌های ذخیره شده آماری
$\rho_G$	چگالی نابجایی‌های لازم هندسی
$\sigma_{ij}$	تنسور تنش کوشی
$\sigma'_{ij}$	تنسور انحرافی
$\tau$	تنش برشی تیلور
$\underline{\chi}$	تنسور تنش زمینه
$\chi_{ij}$	تنسور انحنا

**علائم انگلیسی**

$\tilde{D}$	ماتریس سختی الاستوپلاستیک
$E$	مدول الاستیسیته
$E_P$	مدول پلاستیسیته
$l$	پارامتر طول
$u$	انرژی کرنشی
$w^e$	خیز الاستیک
$w^P$	خیز پلاستیک

## چکیده

تحلیل رفتار مکانیکی سازه‌های میکرو بر اساس تئوری پلاستیسیته‌ی گرادیان کرنش

حکیمه علیزاده

در تحقیق حاضر، تحلیل خمش میکرو تیرهای یکسرگیردار در سه حالت الاستیک، صلب - پلاستیک و الاستوپلاستیک، تحت بارگذاری‌های متفاوت مورد تحلیل قرار گرفته است. همچنین مدل ساختاری پلاستیسیته‌ی گرادیانی با سخت‌شوندگی ترکیبی غیر خطی سینماتیک و ایزوتروپیک ارائه شده است. با استفاده از کد یومت در نرم‌افزار آباکوس، تحلیل الاستوپلاستیک کلاسیک تیر مذکور ارائه گردیده است. وقتی ضخامت تیر یکسر گیردار به میکرون تقلیل می‌یابد، رفتار مکانیکی تیر تحت تاثیر ابعاد ماده و مقیاس طول داخلی قرار می‌گیرد. از آنجاییکه تئوری کلاسیک مکانیک محیط پیوسته به مقیاس طولی داخلی وابسته نیست، لذا مدل سازی و پیش‌بینی تغییر شکل های پلاستیک توسط این تئوری قابل اعتماد نمی باشد. بنابراین در این پایان‌نامه برای تحلیل رفتار مکانیکی میکرو تیرها از تئوری‌های پلاستیسیته گرادیان کرنش استفاده می‌شود. مدل تیر اولر- برنولی برای بدست آوردن معادلات حاکم بکار گرفته شده است. خیز تیر برای هر سه حالت، به ازای طول مشخصه های مختلف و بارگذاری‌های متفاوت بدست آمده، نتایج حاصل با یکدیگر و نیز با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده و تحلیل‌هایی ارائه شده‌اند. روابط دقیقی نیز برای کرنش‌های الاستیک و پلاستیک ارائه شده‌است. نتایج حاصل از تئوری کلاسیک نیز، به منظور مقایسه و نشان دادن عدم توانایی این تئوری در پیش‌بینی دقیق رفتار ماده رسم شده‌اند. نتایج بدست آمده نشان دهنده وابستگی جواب-ها به حدود ابعاد و طول مشخصه می باشد.

کلید واژه: میکرو تیر، خمش، تئوری پلاستیسیته‌ی گرادیان کرنش.

**Abstract**

Mechanical behaviour of micro-structures based on Strain Gradient Plasticity Theory

Hakimeh Alizadeh

In this research, the bending behavior of cantilever micro-beams is investigated for different loading conditions and three cases including elastic, rigid-plastic and elasto-plastic. Also constitutive gradient plasticity model for Nonlinear mixed hardening is presented. Using UMAT subroutine in Abaqus, classical elasto-plastic analysis of mentioned beam is presented. When the cantilever beam thickness is scaled down to micron, the dimension of material and the intrinsic length scale affect the mechanical behavior of the beam. Since the classical continuum mechanic theory doesn't consider the material length scale parameter, so the plastic deformations modeling and predicting capability of this theory is not reliable. So in this investigation, strain gradient plasticity theories are utilized to analyze mechanical behaviors of micro-beams. The Euler-Bernoulli beam theory is taken into account to obtain governing equations. For all mentioned cases, the beam deflection is determined for different intrinsic lengths and the obtained results are compared with each other and experimental data and some explanations are presented. Clear relations for elastic and plastic strains are given. The results obtained from classical theory are also shown in the results section to compare and prove that classical theories do not have the capability to predict behavior of micron-size structures precisely. Numerical results show the dependence of responses to the range of dimensions and intrinsic lengths.

**Keywords:** Micro beams; Bending; Strain Gradient Plasticity Theory

فصل اول:

مقدمه

در این فصل ابتدا به تأثیرات اندازه و ابعاد ماده در تحلیل رفتار مکانیکی ماده و مشاهدات تجربی مربوطه اشاره می‌شود. پس از بیان سیر تاریخی توسعه‌ی تئوری‌های گرادینانی و ضرورت استفاده از آن، به معرفی رساله حاضر پرداخته می‌شود.

## ۱-۱ اثرات اندازه و نتایج آزمایشگاهی

استفاده از تئوری‌های کلاسیک محیط پیوسته برای پیش‌بینی رفتار مواد در بسیاری از تغییر شکل‌ها در ابعاد میکرو به شکست می‌انجامد. نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد که در این موارد وابستگی معناداری به پارامترهای طولی اندازه‌ای وجود دارد و برای تحلیل رفتار مواد در این حالت‌ها، لازم است تئوری‌های کلاسیک محیط پیوسته بسط داده شده و کمیت‌هایی شامل ابعاد ماده وارد معادلات ساختاری شود. تأثیرات اندازه در توجیه رفتار مکانیکی، در بسیاری از تحقیقات مورد توجه قرار گرفته است. این تحقیقات نشان داده است که رفتار مکانیکی مواد آشکارا به حدود ابعاد ماده وابسته است. اثرات اندازه را با توجه به آزمایشات انجام شده می‌توان در دو گروه طبقه‌بندی کرد:

- گروه اول در آزمایشاتی قابل مشاهده هستند که مربوط به هندسه بارگذاری و شرایط مرزی سیستم‌های میکرو<sup>۱</sup> می‌باشد که شامل پیچش میکرونی، شکل (۱-۱)، میکرو سختی سنجی، شکل (۲-۱)، خمش میکرونی، شکل (۳-۱) و کشش ورق نازک<sup>۲</sup>، شکل (۴-۱)، است.

- گروه دوم مربوط به ریزساختارهای<sup>۳</sup> ماده می‌باشند که در شکل‌های (۱-۵) و (۱-۶) قابل مشاهده می‌باشد. در ادامه به ذکر مثال‌هایی از هر دو گروه می‌پردازیم. فلک<sup>۴</sup> و همکاران [۱] پیچش در ابعاد میکرو را مورد مطالعه قرار دادند. شکل (۱-۱) مقاومت قطعه‌ای در حدود ابعاد میکرون تحت پیچش را نشان می‌دهد. وقتی قطر سیم از ۱۷۰ به ۱۲ میکرون می‌رسد، مقاومت این نمونه ۳ برابر می‌شود.

در مثالی دیگر می‌توان به تست سختی سنجی<sup>۵</sup> اشاره کرد [۲-۴]. شکل (۲-۱) سختی را بر حسب عمق فرورفتگی، برای یک تک کریستال و چند کریستال از مس نشان می‌دهد. همانطور که در این شکل دیده می‌شود، سختی ماده به ابعاد و عمق فرورفتگی بستگی دارد.

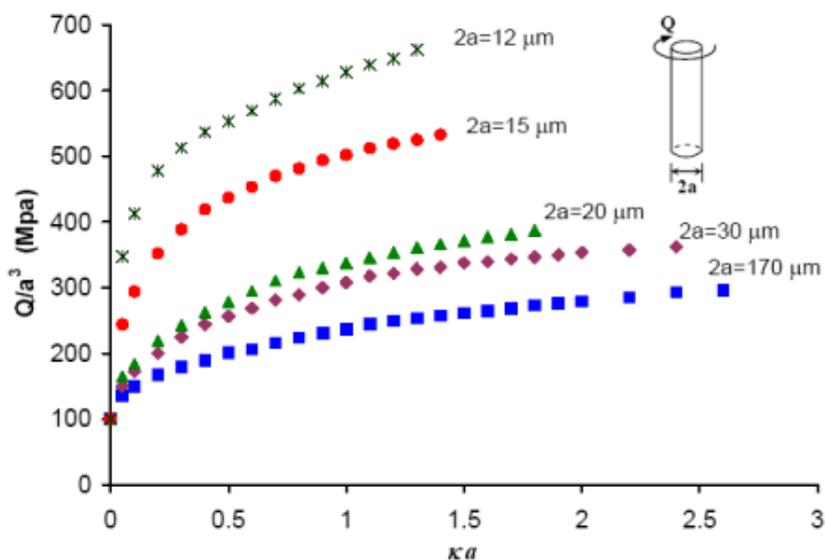
<sup>1</sup> Microsystems

<sup>2</sup> Thin film

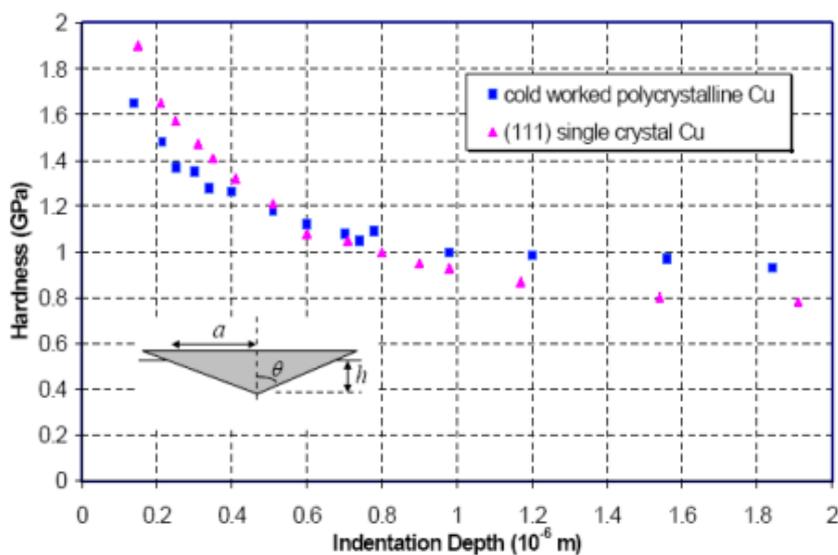
<sup>3</sup> Microstructure

<sup>4</sup> Fleck

<sup>5</sup> Indentation hardness



شکل (۱-۱): مقاومت پیچشی میکرونی وابسته به ابعاد ورقه‌ی مسی [۱]

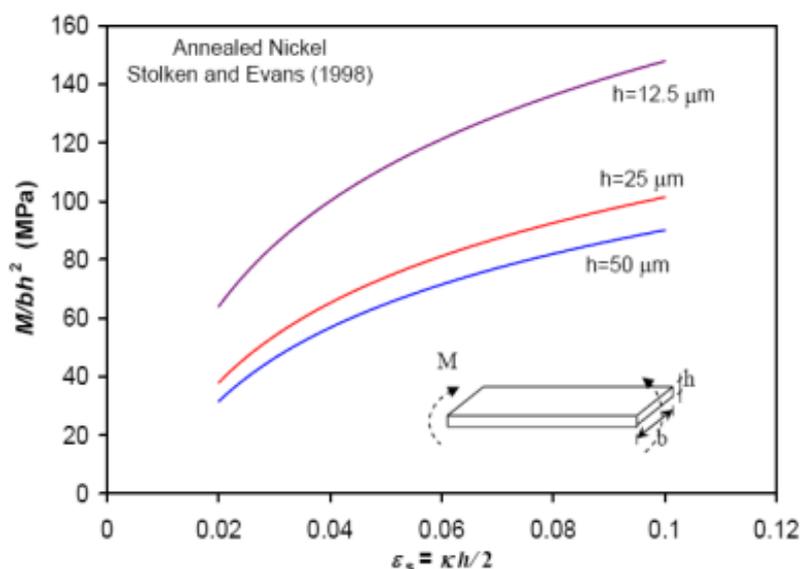


شکل (۲-۱): سختی وابسته به عمق در مس [۳]

در نمونه‌ای دیگر استلکن<sup>۱</sup> و ایوانس<sup>۲</sup> [۵] رفتار مقاومت خمشی ماده‌ای در حدود ابعاد میکرون را برای ورقه‌ی نیکل مورد بررسی قرار دادند. همانطور که در شکل (۳-۱) مشاهده می‌شود، مقاومت خمشی ورقه‌ی نیکل وقتی ضخامت از ۵۰ به ۲/۵ میکرون می‌رسد، بطور مشخصی افزایش می‌یابد.

<sup>۱</sup> Stolken

<sup>۲</sup> Evans



شکل (۱-۳): مقاومت خمشی میکرونی وابسته به ابعاد ورقه نیکلی [۵]

آزمایش دیگر مربوط به کشش فیلم نازک می باشد [۶]. همانطور که در شکل (۱-۴) دیده می شود با کاهش ضخامت بی بعد شده، کرنش پلاستیک نیز کاهش می یابد که نشان دهنده ی افزایش استحکام است. این نتیجه در صورتی مشاهده می شود که یک یا هر دو سطح ورق نازک نفوذناپذیر شده باشد. در غیر این صورت افزایش استحکام فیلم نازک مستقل از ضخامت می باشد و به قطر ذره های سازنده بستگی دارد.

اولین مطالعات اثرات اندازه ماده در تحلیل رفتار مکانیکی، مربوط به هال<sup>۱</sup> [۷] و پچ<sup>۲</sup> [۸] می باشد. آنها نشان دادند که در مواد چند کریستالی با کوچکتر شدن قطر ذرات ماده، تنش تسلیم افزایش می یابد که به پدیده هال-پچ معروف است. و نتایج [۶] با پدیده ی هال-پچ مطابقت دارد. شکل (۱-۵) نشان می دهد که تنش تسلیم ماده با کاهش ضخامت لایه فیلم نازک یا کاهش قطر ذرات افزایش می یابد [۹].

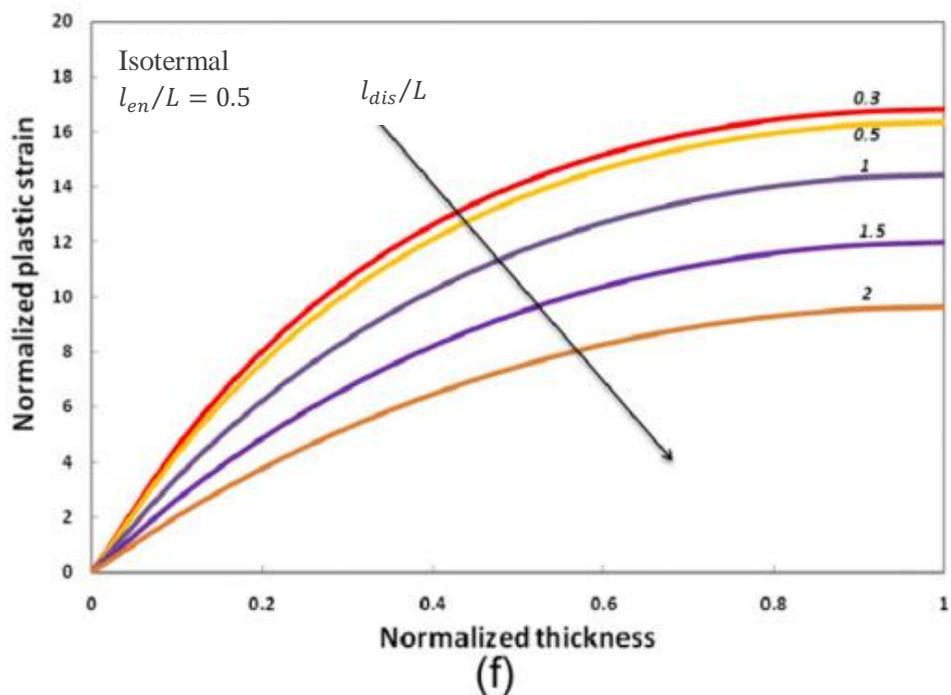
شان<sup>۳</sup> و همکاران [۱۰] نیز اثرات قطر داخلی و ضخامت ماده را در خمش میکرو مکانیکی مواد مورد بررسی قرار دادند که در این مورد نیز استحکام تسلیم مواد با کاهش قطر افزایش می یابد. شکل (۱-۶)، منحنی نیروی خمشی بر حسب جابجایی را به ازای قطرهای داخلی متفاوت و برای ضخامت های ۶۰ و ۸۰ میکرون نشان می دهد. این نتایج نیز با پدیده ی هال-پچ مطابقت دارد. آزمایش های دیگری نیز بر روی ورقه ی کامپوزیتی انجام شده است، که باز هم اثرات ابعاد ماده در آنها مشهود است. این آزمایش ها نشان می دهد که استحکام ماکروسکوپی و ورقه های کامپوزیتی با کاهش قطر ذره های سازنده ی آن، از ۱۶۵

<sup>1</sup> Hall

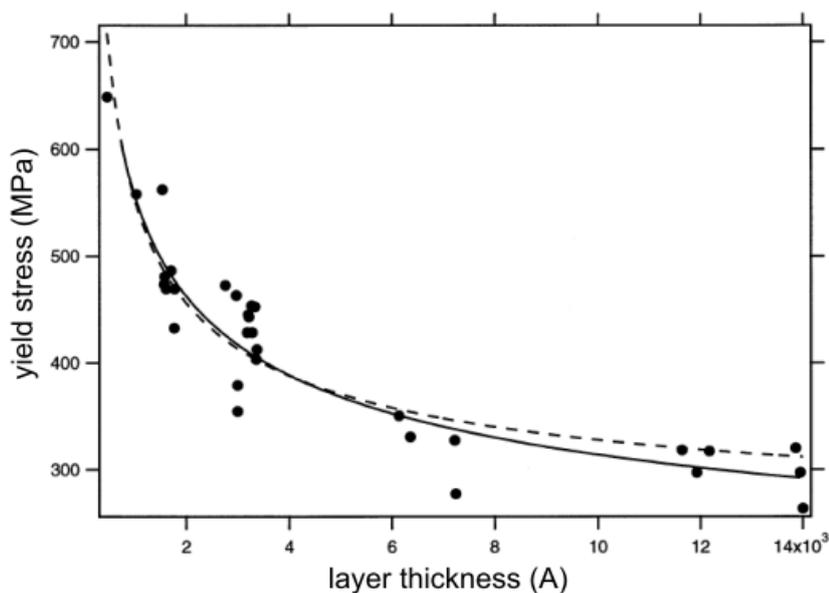
<sup>2</sup> Petch

<sup>3</sup> Shan

میکرومتر به ۴/۵ میکرومتر، در صورت ثابت بودن کسر حجمی<sup>۱</sup>، زیاد می‌شود [۱۱-۱۳].



شکل (۴-۱): تست کشش ورق نازک:  $L$ ، ضخامت فیلم نازک،  $l$ ، مقیاس طول داخلی [۶]



شکل (۵-۱): وابستگی تنش تسلیم ماده به ضخامت ورق نازک [۹]

همچنین نتایج سختی سنجی ورقه‌های نازک، نشان دهنده‌ی افزایش مقاومت ورقه‌ی نازک با کاهش ضخامت آن می‌باشد [۱۴]. مطالعات عملی نشان می‌دهد مقاومت ورقه‌های فلزی در حدود ابعاد میکرو، با کاهش ابعاد سوراخ موجود در آنها زیاد می‌شود [۴]. علاوه بر موارد ذکر شده آزمایش‌های بسیار دیگری نیز انجام شده است، که جهت دریافت اطلاعات بیشتر می‌توان

<sup>1</sup> Volume fraction