دانشکده علوم پایه

گروه آمار

عنوان پایان نامه:

مدل رگرسیون ضریب‌تابعی برای سری‌های زمانی غیرخطی

نگارش :

احسان افکار

استاد راهنما:

دکتر مسعود یارمحمدی

استاد مشاور :

دکتر نرگس عباسی

پایان‌نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته آمار

اردیبهشت ۸۸

دانشگاه پیام نور

دانشکده علوم پایه

گروه آمار

عنوان پایان‌نامه:

مدل رگرسیون ضریب تابعی برای سری‌های زمانی غیرخطی

نگارش :

احسان افکار

استاد راهنما:

دکتر مسعود یارمحمدی

استاد مشاور :

دکتر نرگس عباسی

پایان‌نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته آمار

اردیبهشت ۸۸

تقدیم به

کسانی که به من آموختند؛

کسانی که به من عشق ورزیدند؛

کسانی که با من همکاری کردند.

یاد و سپاس

سپاس بیکران خداوند متعال را که توفیق به پایان رساندن مقطع دیگری از تحصیلاتم را فراهم آورد.

بر خود لازم می دانم که مراتب امتنان عمیق خود را نسبت به کلیه اساتیدی که در دوران تحصیلم افتخار شاگردی ایشان را داشته و الگوی اخلاقی و منبع فضیلت و انسانیت نیز برایم بوده اند، ابراز نمایم. از استاد ارجمند جناب **آقای دکتر مسعود یار محمدی** به خاطر مسئولیت استادی این دوره و پایان نامه و حمایت های همه جانبه ایشان، همچنین استاد ارجمند **دکتر نرگس عباسی** استاد مشاور این پایان نامه کمال سپاس گذاری را داشته و آرزوی توفیق روز افزون برایشان می نمایم.

در پایان از **پدر و مادر** عزیزم که هر چه دارم حاصل تلاش و زحمات آنان است از صمیم قلب سپاس گذار بوده و این مجموعه را به این عزیزان تقدیم می کنم.

چکیده

مدل‌بندی سری‌زمانی تا دوران اخیر محدود به استفاده از کلاس مدل‌های سری‌زمانی خطی ARMA بوده است. اما معمولاً در مواجهه با پدیده‌های غیراستاندارد نظیر غیرنرمال بودن، چرخه‌های نامتقارن، حالت‌های دومدی ، روابط غیرخطی بین متغیرهای با تاخیر[1]، تغییرات کارایی پیشگویی تحت فضای حالت، حالت‌های برگشت ناپذیر و حساسیت نسبت به اولین حالت‌ها که در خیلی از داده‌های سری‌زمانی حقیقی دیده می‌شوند، این مدل‌ها ناکارامدند. محققان برای تحلیل شکل‌های غیرخطی نامتناهی موجود، مدل‌های سری‌های زمانی غیرخطی را معرفی نمودند. در ابتدا گسترش تحلیل سری‌های زمانی غیرخطی به شکل‌های پارامتری غیرخطی مختلف نظیر مدل موفق اتورگرسیو به‌طور شرطی ناهمواریانس (ARCH)، که در مدل‌بندی سری‌های زمانی مالی بکار برده می‌شود، و مدل بندی آستانه‌ای[2] (TAR) داده‌های زیست‌شناسی و اقتصادی، معطوف شده بود. اما پیشرفت‌های اخیر در رگرسیون ناپارامتری، جانشین مناسبی برای مدل‌بندی سری‌های زمانی غیرخطی فراهم آورده است. اولین مزیت اینگونه مدل‌ها در اطلاعات اولیه اندکی است که در ساختار مدل فرض می‌شود. بعلاوه آگاهی مفیدی را نیز برای برازش پارامتری مجدد فراهم می‌آورد.

در این پایان‌نامه پس از معرفی موضوع مورد بررسی مدل‌های سری‌های زمانی را معرفی می‌نماییم. سپس به بررسی سری‌های زمانی غیرخطی پرداخته و درپایان مدل رگرسیون ضریب تابعی را برای تحلیل سری‌های زمانی غیرخطی معرفی کرده و مورد استفاده قرار می‌دهیم.

[1] - *Lagged variable*
[2] - *Threshold*

فهرست مطالب

عنوان صفحه

فصل اول: مقدمه‌ای بر رگرسیون ضریب تابعی ۱

۱-۱- تاریخچه ۲

۱-۲- تعریف مسأله ۳

۱-۳- ضرورت انجام ۳

۱-٤- فرضیه‌ها ۳

۱-٥- هدف‌ها ٤

۱-٦- کاربردها ٤

۱-۷- استفاده کننده‌گان از نتیجه پایان‌نامه ٤

۱-۸- جنبه‌ی نوآوری طرح ٥

فصل دوم: سری‌های زمانی و مفاهیم اولیه آن ٦

۲-۱- سری‌های زمانی ۷

۲-۲- نمودار سری‌زمانی ۸

۲-۳- مثال‌هایی از سری‌های زمانی ۸

۲-۳-۱- داده‌های لکه‌ی خورشیدی ۸

۲-۳-۲- داده‌های گربه‌ی سیاه گوش کانادایی ۹

۲-٤- تحلیل سری‌زمانی(الگوسازی) ۱۰

۲-٥- مانایی ۱۲

۲-٦- سری‌های زمانی خطی ۱۲

۲-٦-۱- فرآیند اغتشاش خالص(نوفه‌ی سفید) ۱۲

۲-٦-۲- فرآیند گام برداری تصادفی ۱۳

۲-٦-۳- فرآیند خطی کلی ۱۳

۲-٦-٤- فرآیند اتورگرسیو ۱٤

۲-٦-٥- فرآیند میانگین متحرک ١٤
۲-٦-٦- فرآیند آمیخته‌ی اتورگرسیو میانگین متحرک ١٥
۲-۷- نامانایی و تغییرهای فصلی ١٥
۲-۸- شناسایی مدل ١٧
۲-۹- معیار AIC برای شناسای الگوی مناسب ١٨
۲-۱۰- مزیت‌های مدل خطی $ARMA$ ١٨
۲-۱۱- محدودیت‌های مدل خطی $ARMA$ ١٩
فصل سوم: مدل‌های سری‌زمانی غیرخطی ٢١
۳-۱- مدل‌های سری‌زمانی غیرخطی ٢٢
۳-۲ - یک مثال ساده از مدل غیرخطی ٢٣
۳-۳- مدل اتورگرسیو آستانه‌ای ٢٥
۳-۳-۱- برآوردپارامترهای مدل آستانه‌ای ٢٧
۳-٤- مدل اتورگرسیو نمایی ٢٧
۳-٤-۱- برآورد پارامترهای مدل اتورگرسیونمایی ٣٠
۳-٥- مدل اتورگرسیو ناپارامتری ٣١
۳-٦- تبدیل از مدل‌های خطی به غیرخطی ٣٢
۳-٦-۱- مدل‌بندی خطی موضعی ٣٢
فصل چهارم: مدل رگرسیون ضریب تابعی برای سری‌های زمانی غیرخطی ٣٦
٤-۱- تحلیل رگرسیونی ٣٧
٤-۲- مدل رگرسیون ضریب تابعی ٣٨
٤-۳- برآورد حداقل مربعات وزن‌دار شده‌ی موضعی ٤٠
٤-٤- تعیین مقادیر وزن‌ها ٤٣
٤-٤-۱- انتخاب‌های ممکن وزن‌ها ٤٣
٤-٥- مدل رگرسیون ضریب تابعی برای سری‌های زمانی غیرخطی ٤٥

٤-٦- مدل‌هایی از خانواده مدل (٤-٢٢) ٤٨
٤-٦-١- مدل اتورگرسیو ضریب تابعی ٤٨
٤-٦-٢- مدل اتورگرسیو آستانه‌ای ٤٨
٤-٦-٣- مدل اتورگرسیو نمایی ٤٩
٤-٦-٤- رگرسیون با ضرایب تصادفی ٤٩
٤-٧- برآورد ٤٩
٤-٧-١- روش برآورد رگرسیون خطی موضعی ٥٠
٤-٨- انتخاب پهنای‌باند ٥١
٤-٩- انتخاب متغیر هموارساز ٥٢
٤-١٠- آزمون نیکوئی برازش ٥٢
٤-١١- مطالعه‌ی موردی روی داده‌های سری‌زمانی ٥٤
٤-١١-١- برازش مدل به داده‌های گربه‌ی سیاه گوش کانادایی ٥٥
٤-١١-٢- برازش مدل به داده‌های لکه‌ی خورشیدی ٥٨
منابع ٦٦
پیوست الف: رگرسیون کرنل ٦٨
پیوست ب: روش رگرسیون خطی موضعی ٦٩
پیوست پ: برنامه‌های مربوط به بخش (٤-١١-١) ٧١
پیوست ث: برنامه‌های مربوط به بخش (٤-١١-٢) ٧٦

فهرست شکل‌ها وجدول‌ها:

عنوان **صفحه**

شکل (۲-۱) :تعداد لکه‌های سیاه خورشیدی از سال ۱۷۰۰ تا سال ۱۹۹٤.....۹

شکل(۲-۲): $log_{۱۰}$ تعداد خزهای گربه سیاه گوش کانادایی از سال۱۸۲۰ تا سال ۱۹۳٤.....۱۰

شکل (۲-۳) : مراحل اصلی در ساختن الگوی باکس و جنکینس.....۱۱

شکل (۳-۱):داده‌های شبیه‌سازی شده از مدل (۳-۱).....۲۳

شکل (۳-۲): نمودار پراکندگی داده‌های شبیه‌سازی شده از مدل (۳-۱).....۲۳

شکل (۳-۳):نمودار ACF داده‌های شبیه‌سازی شده از مدل (۳-۱).....۲٤

شکل (۳-٤): داده‌های شبیه‌سازی شده از مدل (۳-٤).....۲٦

شکل (۳-۵): تابع خود همبستگی نمونه داده‌های شبیه‌سازی شده از مدل (۳-٤).....۲۷

شکل (۳-٦) :مقادیر $f_{۱}^{'}(X)$.....۳۵

شکل (۳-۷) : مقادیر $f_{۲}^{'}(X)$.....۳۵

شکل (٤-۱): مراحل انتخاب پهنای‌باند.....۵۱

شکل (٤-۲):مقادیر h محاسبه شده در مقابل AMS متناظر با آنها.....۵٦

شکل (٤-۳):مقادیر $a_{۱}(U_i)$ در مقابل U.....۵٦

شکل (٤-٤):مقادیر $a_{۲}(U_i)$ در مقابل U.....۵٦

جدول (٤-۱) : مقادیر AMS و d و p.....۵۸

شکل (٤-۵-۱) : ضرایب $a_{۱}(U_i)$ در مقابل U.....۵۹

شکل (٤-۵-۲) : ضرایب $a_{۲}(U_i)$ در مقابل U.....۵۹

شکل (٤-۵-۳) : ضرایب $a_{۳}(U_i)$ در مقابل U.....۵۹

شکل (٤-٥-٤) : ضرایب $a_4(U_i)$ در مقابل U ٥٩
شکل (٤-٥-٥) : ضرایب $a_5(U_i)$ در مقابل U ٥٩
شکل (٤-٥-٦) : ضرایب $a_6(U_i)$ در مقابل U ٥٩
شکل (٤-٥-٧) : ضرایب $a_7(U_i)$ در مقابل U ٦٠
شکل (٤-٦-١) : ضرایب $a_1(U_i)$ در مقابل U ٦١
شکل (٤-٦-٢) : ضرایب $a_2(U_i)$ در مقابل U ٦١
شکل (٤-٦-٣) : ضرایب $a_3(U_i)$ در مقابل U ٦١
شکل (٤-٦-٤) : ضرایب $a_6(U_i)$ در مقابل U ٦١
شکل (٤-٦-٥) : ضرایب $a_8(U_i)$ در مقابل U ٦١
شکل (٤-٧) : مقادیر $AMS(h)$ در مقابل h ٦١
شکل (٤-٨) : مقادیر $AMS(h)$ در مقابل h ٦٣
شکل (٤-٨-١) : ضرایب $a_1(U_i)$ در مقابل U ٦٣
شکل (٤-٨-٢) : ضرایب $a_2(U_i)$ در مقابل U ٦٣
شکل (٤-٨-٣) : ضرایب $a_3(U_i)$ در مقابل U ٦٣
شکل (٤-٨-٤) : ضرایب $a_4(U_i)$ در مقابل U ٦٣
شکل (٤-٨-٥) : ضرایب $a_5(U_i)$ در مقابل U ٦٣
شکل (٤-٨-٦) : ضرایب $a_6(U_i)$ در مقابل U ٦٤
شکل (٤-٨-٧) : ضرایب $a_7(U_i)$ در مقابل U ٦٤
شکل (٤-٨-٨) : ضرایب $a_8(U_i)$ در مقابل U ٦٤
شکل (٤-٨-٩) : ضرایب $a_9(U_i)$ در مقابل U ٦٤
شکل (٤-٨-١٠) : ضرایب $a_{10}(U_i)$ در مقابل U ٦٤

شکل (٤-٨-١١) : ضرایب $a_{11}(U_i)$ در مقابل U.....٦٤

فصل اول:

مقدمه‌ای بر رگرسیون ضریب‌تابعی

۱-۱- تاریخچه

تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی به‌طور نظری و عملی از زمان شروع کار اصلی باکس[۱] و جنکینس[۲] در سال ۱۹۷۰ تحت عنوان تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی، پیش‌بینی و کنترل، به سرعت توسعه پیدا کرد و توجه دیگران را بیش از پیش به خود جلب نمود.

اما پس از بروز مشکلاتی در زمینه مدل‌بندی سری‌های زمانی و مواجه با سری‌های غیرخطی محققان زیادی به استفاده از مدل‌های پارامتری و ناپارامتری برای مدل‌بندی سری‌های زمانی غیرخطی روی آوردند. از جمله این محققان می‌توان به اچ.تانگ[۳](۱۹۹۰) اشاره کرد که مدل اتورگرسیو آستانه‌ای که از جمله مدل‌های پارامتری می‌باشد را برای اولین بار معرفی نمود. همچنین می‌توان چن[٤] و تی‌سای[٥] (۱۹۹۳) که مدل اتورگرسیو ضریب تابعی را معرفی کردند، از جمله این محققان در نظر گرفت.

در دهه‌ی گذشته پیشرفت‌های زیادی در مورد تحلیل رگرسیون ناپارامتری صورت گرفته که منجر به فراهم آوردن روش‌های متنوعی برای اکتشاف روابط کلی بین متغیرها شده‌است. برخی از این پیشرفت‌ها درجهت افزایش انعطاف‌پذیری مدل‌های رگرسیون خطی صورت گرفته که یکی از این رویکردها جایگزین کردن برخی از توابع پارامتری و خطی متغیر توضیحی‌ها یا تمام آنها با توابع ناپارامتری هموار می‌باشد که اصطلاحاً به مدل‌های حاصله، مدل جمعی تعمیم یافته می‌گویند. در این راستا هستی[٦] و تیبشیرانی[۷] (۱۹۹۳) مدل با ضرایب متغیر را معرفی کردند که این گونه از مدل‌ها توجه محققان زیادی را به خودشان معطوف کرده و در عمل نیز مفید واقع شدند. همچنین نلدر[۸] و ودبرن[۹] (۱۹۷۲) و مکالگ[۱۰] و نلدر (۱۹۸۹) نیز اقداماتی در این کلاس از مدل‌ها انجام داده‌اند.

هدف از انجام این تحقیق معرفی مدل جدیدی است که ناپارامتری بوده و دارای ضرایب تابعی می‌باشد. این مدل را می‌توان حالت کلی مدل تابع تبدیل باکس وجنکینس (۱۹۷٦) در نظر گرفت.

---

۱ - *Box*
۲ - *Jenkins*
۳ - *H.Tong*
٤ - *Chen*
٥ - *Tsay*
٦ - *Hastie, T. J.*
۷ - *Tibshirani, R. J.*
۸ - *Nelder*
۹ - *Weddeburn*
۱۰ - *Mecullagh*

۱-۲- تعریف مسأله

به‌طور معمول در سری‌های زمانی یک متغیره از مدل‌های $ARMA$، مدل‌های فصلی و غیرفصلی مدل اتورگرسیو دوره‌ای(PAR) استفاده می‌شود. تمامی مدل‌های ذکر شده خطی می‌باشند، اما اگر فرض خطی بودن برقرار نباشد از کلاس مدل‌های رگرسیون ضریب تابعی و مانند مدل اتورگرسیو ضریب تابعی و مدل اتورگرسیو آستانه‌ای که مدل‌های غیرخطی می‌باشند استفاده می‌نماییم که زمینه این مدل‌ها سری‌های زمانی چندمتغیره می‌باشد.

۱-۳- ضرورت انجام تحقیق

مدل‌های باکس‌وجنکینس که معمولاً در تحلیل سری‌های زمانی مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند مدل‌های خطی و مانا می‌باشند. امّا داده‌های بیشماری وجود دارند که خصوصیّات غیرخطی مانند غیرنرمال بودن، چرخه‌های متقارن، دومدی، ویژگی غیرخطی بین متغیرهای با تأخیر و ناهمواریانسی را از خود بروز می‌دهند. لذا درمواجه با چنین پدیده‌هایی نیازمند مدل‌های غیرخطی هستیم تا قوانین و شرایط بوجود آورنده داده‌ها را توصیف و تشریح نمائیم. بنابراین ماوراء مدل‌های خطی سری‌زمانی، تعداد نامتناهی مدل‌های غیرخطی وجود دارند که می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند.

در مواجهه با سری‌های زمانی نا ایستا برازش دهنده‌ی مدل به تبدیل و تغییر داده‌ها و یا تفاضلی کردن آنها متوسل می‌شود، امّا در خیلی موارد این دو روش نمی‌توانند منجر به تولید سری‌های زمانی خطی مناسب شوند. لذا پس از بروز این‌گونه مشکلات معرفی مدل‌های غیرخطی سری‌زمانی ضرورت یافت.

۱-٤- فرضیه‌ها

- مدل‌های سری‌زمانی خطی نظیر $ARIMA$ در رابطه با بررسی و پیش‌بینی سری‌های‌زمانی اقتصادی و مالی ناکارآمد می‌باشد.

- مدل‌های ناپارامتری سری‌زمانی نظیر مدل‌های رگرسیون ضریب‌تابعی جانشین مناسبی برای مدل‌های رایج سری‌زمانی در پیش بینی فرآیندهای غیرخطی می‌باشند.

- مدل‌های اتورگرسیو ضریب‌تابعی ($FCAR$) و مدل‌های اتورگرسیو آستانه‌ای (TAR) از جمله مدل‌های کاربردی رگرسیون ضریب تابعی می‌باشند.

۱-۵- هدف‌ها

۱) معرفی مدل ناپارامتری رگرسیون ضریب تابعی و استفاده از آن برای مدل‌بندی سری‌های زمانی غیرخطی.

۲) برآورد ضرایب مدل‌های معرفی شده.

۳) انجام آزمون نیکویی برازش برای مدل‌های معرفی شده.

٤)کاربرد روش‌های معرفی شده برای داده‌های سری‌زمانی واقعی.

۱-٦- کاربردها

با توجه به کاربرد سری‌های زمانی در بررسی نوسانات مالی و همچنین در علوم اقتصاد و زیستی و نیز امکان مواجهه با مدل‌های غیرخطی، انتظار می‌رود که از مدل‌های معرفی شده در این تحقیق در زمینه‌های فوق استفاده شود. مدل‌های اتورگرسیو آستانه‌ای در داده‌های اقتصاد و سری‌های زمانی مالی کاربرد فراوان دارد. از جمله کاربردهای دیگر مدل‌های ناپارامتری سری‌زمانی پیش‌بینی‌های هیدرولوژی (در مهندسی آب) می‌باشد.

۱-۷- استفاده‌کننده‌گان از نتیجه پایان‌نامه

۱) موسسات اقتصادی و مالی

۲) بازار بورس و سهام

۳) موسسات بانکی و برنامه ریزی و بودجه

٤) مهندسی آبیاری و کشاورزی

۱-۸- جنبه‌های نوآوری طرح

مدل‌های سری‌زمانی خطی نظیر *ARIMA* در رابطه با بررسی و پیش‌بینی سری‌های زمانی اقتصادی و مالی ناکارآمد می‌باشد. جهت بر طرف کردن مشکلات مربوط به تحلیل داده‌ها مدل‌های ناپارامتری سری‌زمانی نظیر مدل‌های رگرسیون ضریب‌تابعی معرفی شده و با بکار بردن این ایده مدل‌های اتورگرسیو ضریب تابعی و مدل‌های اتورگرسیو آستانه‌ای به عنوان مدل‌های کارا جهت پیش‌بینی سری‌های زمانی غیرخطی به کار می‌روند.

فصل دوم:

سری‌های زمانی و مفاهیم اولیه آن

۲-۱- سری‌های زمانی

سری‌های زمانی یکی از شاخه‌های آمارواحتمال است که در سایر رشته‌های علوم مانند ژئوفیزیک، اقتصاد، مهندسی ارتباطات، هواشناسی و ... کاربرد فراوانی دارد؛ دامنه کاربردهای سری‌های زمانی روز به روز گسترده‌تر می‌شود و نیاز دانش پژوهان در این زمینه افزون‌تر می‌گردد. سری‌زمانی، مجموعه‌ی مشاهداتی از یک پدیده است که برحسب زمان و در فواصل مساوی از آن مرتب شده‌باشند، هر چند مرتب شدن داده‌ها ممکن است با توجه به ابعاد دیگری چون فاصله نیز باشد. به طور معمول با دو نوع سری‌زمانی مواجه می‌شویم که می‌توان این دو دسته را با نامگذاری سری‌های زمانی پیوسته و گسسته مجزا نمود. برای مثال سری‌های زمانی نظیر علائم الکتریکی و ولتاژ که به طور پیوسته در زمان ثبت می‌شوند، سری‌های زمانی پیوسته بوده و سری‌های زمانی نظیر نرخ‌های بهره و حجم فروش که فقط در فواصل مشخص در نظرگرفته می‌شوند، یک سری گسسته می‌باشد. تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی موضوعی نسبتا مشکل است. زیرا که این تجزیه و تحلیل به داده‌هایی مربوط می‌شود که مستقل نبوده و به طور متوالی به هم وابسته‌اند. تجزیه و تحلیل نظری و کاربردی سری‌های زمانی از زمان شروع کار اصلی باکس و جنکینس در سال ۱۹۷۰ تحت عنوان تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی، پیش بینی و کنترل، به سرعت توسعه پیدا کرد. هدف کلی از تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی یافتن الگوی ریاضی مناسب برای این گونه از مشاهدات است. دو هدف عمده و اساسی در تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی، درک یا به مدل درآوردن مکانیسم تصادفی که منجر به مشاهده‌ی سری می‌گردد و سپس پیش‌بینی مقادیر آینده‌ی سری بر مبنای اطلاعات گذشته‌ی آن است. در تجزیه و تحلیل یک سری‌زمانی مراحل اصلی زیر وجود دارد. این مراحل را می‌توانیم به صورت توصیف، تشریح، پیش‌بینی و کنترل رده‌بندی کنیم. هر چند توصیف رفتار یک سری‌زمانی از لحاظ تغییرات موضعی و دراز مدت در آن یا مطالعه وابستگی‌های موجود بین عناصر سری از بررسی‌های متداولی است که روی سری‌های زمانی انجام می‌شود اما می‌توان گفت اساسی‌ترین مرحله از تحلیل سری‌زمانی پیش‌بینی مقادیر آینده آن است. طبیعت ذاتی یک سری‌زمانی، وابسته یا هم‌بسته بودن مشاهدات آن است و بنابراین، ترتیب مشاهدات، دارای اهمیت است. وقتی مشاهدات متوالی نامستقلند، مقادیر آینده را می‌توانیم از مشاهدات گذشته پیش‌بینی کنیم. اگر یک سری‌زمانی را کاملاً بتوانیم پیش‌بینی کنیم، آن را غیرتصادفی گویند. لیکن بیشتر سری‌های زمانی تصادفی هستند که در آن‌ها فقط تا حدی آینده به وسیله‌ی مقادیر گذشته، تعیین می‌شود. برای سری‌های تصادفی،

پیش‌بینی‌های کامل، غیرممکن بوده و بایستی این ایده به جای آن قرار گیرد که مقادیر آینده‌ی یک توزیع احتمالی، مقید به آگاهی از مقادیر گذشته‌ی آن است. باکس و جنکینس در فراهم آوردن یک روش کلی برای پیش‌بینی سری‌های زمانی سهم بسزایی داشته‌اند. آن‌ها با تاکید بر تفاضلی کردن، توانستند الگوهایی را برای سری‌های نامانا بسازند و رده کلی الگوهای *ARIMA*[1] به آن‌ها نسبت داده می‌شود.

۲-۲- نمودار سری زمانی

در تحلیل یک سری‌زمانی اولین مرحله رسم نمودار داده‌هاست. نموداری که از رسم مقادیر مشاهده شده یک سری در مقابل زمان بوجود می‌آید را نمودار سری‌زمانی می‌نامند. بنا به گفته تافت[2] (۱۹۸۳) "نمودار سری‌های زمانی یکی از طرح‌های نموداری است که اغلب مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگر یک بعدی در طول ریتم منظمی از ثانیه‌ها، دقیقه‌ها، ساعات، روزها، هفته‌ها، ماه‌ها، سال‌ها ویا هزاران سال گام برداریم، ترتیب طبیعی مقیاس زمان به این طرح توان و کارایی تعبیر و تفسیر را می‌دهد که در هیچ نمودار دیگری یافت نمی‌شود". با امتحان و بررسی دقیق نمودار سری‌زمانی می‌توانیم در رابطه با وجود روند، نوسانات فصلی، نقاط دورافتاده و واریانس غیرثابت اطلاعات کافی به دست آوریم.

۲-۳- مثال‌هایی از سری‌های زمانی

معمولاً برای نشان دادن یک سری زمانی از تعریف $\{X_t\}_{t=}^{T}$. استفاده می‌شود که بیانگر تغییر مقادیر سری‌زمانی از زمان ۱ تا زمان معین T می‌باشد. به عنوان مثال‌هایی از سری‌زمانی در اینجا به دو مثال واقعی در مورد داده‌های لکه خورشیدی[3] و داده‌های گربه‌ی سیاه گوش کانادایی[4] اشاره می‌کنیم.

۲-۳-۱- داده‌های لکه‌ی خورشیدی

ثبت داده‌های لکه‌ی خورشیدی به ۲۸ سال قبل از میلاد باز می‌گردد. تشکیل لکه‌های سیاه برروی سطح خورشید معمولاً بدلیل وجود نوسانات مغناطیسی و یا حرکت منظومه شمسی می‌باشند. فرض کنید X_t میانگین سالانه‌ی تعداد لکه‌های سیاه تشکیل شده باشد یا به بیان ساده‌تر X_t معرف تعداد لکه‌های خورشیدی در سال t +۱۷۰۰ باشد. شکل (۱-۱) تعداد لکه‌های خورشیدی جمع‌آوری شده از سال ۱۷۰۰ تا ۱۹۹٤ را در مقابل زمان نمایش می‌دهد.

---

[1] - *Autoregressive Integrated Moving Average*
[2] - *Tufte*
[3] - *Sunspot Data*
[4] - *Canadian Lynx Data*