بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده علوم ریاضی

گروه ریاضی کاربردی

پایان‌نامه کارشناسی ارشد

گرایش تحقیق در عملیات

عنوان

تصمیم گیری بر اساس بهینه سازی فازی چند معیاره

پژوهشگر

زینب پناهنده

استاد راهنما

دکترمریم زنگی آبادی

استاد مشاور

دکتر حسین منصوری

مهر ۱۳۹۲

کلیه حقوق مادي حاصله از نتایج مطالعات، ابتکارات
و نوآوري هاي ناشی از تحقیق موضوع این پایان نامه
متعلق به دانشگاه شهرکرد است.

مرآوردی گران سنگ تر از این ارزان نداشتم تا به خاک پایتان نثار کنم، ماحصل آموخته هایم را تقدیم می کنم

به استوارترین تکیه گاهم، دستان پر مهر پدرم

به سبزترین نگاه زندگیم، چشمان سبز مادرم

و به روح خواهر مهربانم که وجودش شادی بخش و صفایش مایه آرامش من بود.

اولین چکه ناودان بلندیک احساس را، در قالب کلامی از جنس تنفس با غنچه‌های معصوم یاس، به روی حجم سپیدیک برگه می‌ریزم و آن را به لهجه‌های همه‌ی پروانه صفتهای این گیتی بی انتها به آستان نیلوفری دلهای زلال هدیه می‌کنم:

ای یزدان پاک تو را سپاس می گویم،

که به حکمت بی انتهایت مرا یاری کردی،

و به رحمت نعمتهایت را بر من تمام کردی،

خانواده‌ای خوب به من عطا کردی که در هر حال پشتیبانی ام کنند و استادانی سرراهم نهادی تا دانش و علمشان را بی ریا در اختیارم بگذارند.

بر خود لازم می دانم از همه عزیزانی که در جهت به سرانجام رساندن این رساله مرا یاری نمودند، قدردانی نمایم. مراتب قدردانی و سپاس خود را از زحمات بی دریغ استاد راهنمای ارجمندم خانم دکتر مریم زنگی آبادی ابراز می نمایم. همچنین از استاد گرانقدر، آقای دکتر حسین منصوری، که مشاوره این رساله را بر عهده داشتند، قدردانی می نمایم.

با آرزوی موفقیت برای تمام عزیزان

زینب پناهنده

مهر ۱۳۹۲

چکیده

مدیریت زنجیره تامین (SCM) که اغلب برای بهینه کردن شبکه ی تامین تعریف می شود شامل سیستم هایی است که هر کدام مسئول فعالیت هایی از قبیل تدارکات، تولید، انبار داری و حمل و نقل هستند. مدیریت هر کدام از این سیستم ها شامل یک مجموعه روابط پیچیده بین توابع هدف مختلف است. SCM معمولاً ابزاری کارا برای کمک به شرکت ها برای کاهش هزینه ها، بهبود پاسخ گویی و افزایش رقابت مطرح می کند. به منظور رقابت در بازار جهانی، تمام زنجیره تولید باید مانند یک سیستم یک پارچه تصمیم گیری کند. برای این منظور باید در برنامه ریزی و مدیریت جریان تهیه ی مواد از تامین کننده ها تا کاربران نهایی تمرکز شود. بنابراین، انتخاب مناسب تامین کننده ها و شرکت حمل و نقل در شبکه تولید بسیار تاثیر گذار است.

در این رساله روش های مختلفی برای حل مسائل انتخاب تامین کننده و شرکت حمل و نقل ارائه می شود.

انتخاب یک گزینه از بین گزینه های موجود، یک مسئله تصمیم گیری چند معیاره ($MCDM$) و پیچیده که شامل متغیرهای کمی و کیفی مختلفی است. روش های مختلف و مناسبی برای حل این مسئله ها معرفی شده اند.

تصمیم گیری در محیط های مبهم و نامشخص معمولاً بسیار دشوار است، اما این ابهام و عدم اطمینان را می توان با استفاده از نظریه مجموعه های فازی مطرح کرد.

بسیاری از مواقع تصمیم گیرندگان به جای یک مقدار دقیق پاسخی نا مشخص ارائه می دهند؛ بنابراین، کمی کردن این مقادیر کیفی کاری لازم و بسیار دشوار است. در AHP، برای مقایسه های دودویی مقادیر قطعی به کار می روند.

در این رساله، از روش های AHP فازی، برنامه ریزی خطی چند هدفه فازی و روش دو مرحله ای برنامه ریزی خطی فازی برای حل مسئله انتخاب تامین کننده و تخصیص سفارش استفاده می شود و از روش های روابط اولویت فازی سازگار و روابط مقایسه ای زبانی فازی برای انتخاب شرکت حمل و نقل استفاده می شود.

رده بندی موضوعی ریاضی ۲۰۱۰: 90C05، 90C10، 90C29.

کلمات کلیدی :روابط مقایسه ای زبانی فازی، تخصیص سفارش، برنامه ریزی خطی چند هدفه ی فازی، انتخاب تامین کننده، انتخاب شرکت حمل و نقل.

فهرست مطالب

مقدمه ۳

۱ مقدمات ۵

۱.۱ نظریه مجموعه های فازی ۵

۱.۱.۱ مجموعه های کلاسیک و معرفی مجموعه های فازی ۶

۲.۱.۱ عملیات اساسی مجموعه های فازی ۸

۳.۱.۱ تعاریف پایه ۹

۴.۱.۱ توابع عضویت ۱۰

۵.۱.۱ اعداد فازی ۱۱

۲.۱ فرآیند تحلیل سلسله مراتبی ۱۲

۱.۲.۱ تصمیم گیری به کمک فرآیند تحلیل سلسله مراتبی ۱۳

۲.۲.۱ روش های محاسبه وزن نسبی ۱۶

۳.۱ برنامه ریزی خطی ۲۲

۱.۳.۱ شکل کلی برنامه ریزی خطی ۲۲

۲.۳.۱ برنامه ریزی خطی چند هدفه ۲۳

۳.۳.۱ برنامه ریزی فازی ۲۴

۴.۳.۱ برنامه ریزی فازی- آرمانی ۲۶

۲ انتخاب چند معیاره فازی با روابط مقایسه ای زبانی فازی ۲۹

۱.۲ مقدمه ۲۹

۲.۲ روابط مقایسه ای فازی سازگار ۳۱

۳.۲ روابط مقایسه ای زبانی فازی ۳۶

۴.۲ یک مثال کاربردی ۴۰

۱.۴.۲ روابط اولویت فازی سازگار برای انتخاب شرکت حمل و نقل ۴۱

۲.۴.۲ روش روابط مقایسه ای شفاهی فازی برای انتخاب شرکت حمل و نقل . ۴۳

۳.۴.۲ مقایسه با روش های دیگر ۴۷

۵.۲ نتیجه گیری ۴۸

۳ انتخاب تامین کننده با استفاده از AHP فازی و برنامه ریزی خطی چند هدفه فازی ۴۹

۱.۳ مقدمه ۴۹
۲.۳ مسئله انتخاب تامین کننده ۵۱
۳.۳ رتبه بندی اعداد فازی ۵۲
۴.۳ مدل انتخاب تامین کننده ۵۴
۱.۴.۳ برنامه خطی فازی ۵۷
۲.۴.۳ تابع عضویت ۵۸
۳.۴.۳ فرمول قطعی مدل انتخاب تامین کننده ۵۹
۴.۴.۳ کاربرد برنامه ریزی خطی فازی برای انتخاب تامین کننده ۶۱
۵.۴.۳ روش محاسباتی ۶۲
۵.۳ یک مثال عددی ۶۳
۱.۵.۳ برنامه ریزی خطی فازی ۶۵

۴ روش برنامه ریزی خطی فازی دومرحله ای برای حل مسئله های چندهدفه ۷۱

۱.۴ مقدمه ۷۱
۲.۴ روش برنامه ریزی خطی فازی چند هدفی ۷۲
۳.۴ مدل مسئله تخصیص سفارش به مسئله $MOLP$ ۷۴
۱.۳.۴ مفروضات و تعریف مسئله ۷۴
۲.۳.۴ تابع هدف ۷۶
۴.۴ توسعه مدل ۷۷
۵.۴ مثال عددی ۸۳
۱.۵.۴ ارزیابی تامین کننده با AHP ۸۳
۲.۵.۴ گام های حل مسئله ۸۵
۶.۴ بحث و نتیجه گیری ۸۶
۷.۴ نتیجه گیری ۸۸

مراجع ۸۹

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی ۹۳

Abstract ۹۶

مقدمه

کارایی زنجیره تولید اغلب به تصمیم های مدیریتی وابسته است. تحقیقات جدید، نشان می دهد با مدیریت صحیح زنجیره ی تولید کارا، افزایش سود خواهیم داشت. این سود همچنین به نسبت افزایش هزینه های تولید، هزینه های حمل ونقل، جهانی شدن اقتصاد بازار و تقاضای مشتری برای تنوع فرآورده ها در بازه ی زمانی کوتاه وابسته است. تمامی این معیار ها میان شرکت ها رقابت ایجاد می کند به طوری که این معیار ها سازمان ها را مجبور می کند که بهترین روش را برای تولید و ارئه محصولات به مشتری پیدا کنند. بنابراین انتخاب شرکت حمل ونقل و بهترین تامین کننده یک فعالیت اساسی و مهم برای شرکت ها محسوب می شود.

تصمیم گیری در محیط های مبهم و نامشخص معمولاً بسیار دشوار است، اما این ابهام و عدم اطمینان را می توان با استفاده از نظریه مجموعه های فازی مطرح کرد.

بسیاری از مواقع تصمیم گیرندگان به جای یک مقدار دقیق پاسخی نا مشخص ارائه می دهند؛ بنابراین، کمی کردن این مقادیر کیفی کاری لازم و بسیار دشوار است. در تحلیل سلسله مراتبی، برای مقایسه های دودویی مقادیر قطعی به کار می روند.

این رساله شامل چهار فصل است که در فصل اول برخی از مقدمات و مفاهیم اولیه مربوط به نظریه مجموعه های فازی، تحلیل سلسله مراتبی و برنامه ریزی خطی، که برای بیان مطالب فصل های بعدی مورد نیاز است، می آوریم؛ و بدین ترتیب فصل اول را به پایان می رسانیم.

انتخاب یک گزینه از بین گزینه های موجود، یک مسئله تصمیم گیری چند معیاره و پیچیده شامل متغیرهای کمی و کیفی مختلفی است. در دهه های اخیر روش های مختلف و مناسبی برای حل این مسئله ها معرفی شده اند. ما نیز در این پایان نامه روش های مختلفی برای حل این مسائل مطرح می کنیم.

در فصل دوم، دو روش برای انتخاب بهترین شرکت حمل و نقل معرفی می کنیم. این روش ها عبارتند از روش روابط مقایسه ای فازی سازگار و روش روابط مقایسه ای زبانی فازی. در انتهای این فصل یک مثال عددی مربوط به انتخاب شرکت حمل و نقل برای یک شرکت بین المللی مطرح و با استفاده از این دو روش حل می کنیم و در انتها در بخش نتیجه گیری نتایج به دست آمده را با روش های دیگر مقایسه می کنیم.

در فصل سوم، روش های تحلیل سلسله مراتبی فازی و برنامه ریزی خطی چند هدفه فازی را برای انتخاب

بهترین گزینه از میان گزینه های موجود مطرح می کنیم. سپس، یک مثال کاربردی برای انتخاب بهترین تامین کننده پارچه برای یک شرکت تولید پوشاک هندی با هدف کاهش کربن منتشر شده در محیط زیست را با این روش ها حل می کنیم.
در فصل چهارم نیز یک روش برنامه ریزی خطی فازی دو مرحله ای را برای ارزیابی تامین کنندگان مختلف و اختصاص دادن سفارش به آن ها مطرح کرده و مسئله را حل می کنیم.

فصل ۱

مقدمات

در این فصل به بیان تعاریف و مقدمات مورد نیاز برای فصل های بعدی می پردازیم.

۱.۱ نظریه مجموعه های فازی

مسائل موجود در جهان معمولا ساختار پیچیده ای دارند که این پیچیدگی به دلیل وجود ابهام و عدم قطعیت در تعریف و درک آن ها است. در بیان و تحلیل یک مسئله، نیاز به اطلاعات کافی و دقیق است. حال اگر به دلایل مختلف اطلاعات کافی و دقیق در دسترس نباشد، چه باید کرد؟ پاسخ این سوال بهره گیری از ظرفیت استدلال تقریبی انسان است.

برای سیستم هایی که پیچیدگی آن ها کم و عدم قطعیت نیز ناچیز است، می توان با استفاده از معادلات ریاضی، ماهیت و رفتار سیستم را به طور دقیق مدل سازی و تحلیل کرد. برای سیستم هایی که پیچیدگی آن ها کمی بیشتر است و عدم قطعیت نیز نسبتا زیاد است دیگر نمی توان تحلیل قطعی و دقیق از سیستم داشت. برای سیستم هایی با پیچیدگی بالا و عدم قطعیت زیاد که اطلاعات کافی و دقیقی نیز در دسترس نیست رویکرد استدلال تقریبی فازی مطرح می شود که به سیستم های فازی معروف هستند. ورودی سیستم های فازی می تواند اطلاعات نادقیق (فازی) باشند و پردازش سیستم نیز با بهره گیری از استدلال تقریبی و به طور فازی انجام می شوند.

پروفسور لطفی زاده [۷۴] در سال ۱۹۶۵ برای اولین بار با معرفی نظریه مجموعه های فازی، مقدمات مدل سازی اطلاعات نادقیق و استدلال تقریبی با معادله های ریاضی را فراهم نمود. معرفی مجموعه های فازی تحولی عظیم در ریاضیات و منطق کلاسیک به وجود آورد. ایده ی نظریه مجموعه های فازی با این عبارت توسط پروفسور لطفی زاده مطرح شد" ما نیازمند یک نوع دیگری از ریاضیات هستیم تا بتوانیم ابهامات و عدم قطعیت رویداد ها را مدل سازی نماییم، مدلی که متفاوت از نظریه احتمالات

است ". لذا نظریه فازی برای بیان و تشریح عدم قطعیت و عدم دقت در رویدادها به کار می رود که بر اساس منطق چند ارزشی به وجود آمده است. در این بخش به بیان مفاهیم اساسی نظریه مجموعه های فازی می پردازیم.

۱.۱.۱ مجموعه های کلاسیک و معرفی مجموعه های فازی

در مجموعه های کلاسیک، یک عنصر یا قطعاً عضو مجموعه هست یا قطعاً عضو مجموعه نیست. به عنوان مثال مجموعه کارمندان مدیریت تولید یک شرکت را در نظر بگیرید. محدوده این مجموعه به طور قطعی تعریف می شود به طوری که هر کارمند شرکت اگر در واحد مدیریت تولید اشتغال داشته باشد عضو مجموعه خواهد بود، در غیر این صورت عضو مجموعه نخواهد بود. لذا فرض اساسی در مجموعه های کلاسیک، تعریف دقیق و قطعی حد و مرز مجموعه است و عضویت عناصر نیز در مجموعه دو حالت بیشتر ندارد، یک عنصر یا عضوی از مجموعه هست یا نیست. اما موارد بسیاری در عمل وجود دارد که تعریف حد و مرز دقیق و قطعی برای مجموعه امکان پذیر نیست. به عنوان مثال برای مجموعه افراد چاق نمی توان حد و مرز مشخصی تعیین کرد، زیرا به طور دقیق نمی توان بر چاق بودن یا نبودن یک شخص قضاوت کرد. لذا نیاز به مجموعه ای داریم که محدوده آن منعطف و به طور تقریبی (نادقیق) تعریف شود. به این نوع مجموعه، مجموعه ی فازی گفته می شود. عضویت عناصر در مجموعه های فازی نیز با درجه عضویت که عددی بین صفر و یک است، بیان می شود. پیش از پرداختن به نظریه ی مجموعه های فازی به توصیف مجموعه های کلاسیک می پردازیم. نظریه مجموعه های فازی توسیعی از نظریه مجموعه های کلاسیک است و لذا درک نظریه ی مجموعه فازی قبل از فراگیری مفاهیم مجموعه های کلاسیک (قطعی) کاری دشوار است.

در یک مجموعه کلاسیک راه های مختلفی برای نمایش مجموعه وجود دارد که اولین نحوه نمایش مجموعه، نمایش عناصر آن مجموعه است:

$$A = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$$

دومین نحوه نمایش، تعریف خصوصیات عناصر مجموعه است:

$$A = \{x \in X \mid p(x)\}$$

و سومین نحوه نمایش، استفاده از تابع مشخصه است. فرض کنید A یک زیر مجموعه از مجموعه مرجع X باشد. تابع مشخصه A به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases} \qquad (۱.۱)$$

توجه کنید که دامنه تابع مشخصه، مجموعه مرجع و برد آن مجموعه دو عضوی $\{0,1\}$ است. یعنی

$$\mu_A(x) : x \longrightarrow \{0,1\}$$

اگر عنصری عضو مجموعه A باشد، تابع مشخصه آن به ازای آن عضو مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می گیرد. واضح است که هر مجموعه، یک تابع مشخصه دارد و برعکس، هر تابع به صورت بالا دقیقاً یک مجموعه را تعریف و مشخص می کند.
اگر X مجموعه ای از عناصر باشد، آن گاه مجموعه کلاسیک A در X، را می توان به صورت زوج مرتب به شرح ذیل نشان داد:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\}$$

همان طور که ملاحظه می شود در مجموعه های کلاسیک، یک عنصر یا عضو مجموعه مورد نظر هست یا نیست، به عبارت دیگر از این دو حالت خارج نیست. اگر عنصر مورد نظر عضو مجموعه باشد صد در صد عضو آن است و اگر عضو آن نباشد صد در صد عضو آن نیست.
با توجه به مطالب فوق، مجموعه های کلاسیک برای مفاهیمی مناسب است که به طور قطعی و مشخص قابل تعریف هستند. در حالی که مفاهیمی وجود دارند که نمی توان به طور قطعی و مشخص برای آن ها حد و مرزی مشخص کرد و بر اساس آن مجموعه کلاسیک را تشکیل داد. به عنوان مثال فرض کنید مجموعه افراد بلند قد (A) مجموعه افرادی باشند که قد آن ها بزرگتر یا مساوی ۱۹۰ سانتی متر است. آن گاه افرادی که قد آن ها دقیقاً بزرگتر یا مساوی ۱۹۰ سانتی متر است با درجه مشخصه ۱ وارد مجموعه A می شوند و افرادی که قد آن ها کوچکتر از ۱۹۰ سانتی متر است عضو مجموعه A نبوده و درجه مشخصه آن ها صفر خواهد بود. اما در واقعیت تفاوت قابل ملاحظه ای بین شخصی که قد آن ۱۹۰ سانتی متر است با شخصی که قد آن ۱۸۹/۵ سانتی متر است نمی توان قائل شد و از دید همه ی مردم هر دو شخص قد بلند فرض می شوند. ولی وقتی می خواهیم این مورد را به صورت یک مجموعه نمایش دهیم در مجوعه کلاسیک ناچاریم یک حد برای افراد قائل شویم. در نتیجه تمام افرادی که قد آن ها بزرگتر یا مساوی با ۱۹۰ سانتی متر است در مجموعه افراد قد بلند قرار می گیرند و شخصی با قد ۱۸۹/۵ سانتی متر در این مجموعه قرار نمی گیرد. برای رفع این نقیصه در بیان مجموعه ها، نظریه مجموعه های فازی ارائه شده است. هر مجموعه فازی منحصراً با تابع عضویت خاص خود قابل تعریف بوده و هر عضو در داخل آن مجموعه دارای یک درجه عضویت می باشد. این درجه عضویت معمولاً بین صفر و یک قرار دارد. به عنوان مثال تابع عضویت برای مجموعه فازی افراد قد بلند به صورت زیر می باشد:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 190 \\ \text{عددی بین ۱،۰} & 170 < x < 190 \\ 0 & x \leq 170 \end{cases} \qquad (۲.۱)$$

در این صورت به عنوان نمونه خواهیم داشت:

$$\mu_A(180) = 0.6$$

$$\mu_A(179/5) = 0.52$$

$$\mu_A(201) = 1$$

البته شکل تابع عضویت در مجموعه فازی بسته به موضوع و زمینه کاربرد متفاوت است. به عنوان مثال بلندی قد در کشورهای آسیای شرقی، اروپا و امریکا تعریف مختلفی دارد.
اگر X مجموعه ای از عناصر باشد، آن گاه مجموعه فازی $\tilde{A}$ در X، مجموعه زوج مرتب هایی به شرح زیر است:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X\}$$

$\mu_{\tilde{A}}(x)$ تابع عضویت یا درجه عضویت x در مجموعه $\tilde{A}$ است.
اگر تابع عضویت تنها شامل اعداد صفر و یک باشد، آن گاه مجموعه مورد نظر، یک مجموعه کلاسیک خواهد بود و اگر تابع عضویت شامل اعداد حقیقی بین صفر تا یک باشد آن گاه مجموعه مورد نظر، یک مجموعه فازی است. برای بیان این که مجموعه مورد نظر، مجموعه فازی است از علامت $(\sim)$ استفاده می شود. یعنی A بیانگر یک مجموعه کلاسیک و $\tilde{A}$ بیانگر یک مجموعه فازی است.

۲.۱.۱ عملیات اساسی مجموعه های فازی

اهمیت توابع عضویت در این نکته است که عملگرهای مجموعه ای را می توانیم بر حسب توابع عضویت بیان کنیم. به عنوان مثال رابطه زیر مجموعه بودن به صورت زیر تعریف می شود:

$$\tilde{A} \subseteq \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_{\tilde{A}}(x) \leqslant \mu_{\tilde{B}}(x) \qquad \forall x \in X.$$

همچنین تعریف عملگر های متمم، اشتراک و اجتماع نیز با استفاده از توابع عضویت، به صورت زیر می باشد.

متمم مجموعه های فازی

متمم مجموعه فازی $\tilde{A}$ به صورت $\tilde{A}^c$ نشان داده می شود و درجه عضویت عناصر آن به صورت زیر به دست می آید:

$$\mu_{\tilde{A}^c}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x).$$

اشتراک مجموعه های فازی

تابع عضویت عناصر مشترک مجموعه های فازی با به کار گیری عملگر حداقل (min) به صورت زیر به دست می آید:

$$\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(x) = min\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}.$$

اجتماع مجموعه های فازی

تابع عضویت اجتماع دو مجموعه فازی با به کار گیری عملگر حداکثر (max) به صورت زیر به دست می آید:

$$\mu_{\tilde{A}\cup\tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \vee \mu_{\tilde{B}}(x) = max\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}.$$

لازم به ذکر است برای اشتراک و اجتماع مجموعه های فازی عملگر های دیگری نیز تعریف شده است اما عملگر های حداقل و حداکثر از معروف ترین و کاربردی ترین آن ها می باشد.
مثال زیر کاربرد این عملگر ها را در یک مجموعه قطعی نشان می دهد.

مثال ۱.۱.۱. فرض کنید:

$$X = \{1, 2, \cdots, 10\},$$
$$\tilde{A} = \{(1, 0.2), (2, 0.5), (3, 0.8), (4, 1), (5, 0.7), (6, 0.3)\},$$
$$\tilde{B} = \{(3, 0.2), (4, 0.4), (5, 0.6), (6, 0.8), (7, 1), (8, 1)\}.$$

در این صورت:

$$\tilde{A} \cap \tilde{B} = \{(3, 0.2), (4.0.4), (5, 0.6), (6, 0.3)\}$$

و

$$\tilde{A} \cup \tilde{B} = \{(1, 0.2), (2, 0.5), (3, 0.8), (4, 1), (5, 0.7), (6, 0.8), (7, 1), (8, 1)\}.$$

۳.۱.۱ تعاریف پایه

تعریف ۲.۱.۱. مجموعه پشتیبان هر مجموعه فازی، بستار زیر مجموعه ای از عناصر مجموعه فازی با درجه عضویت مثبت است و به صورت زیر تعریف می شود:

$$supp(\tilde{A}) = \overline{\{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\}}.$$

تعریف ۳.۱.۱. هسته یک مجموعه فازی، زیر مجموعه ای از عناصر آن با درجه عضویت ۱ است یعنی:

$$Core(\tilde{A}) = \{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\}.$$

تعریف ۴.۱.۱. مجموعه (معمولی) عناصری از X که درجه عضویت آن ها در مجموعه فازی A حداقل به بزرگی α که $0 < \alpha \leqslant 1$ باشد را α-برش A (مجموعه تراز α وابسته به A) گوئیم و با $\tilde{A}_\alpha$ نشان می دهیم یعنی:

$$\tilde{A}_\alpha = \begin{cases} \{x \mid \mu_{\tilde{A}(x)} \geqslant \alpha\}, & \alpha \in (0,1] \\ \\ \overline{supp(A)}, & \alpha = 0 \end{cases}$$

تعریف ۵.۱.۱. ارتفاع یک مجموعه فازی برابر با حداکثر درجه عضویت عناصر آن مجموعه می باشد. به عبارت دیگر:

$$h(\tilde{A}) = sup_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x).$$

تعریف ۶.۱.۱. مجموعه فازی $\tilde{A}$ نرمال است اگر ارتفاع آن برابر با ۱ باشد در غیر این صورت مجموعه فازی زیر نرمال است.

مجموعه فازی $\tilde{A}$ محدب است اگر داشته باشیم:

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq min\{\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)\},$$

که λ عددی بین صفر و یک است.

۴.۱.۱ توابع عضویت

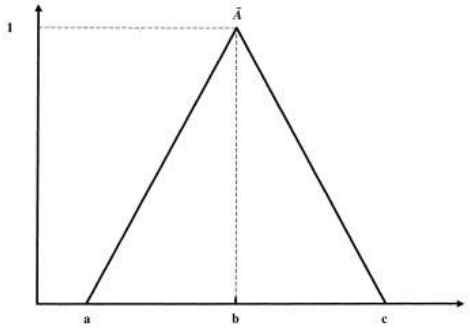
تعریف یک مجموعه فازی برای مفهوم مورد نظر با تعریف یک تابع عضویت مناسب برای آن کامل می شود. نحوه ایجاد مجموعه فازی و تعریف تابع عضویت آن ها بستگی به زمینه و دامنه کاربردی آن ها دارد. تعریف تابع عضویت مناسب بسیار مهم است، زیرا اگر تابع عضویت تعریف شده برای مجموعه فازی مناسب نباشد کلیه تحلیل و بررسی های پس از آن دچار انحراف می شوند. در ادامه به عنوان نمونه به معرفی دو تابع عضویت می پردازیم.

تابع عضویت مثلثی

تابع عضویت مثلثی توسط سه پارامتر a, b, c تعریف می شوند که به شرح زیر است:

$$trn(x : a, b, c) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ \dfrac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & x > c \end{cases}$$

نمایش تابع عضویت مثلثی به صورت شکل ۱.۱ است.



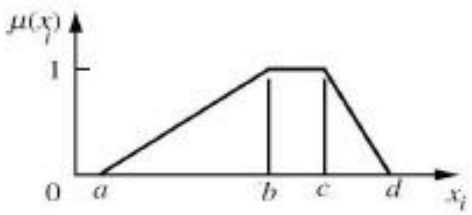
شکل ۱.۱: عدد فازی مثلثی

تابع عضویت ذوزنقه ای

تابع عضویت ذوزنقه ای توسط چهار پارامتر a, b, c, d بدین صورت تعریف می شود:

$$trp(x : a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b \\ 1, & b \leq x < c \\ \dfrac{d-x}{d-c}, & c \leq x < d \\ 0, & x > d \end{cases}$$

که نمایش شماتیک آن به صورت شکل ۲.۱ است.



شکل ۲.۱: عدد فازی ذوزنقه ای

۵.۱.۱ اعداد فازی

عدد فازی، یک مجموعه فازی $\tilde{A}$ روی اعداد حقیقی است که حداقل سه شرط زیر را دارا می باشد:
۱)$\tilde{A}$ باید یک مجموعه فازی نرمال باشد.
۲) باید $\tilde{A}_\alpha$ به ازای هر مقدار $\alpha \in (0, 1]$ یک بازه ی بسته باشد.
۳) مجموعه پشتیبان $\tilde{A}$ باید محدود باشد.
ار آن جا که هر برش α از هر عدد فازی یک بازه بسته است، در نتیجه هر عدد فازی، یک مجموعه فازی

محدب است. البته عکس این مطلب لزوما صادق نیست.

۲.۱ فرآیند تحلیل سلسله مراتبی

در عصر حاضر، ما در زندگی روزمره با تصمیم گیری های چند معیاره مختلفی رو به رو هستیم؛ از انتخاب يك لپ تاپ تا انتخاب شغل و غیره. به طور مثال هنگام انتخاب شغل معیارهای مختلفی مانند درآمد، موقعیت اجتماعی، خلاقیت، ابتکار و غیره مطرح می باشد که فرد تصمیم گیرنده، گزینه های مختلف را باید بر طبق این معیارها بسنجد. برای انتخاب منزل نیز معیار های متفاوتی چون هزینه، نزدیکی به محل کار، دسترسی به مراکز خرید و غیره مطرح می باشد که باید بهترین گزینه را از نظر این معیار ها انتخاب کرد.

در عرصه صنعتی گاهی اوقات نتیجه تصمیم گیری به قدری مهم است که بروز خطا ممکن است ضررهای جبران ناپذیری را بر ما تحمیل کند. در تصمیم گیری های کلان مانند تنظیم بودجه سالانه کشور نیز متخصصین اهداف مختلفی مانند امنیت، آموزش، توسعه صنعتی و غیره را دنبال نموده و مایلند که این اهداف را بهینه کنند.

فرآیند تصمیم گیری با چندین معیار کمی و کیفی با مشکلات فراوانی روبرو است مانند:

- نداشتن استاندارد برای اندازه گیری معیارهای کیفی
- نداشتن واحد برای تبدیل معیارها (کیفی و کمی) به یکدیگر

ضمناً با توجه به مشکلات مربوط به فرآیند تصمیم گیری با معیارهای چندگانه، از جمله پیچیدگی و عدم وجود استاندارد، از سرعت و دقت تصمیم گیری به مقدار زیادی کاسته شده و باعث می شود که این فرآیند به مقدار زیادی به فرد تصمیم گیرنده وابسته باشد. از این رو لازم است که تکنیک یا تکنیک های مناسبی برای انتخاب بهینه و تصمیم گیری صحیح طراحی شود. بدین منظور در سال ۱۹۸۰ تکنیک AHP [1] به معنی فرآیند تحلیل سلسله مراتبی [۵۶] توسط توماس- ال ساعتی [2] برای حل چنین مسئله ای طراحی شد. فرآیند تحلیل سلسله مراتبی یکی از جامع ترین سیستم های طراحی شده برای تصمیم گیری با معیار های چند گانه است از آن جا که ما می توانیم:

- فرآیند تصمیم گیری را فرموله کنیم؛
- معیارهای کیفی و کمی مختلف را در نظر بگیریم؛
- گزینه های تصمیم گیری را وارد مساله کنیم؛
- حساسیت روی معیارها و زیر معیارها را تحلیل کنیم.

به علاوه این که، سازگاری و ناسازگاری تصمیم را به دست می آوریم که از ویژگي های ممتاز این فرآیند می باشد (ناسازگاری یک تصمیم مقدار خطا و اشتباه را به ما نشان می دهد). فرآیند تحلیل سلسله

1. Analytical Hierarchy Process
2. T. L saaty

مراتبی با تجزیه ی مسائل مشکل و پیچیده، آن ها را به شکلی ساده تبدیل کرده و به حل آن ها می پردازد. این روش کاربرد های فراوانی در مسائل اقتصادی و اجتماعی پیدا کرده است. در این فصل به تشریح کلیات آن می پردازیم.

۱.۲.۱ تصمیم گیری به کمک فرآیند تحلیل سلسله مراتبی

پیاده سازی AHP در یک تصمیم گیری شامل ۳ فاز است:

۱- تشکیل درخت سلسله مراتبی

۲- انجام مقایسات زوجی

۳- محاسبه وزن ها

فاز ۱: تشکیل درخت سلسله مراتبی

سلسله مراتبی یک نمایش گرافیکی از مسئله پیچیده واقعی می باشد که در راس آن هدف کلی مسئله و در سطوح بعدی معیار ها و گزینه ها قرار دارند. هر چند که یک قاعده ثابت و قطعی برای رسم سلسله مراتبی وجود ندارد اما برخی افراد سعی نموده اند تا یک سری قواعد کلی در این زمینه بیان کنند. به عنوان مثال یک سلسله مراتبی ممکن است به یکی از صورت های زیر باشد:

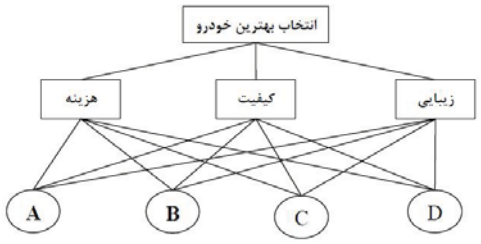
هدف - معیار ها - زیر معیار ها - گزینه ها

هدف - معیار ها -عوامل - زیر عوامل - گزینه ها

در یک نگاه کلی می توان گفت که روش ساختن یک سلسله مراتبی به نوع تصمیمی که باید اتخاذ شود بستگی دارد. به طور مثال اگر تصمیم مورد نظر انتخاب یک گزینه باشد، می توان از گزینه ها شروع کرده و آن ها را در پایین ترین سطح نشان داد و در سطح بعدی معیار هایی که برای انتخاب گزینه ها مورد نظر می باشند قرار گیرند. و در بالاترین سطح، هدف سلسله مراتبی که یک عنصر است قرار گیرد. گاهی اوقات خود معیار ها نیز باید به صورت جزئی تر مورد تجزیه و تحلیل واقع شوند. که در این گونه موارد یک سطح دیگر (که شامل زیر معیار ها می شود) به سلسله مراتب اضافه می گردد. البته لزومی ندارد که تمام معیار ها دارای زیر معیار باشند. در یک سلسله مراتب محدویتی برای تعداد سطوح وجود ندارد. هر گاه که عناصر یک سطح را نتوان با عناصر سطوح بالاتر مقایسه نمود این سوال پیش می آید که این عنصر با چه چیزی قابل مقایسه می باشد که در این حالت ممکن است یک سطح دیگر به سلسله مراتب اضافه شده تا سلسله مراتب را تکمیل کند.

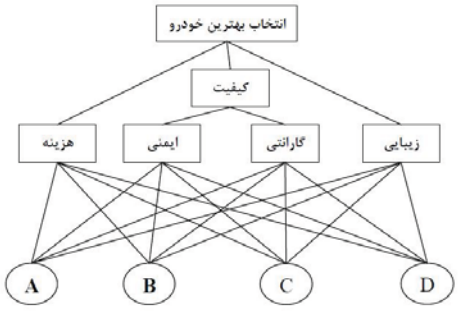
به طور مثال تصور کنید که از بین چهار اتومبیل A, B, C, D می خواهیم یکی را انتخاب کنیم در انتخاب اتومبیل سه معیار هزینه، کیفیت و زیبایی مطرح می باشد. درخت سلسله مراتبی برای این نوع مثال به صورت زیر خواهد بود:

هر کدام از معیار ها نیز می توانند دارای زیر معیارهایی باشند. مثلا شاخص کیفیت می تواند دارای



شکل ۳.۱: درخت سلسله مراتبي انتخاب بهترین خودرو

زیر معیارها یا زیر شاخص هایی همچون خدمات پس از فروش و ایمنی باشد.



در هر صورت تکنیک AHP برای هر کدام از اجزای این درخت اعم از این که گزینه باشند یا معیار، امتیازی را به دست می آورد. به هر کدام از اجزای این درخت، چه گزینه ها و چه معیار ها و چه زیر معیار ها در اصطلاح آیتم می گوییم.

در روش AHP برای هر کدام از گزینه ها یک امتیاز به دست می آوریم و گزینه ها بر حسب امتیازی که کسب کرده اند رتبه بندی می شوند. مسلماً گزینه ای که بیشترین امتیاز را کسب کرده بهترین گزینه برای انتخاب شدن است. روشی که در AHP برای محاسبه امتیاز ها به کار می رود بر اساس مقایسات زوجی استوار است که در فاز دوم به شرح آن می پردازیم.

فاز ۲: مقایسات زوجی

در AHP عناصر هر سطح نسبت به عنصر مربوطه خود در سطح بالاتر به صورت زوجی مقایسه شده و ماتریس مقایسه زوجی تشکیل می گردد، سپس با استفاده از این ماتریس، وزن نسبی عناصر محاسبه می گردد. به طور کلی، یک ماتریس مقایسه زوجی به صورت زیر نشان داده می شود که در آن a_{ij} ترجیح عنصر i ام نسبت به عنصر j ام است.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

در این مقایسه ها تصمیم گیرنده ها از قضاوت های شفاهی استفاده می کنند به گونه ای که اگر عنصر