دانشکده علوم ـ گروه فیزیک

پایان‌نامه کارشناسی ارشد

عنوان:

کنترل فازی درهمتنیدگیِ سیستم‌های کوانتومی

نگارنده:

محمّد اباذری

استاد راهنما:

دکتر محمّد محمودی

استاد مشاور:

دکتر سعید قنبری

تابستان ۱۳۸۹

إِنَّ فِي خَلْقِ السَّمَاوَاتِ وَ الْأَرْضِ وَ اخْتِلَافِ اللَّيْلِ وَ النَّهَارِ لَآيَاتٍ لِأُولِي الْأَلْبَابِ .

مسلماً در آفرینش آسمان‌ها و زمین و در پیِ یکدیگر آمدنِ شب و روز برای خردمندان نشانه‌هایی [قانع کننده] است.

آل عمران ۱۹۰

تقدیم به پیشگاه مقدّس

قطب عالم امکان حضرت

بقیّت‌الله الأعظم أروحنا

لتراب مقدمه الفداک و

عجِّل اللَّهمَّ فی فرجه

تشکر و قدردانی

حمد و سپاس خداوندی را که به یاری او و توجهات خاصه‌ی حضرت بقیت‌الله الاعظم (عج) توانستم این دوران تحصیل را هم چون دوره‌های قبلی با انواع فراز و نشیب‌ها، پشت سر نهاده و اینک آماده شده‌ام از پایان‌نامه‌ی دوره‌ی کارشناسی ارشد دفاع نمایم. از زحمات و حمایت‌های معنوی و مادی پدر و مادر مهربان و فداکارم که از ابتدای زندگی، مخصوصاً دوران تحصیلم، همراه و مشوقم بودند، دستشان را بوسیده و کمال تشکر و قدردانی را می‌نمایم؛ از خداوند می‌خواهم فرصتی عنایت فرماید تا بتوانم در ادامه‌ی زندگی در خدمت آنها بوده و اندکی از زحمات خستگی‌ناپذیرشان را جبران نمایم. هم چنین از خانواده‌ی عزیزم مخصوصاً دو خواهر مهربانم، به خاطر محبت‌ها و لطفی که داشتند تشکر می‌نمایم.

از استاد راهنمای محترم جناب آقای دکتر محمد محمودی که در طول دوره‌ی دو ساله، به ویژه در امر پایان‌نامه، این جانب و سایر دوستان را صبورانه و عالمانه هدایت نمودند تشکر و قدردانی نموده و آرزو می‌کنم إن شاء الله در تمام مراحل علمی و پژوهشی مؤفق باشند. ایشان نه تنها در زمینه‌ی علمی و پژوهشی، بلکه در زمینه‌های اخلاقی و رفتاری نیز راهنمای ما بودند و در این مدت درس‌های علمی و اخلاقی زیادی از ایشان آموختیم.

از آقای علی مرتضی‌پور و خانم سیده معصومه موسوی که از شروع کارهای پایان‌نامه تا اتمام آن، چه در انجام محاسبات و چه در فهم مفاهیم فیزیکی، خالصانه و با حوصله همراه ما بودند و با وجود اشتغال به دروس دکتری، زمانی را برای راهنمائی دانشجویان گروه اپتیک کوانتومی اختصاص داده بودند، تشکر و قدردانی نموده و امیدوارم إن شاء الله در تمام مراحل زندگی و تحصیل مؤفق باشند.

همچنین از آقای پروفسور G. S. Agarwal از دانشگاه ایالت اوکلاهما، کمال تشکر و قدردانی می‌کنم که حوصله نمودند و صبورانه به تعدادی از سؤال‌هایمان در مورد رفتار زمانی عناصر ماتریس چگالی از طریق ایمیل، پاسخ دادند؛ که راهنمایی‌های ایشان واقعاً مفید و کارگشا بود.

از استاد مشاور محترم جناب آقای دکتر قنبری و سایر اساتید گروه فیزیک دانشکده علوم دانشگاه زنجان، مخصوصاً آقایان دکتر امیرحسین درونه و دکتر مصطفی صحرائی از دانشگاه تبریز که داوری این پایان‌نامه را

عالمانه انجام دادند، و هم چنین از تمام کارکنان و زحمت‌کشانی که در این مدت زحمت ما بر دوش آنها بود کمال تشکر و قدردانی را می‌نمایم.

و در انتها از تمام دوستانم در خوابگاه و دوره‌ی کارشناسی ارشد و دوستانی که در گروه اپتیک کوانتومی باهم بودیم و در این مدت بزرگوارانه ما را متحمل شدند تشکر نموده و از خداوند آرزوی مؤفقیت آنها را خواستارم.

چکیده

در سال‌های اخیر مطالعات وسیعی در مورد مفاهیم نظریِ درهمتنیدگی کوانتومی انجام شده است که یک مفهوم اساسی در توصیف نظریه‌ی اطلاعات کوانتومی است. این پدیده نقش مهمی در درک محاسبات کوانتومی، کدگذاری کوانتومی، پردازش کوانتومی و . . . ایفا می‌کند. درهمتنیدگی کوانتومی را می‌توان توسط آنتروپی‌کوانتومی توصیف کرد که از ویژگی‌های مهم نظریه‌ی اطلاعات کوانتومی است. در یک سیستم دو مؤلفه‌ای (در حالت خالص) نشان داده شده است که آنتروپی‌کوانتومی کاهش‌یافته، یک مقیاس دقیقِ اندازه‌گیری درجه‌ی درهمتنیدگی بین دو مؤلفه است[۱]. هرچه آنتروپی کوانتومیِ کاهش‌یافته بزرگتر باشد درهمتنیدگی، بیشتر است. با توجه به این که درهمتنیدگی کوانتومی نقش اساسی در نظریه‌ی اطلاعات‌کوانتومی ایفا می‌کند، اتم و میدان‌های گسیل خودبه‌خودی آن را نیز می‌توان به عنوان یک سیستم دومؤلفه‌ای در نظرگرفت و درهمتنیدگی بین آنها را مطالعه کرد[۲و۳]. این مفهوم با توجه به تحقیقات اینیشتین، پودولسکی و روزن به یک مفهوم اساسی در نظریه‌ی کوانتومی تبدیل شده است[۴و۵]. نوع دیگری از مطالعاتی که اخیراً روی سیستم‌های کوانتومی انجام شده و ساده‌ترین روش اپتیکی است، کنترل فازی خواص اپتیکی است که در آن می‌توان خواص اپتیکی سیستم مورد مطالعه را به فاز میدان‌های اعمالی وابسته نموده و با تغییر آن، رفتار جدیدی ایجاد نمود. که در این زمینه پژوهش‌هائی بسیاری انجام شده و نتایج قابل قبولی، در نظریه و آزمایش داشته است.

نگرش نو و تازه‌ای که ما در این پایان‌نامه، به آن خواهیم پرداخت، بررسی اثر فاز نسبی میدان‌های لیزری اعمالی، بر درهمتنیدگی یک اتم سه ترازی نوع V با میدانِ گسیل خودبخودی آن، با استفاده از آنتروپی کاهش یافته‌ی اتمی است. نشان خواهیم داد که در غیاب تداخل کوانتومی بین دو گسیل خودبخودی، از دو تراز برانگیخته‌ی نزدیک به هم، در اتم نوع V، اتم و میدان گسیل خودبخودی آن به ازای هر انتخابی از فاز نسبی میدان‌های خارجی، همواره درهمتنیده‌اند؛ اما در حضور چنین تداخلی، این درهمتنیدگی به فاز نسبی میدان‌های خارجی وابسته بوده و حتی با انتخاب فاز نسبی خاص، و تحت شرایط مناسبی، اتم و میدان غیردرهمتنیده‌اند.

فهرست

مقدمه ۱۵

فصل ۱ : بررسی برهم‌کنش نور با ماده

۱ ـ ۱ برهم‌کنش نور با ماده و به دست آوردن هامیلتونی برهم‌کنش ۱۹

۱ ـ ۲ برهم‌کنش نور با ماده از دیدگاه نیمه کلاسیکی ۲۲

۱ ـ ۳ برهم‌کنش نور با ماده از دیدگاه کوانتومی..... ۲۹

۱ ـ ۴ معرفی حالت‌های پوشیده ۳۴

۱ ـ ۵ رهیافت ماتریس چگالی برای توصیف سیستم‌های کوانتومی ۳۶

۱ ـ ۶ ماتریس چگالی و تصویر برهم‌کنش برای توصیف برهم‌کنش نور با ماده ۴۰

فصل ۲ : بررسی برخی مفاهیم کوانتومی و کاربردهای آنها

۲ ـ ۱ تداخل کوانتومی ۴۳

۲ ـ ۱ ـ ۱ همدوسی زمانی ۴۴

۲ ـ ۱ ـ۲ همدوسی فضائی ۴۵

۲ ـ ۱ ـ ۳ همدوسی کوانتومی ۴۵

۲ ـ ۱ ـ ۴ شفافیت الکترومغناطیسی القائی (EIT)..... ۴۸

۲ ـ ۲ گسیل خودبخودی ۵۲

۲ ـ ۲ ـ ۱ ضریب A اینشتین برای گسیل خودبخودی ۵۳

۲ ـ ۲ ـ ۲ نظریه‌ی وایسکوف ـ ویگنر برای گسیل خودبخودی ۵۵

۲ ـ ۲ ـ ۳ مشخصات فوتونِ گسیل خودبخودی ۵۹

۲ ـ ۲ ـ ۴ گسیل خودبخودی به عنوان مولّد درهمتنیدگی ۶۱

۲ ـ ۲ ـ ۵ کاربرد و اهمیت گسیل خودبخودی در سیستم‌های کوانتومی ۶۳

۲ ـ ۳ درهمتنیدگی ۶۸

۲ ـ ۳ ـ ۱ تعریف کلی از دو سیستم درهمتنیده ۶۹

۲ ـ ۳ ـ ۲ درهمتنیدگی اتم ـ فوتون ۷۲

۲ ـ ۳ ـ ۳ مزیت‌ها و کاربردهای درهمتنیدگی ۷۳

۲ ـ ۳ ـ ۴ جنبه‌های دیگر از درهمتنیدگی ۷۴

۲ ـ ۴ آنتروپی و مفاهیم آن ۷۷

۲ ـ ۴ ـ ۱ آنتروپی کلاسیکی شانون ۷۹

۲ ـ ۴ ـ ۲ آنتروپی کوانتومی وون نویمن ۸۰

۲ ـ ۴ ـ ۳ چند ویژگی مهم و اساسی آنتروپی کوانتومی ۸۰

۲ ـ ۴ ـ ۴ ارتباط آنتروپی کوانتومی با درهمتنیدگی ۸۲

فصل ۳ : بررسی آنتروپی (درهمتنیدگی اتم ـ میدان) در سیستم اتمی سه ترازی نوع V

۳ ـ ۱ معرفی سیستم سه ترازی نوع V و بررسی معادلات حاکم بر برهم‌کنش آن با میدان لیزری ...۸۷

۳ ـ ۲ بررسی درهمتنیدگی اتم ـ میدان بر اساس آنتروپی اتم سه ترازی V..... ۹۱

۳ ـ ۲ ـ ۱ بررسی تحول زمانی آنتروپی کاهش یافته‌ی اتمی ۹۲

۳ ـ ۲ ـ ۲ بررسی رفتار حالت پایای آنتروپی کاهش یافته‌ی اتمی..... ۱۰۱

۳ـ۳ بررسی بررسی رفتار آنتروپی در حالت خاص $K_c = 1.0$ و $\varphi = \pi$..... ۱۰۸

۳ ـ ۴ کاربرد درهمتنیدگی در نظریه‌ی اطلاعات کوانتومی ۱۱۰

۳ـ۴ـ۱ معرفی qubitها ۱۱۰

۳ـ۴ـ۲ درهمتنیدگی در qubitها و معرفی حالت‌های درهمتنیده‌ی بِل ۱۱۲

۳ـ۴ـ۳ نمایش هندسی qubitها ۱۱۵

۳ـ۴ـ۴ معرفی سیستم‌های مختلف کوانتومی به عنوان qubit ۱۱۶

۳ـ۴ـ۵ ثبت‌کننده‌ها و گیت‌های کوانتومی ۱۱۸

۳ ـ ۵ نتیجه‌گیری ۱۲۴

سخن آخر ۱۲۵

منابع ۱۲۷

لیست شکل‌ها و نمودارها:

(۱ـ۲ـ۱): منحنی احتمال گذار برحسب زمان به ازای نامیزانی بزرگ (منحنی توپر) و نامیزانی کوچک (منحنی خط‌چین) ۲۷

(۱ـ۲ـ۲): منحنی احتمال گذار برحسب نامیزانی ۲۸

(۱ـ۳ـ۱): کاواک با دیواره‌های کاملاً رسانا که در مکان‌های $z = 0$ و $z = L$ واقع شده‌اند. میدان الکتریکیِ قطبیده در امتداد x است ۳۰

(۱ـ۴ـ۱): ترازهای نردبانی شکل جینز ـ کامینگز. این ترازها بیانگر حالت‌های یک سیستم اتم ـ فوتون جفت شده با ثابت جفت‌شدگی g_0. حالت‌های سیستم غیرجفت شده، با اتم در حالت پایه‌ی $|g\rangle$، یا در حالت برانگیخته‌ی $|e\rangle$، و با تعداد فوتون‌های موجود در مد n، نشان داده شده است ۳۵

(۱ـ۴ـ۲): a) طیف فلوئورسانسی برای یکی از مؤلفه‌های فوق‌ریزِ خطِ طیفی D_2 سدیم، وقتی که به طور تشدیدی با نور شدید یک لیزر مایع (دای لیزر ، با طول موج 589nm و شدت $6400\ Wm^{-2}$) برانگیخته می‌شود. قسمت پائین منحنی طیفی تجربی را نشان می‌دهد. در حالی که قسمت بالائی منحنی طیفی نظری با محاسبه‌ی فرکانس رابی به صورت $\Omega_R = 2\pi \times 78MHz$، را نشان می‌دهد. b) توصیفی از طیف سه‌گانه‌ی Mollow، با استفاده از تصویر حالت پوشیده اتمی، که در بخش a نشان داده شده است. برهم‌کنش تشدیدیِ اشتارک AC (متناوب) میان یک اتم دو ترازی و یک میدان نوری شدید، حالت‌های اتمی غیرپوشیده را به دو حالت پوشیده میدان و اتم با فرکانس رابی Ω_R می‌شکافد. و این پدیده منجر به گسیل سه خط طیفی با فرکانس‌های زاویه‌ای ω_0 و $\omega_0 \pm \Omega_R$ می‌شود ۳۶

(۲ـ۱ـ۱): یک سیستم اسپین ۱/۲ در میدان مغناطیسی با قدرت B در امتداد z ؛ که در حضور میدان مغناطیسی ترازهای هسته شکافته می‌شود ۴۶

(۲ـ۱ـ۲): سیستم اتمی سه ترازی برای شفافیت الکترومغناطیسی القائی ۴۹

(۲ـ۱ـ۳): قسمت‌های حقیقی (توپر) و موهومی (خط‌چین) پذیرفتاری خطی (با واحد اختیاری) برحسب نامیزانی نرمالیزه Δ/γ_1 ..... ۵۱

(۲ـ۲ـ۱): نمایش گسیل خودبخودی یک اتم دو ترازی ۵۴

(۲ـ۲ـ۲): نمایش گسیل خودبخودی اتم سه ترازی نوع V با آهنگ‌ها فروافت Γ_a و Γ_b ۵۵

(۲ـ۲ـ۳): گسیل خودبخودی یک فوتون. در لحظه‌ی $t = 0$ اتم در حالت برانگیخته‌ی $|e\rangle$ است. بعد از گسیل خودبخودی، اتم به حالت پایه‌ی $|g,1\rangle$ گذار نموده و مُدِ میدان الکترومغناطیسی، با یک فوتون ایجاد می‌شود.. ۶۰

(۲ـ۲ـ۴): مشخصه‌های گسیل نورِ گسیل شده از گذار دوقطبی با اعداد کوانتومی مغناطیسی $\Delta m = 0,\pm 1$ ۶۰

(۲ـ۲ـ۵): ساختار ترازِ اتمی در اتم ^{87}Rb که برای تولید درهمتنیدگی اتم ـ فوتون به کار رفته است. به شرط این که فرکانس‌های گسیلیِ گذارهایِ قطبیده‌یِ σ^+ و σ^- و π نسبت به پهنای خط طبیعی گذارها غیر قابل تشخیص باشند، در آن صورت قطبش یک فوتون گسیلِ خودبخودی با حالتِ اسپینِ اتم ، درهمتنیده خواهد بود ۶۲

(۲ـ۲ـ۶): نمایش گسیل خودبخودی سیستم سه ترازی نوع V با آهنگ‌های فروافت $2\gamma_{21}$ و $2\gamma_{31}$ ۶۵

(۲ـ۳ـ۱): گذار دوقطبیِ اتمی برای تولید اتم و فوتون درهمتنیده ۷۲

(۲ـ۴ـ۱): دو سیستم A و B در حال برهم‌کنش ، جفت‌شده با پتانسیلِ برهم‌کنشیِ V_{AB}. برای نمونه A می‌تواند یک اتم و B یک میدان الکتریکی باشد؛ بنابراین V_{AB} برهم‌کنشی شبیهِ برهم‌کنشِ دوقطبی خواهد بود ۸۴

(۳ـ۱ـ۱): a) نمودار کلی از یک سیستم اتمی سه ترازی نوع V با دو میدان لیزری همدوس اعمالی؛ b) ساختار فضائیِ میدان‌های قطبش متناظر با گذارهای اتمی $|1\rangle \to |2\rangle$ و $|1\rangle \to |3\rangle$ ۸۸

(۳ـ۲ـ۱): تحول زمانی آنتروپی (درهمتنیدگی اتم ـ میدان) در حالت‌های: (a,d $K_c = 0$ و (b,e $K_c = 0.5$ و (c,f $K_c = 0.99$. به ازای فازهای نسبی: $\varphi = 0$(توپر)، $\varphi = \pi/6$(خط‌چین)، $\varphi = 4\pi/3$ (نقطه‌چین)، با فرض: $\Delta_R = \Delta_L = 0.0\gamma$ (ستون چپ) و $\Delta_R = \Delta_L = 2.0\gamma$ (ستون راست) و بقیه کمیات به صورت: $\gamma = \gamma_{31} = 1, \gamma_{21} = 1.0\gamma, \Omega_R = \Omega_L = 0.1\gamma, \delta = 0.0\gamma$ ۹۳

(۳ـ۲ـ۲): منحنی آنتروپی (درهمتنیدگی اتم ـ میدان) حالت پایا برحسب نامیزانی، در حالت‌های: a) $K_c = 0$ و b) $K_c = 0.5$ و c) $K_c = 0.99$. به ازای فازهای نسبی: $\varphi = 0$(توپر)، $\varphi = \pi/6$(خط‌چین)، $\varphi = 4\pi/3$ (نقطه‌چین)، با فرض: $\Delta = \Delta_L = \Delta_R$؛ بقیه‌ی کمیات مانند شکل(۳ـ۲ـ۱)..... ۹۵

(۳ـ۲ـ۳): منحنی تحول زمانی جمعیت ترازهای $|1\rangle$ ، $|2\rangle$ و $|3\rangle$، در حالت‌های $K_c = 0$ و $K_c = 0.5$ و $K_c = 0.99$، به ازای فازهای نسبی a) $\varphi = 0$، b) $\varphi = \pi/6$ ، c) $\varphi = 4\pi/3$ ؛ بقیه‌ی کمیات مانند شکل (۳ـ۲ـ۱)..... ۹۶و۹۷

(۳ـ۲ـ۴): تحول زمانی آنتروپی (درهمتنیدگی اتم ـ میدان) در حالت‌های: (a,d $K_c = 0$ و (b,e $K_c = 0.5$ و (c,f $K_c = 0.99$. به ازای فازهای نسبی: $\varphi = 0$(توپر)، $\varphi = \pi/6$(خط‌چین)، $\varphi = 4\pi/3$ (نقطه‌چین)، با فرض: $\Omega_R = \Omega_L = 0.1\gamma$ (ستون چپ) و $\Omega_R = \Omega_L = 0.5\gamma$ (ستون راست) و بقیه کمیات به صورت: $\gamma = \gamma_{31} = 1, \gamma_{21} = 1.0\gamma, \Delta_R = \Delta_L = 0.0\gamma, \delta = 0.0\gamma$ ۱۰۱

(۳ـ۲ـ۵): منحنی آنتروپی (درهمتنیدگی اتم ـ میدان) حالت پایا، برحسب فاز نسبی میدان‌های خارجی، در سه حالت $K_c = 0.99$ (توپر)، $K_c = 0.5$ (خط‌چین)، $K_c = 0.0$(نقطه‌چین)؛ با فرض: a) $\Delta_R = \Delta_L = 0.0\gamma$ و b) $\Delta_R = \Delta_L = 2.0\gamma$ بقیه‌ی کمیات همانند شکل (۳ـ۲ـ۱)..... ۱۰۲

(۳ـ۲ـ۶): منحنی آنتروپیِ حالت پایا، برحسب نسبت فرکانس‌های رابی، در حالت‌های: (a,d $K_c = 0$ و (b,e $K_c = 0.5$ و (c,f $K_c = 0.99$. به ازای فازهای نسبی: $\varphi = 0$(توپر)، $\varphi = \pi/6$(خط‌چین)، $\varphi = 4\pi/3$ (نقطه‌چین)، با فرض: $\Delta_R = \Delta_L = 0.0\gamma$ (ستون چپ) و $\Delta_R = \Delta_L = 2.0\gamma$ (ستون راست) با فرض $\Omega = \Omega_R/\Omega_L$ ، $\gamma = \gamma_{31} = 1, \gamma_{21} = 1.0\gamma, \Omega_L = 0.1\gamma, \delta = 0.0\gamma$ ۱۰۳

(۳ـ۲ـ۷): منحنی جمعیت حالت پایای ترازهای اتمی، برحسب نسبت فرکانس‌های رابی به ازای فازهای نسبی: $\varphi = 0$ (ستون چپ)، و فاز نسبی میدان‌های خارجی (ستون راست) در حالت: $K_c = 0.99$. و با فرض $\Delta = \Delta_R = \Delta_L$، و برای $\Delta = 0.0\gamma$ (توپر)، $\Delta = 2.0\gamma$ (خط‌چین)، $\Delta = 4.0\gamma$ (نقطه‌چین)، $\Delta = 6.0\gamma$ (نقطه ـ خط)؛ بقیه‌ی کمیات همانند شکل (۳ـ۲ـ۱)..... ۱۰۵

(۳ـ۲ـ۸): منحنی آنتروپی (درهمتنیدگی اتم ـ میدان) حالت پایا، برحسب: a) نسبت دو فرکانس رابی $\Omega = \Omega_R/\Omega_L$ و فاز نسبی میدان‌های خارجی $\varphi = 0$، b) فاز نسبی میدان‌های خارجی؛ در حالت $K_c = 0.99$ و با فرض $\Delta = \Delta_R = \Delta_L$، و برای $\Delta = 0.0\gamma$ (توپر)، $\Delta = 2.0\gamma$ (خط‌چین)، $\Delta = 4.0\gamma$ (نقطه‌چین)، $\Delta = 6.0\gamma$ (نقطه ـ خط)؛ بقیه‌ی کمیات همانند شکل (۳ـ۳ـ۱)..... ۱۰۷

(۳ـ۲ـ۹): منحنی سه بعدی آنتروپی (درهمتنیدگی اتم ـ میدان) حالت پایا، برحسب: نسبت دو فرکانس رابی $\Omega = \Omega_R/\Omega_L$ و فاز نسبی میدان‌های خارجی φ، فاز نسبی میدان‌های خارجی؛ در حالت $K_c = 0.99$، و با فرض $\Delta = \Delta_R = \Delta_L = 0$، بقیه‌ی کمیات همانند شکل (۳ـ۳ـ۱)..... ۱۰۷

(۳ـ۳ـ۱): منحنی تحول زمانی آنتروپی و جمعیتِ ترازهای اتمی، در حالتِ خاصِ $K_c = 1.0$ و به ازای فازهای نسبی: $\varphi = \pi$ و $\gamma = \gamma_{31} = 1, \gamma_{21} = 1.0\gamma, \Omega_R = \Omega_L = 0.1\gamma, \Delta_R = \Delta_L = 0.0, \delta = 0.0\gamma$ ۱۰۸

(۳ـ۳ـ۲): منحنی تحول زمانی آنتروپی و جمعیتِ ترازهای اتمی در پایه‌های حالت شمول، در حالتِ خاصِ $K_c = 1.0$ و به ازای فازهای نسبی: $\varphi = \pi$ و $\gamma = \gamma_{31} = 1, \gamma_{21} = 1.0\gamma, \Omega_R = \Omega_L = 0.1\gamma, \gamma$ $\Delta_R = \Delta_L = 0.0, \delta = 0.0$ ۱۰۹

(۳ـ۴ـ۱): نمایشی از یک منبعِ S، که دو qubit در یک حالت درهمتنیده را تولید می‌کند ۱۱۲

(۳ـ۴ـ۲): کره‌ی بلاخ نمایش‌گر qubit. حالت‌های qubit مطابق با نقاط بر روی سطح کره به این صورت که $|0\rangle$ در قطب جنوب و $|1\rangle$ در قطب شمال هستند و حالت‌های برهم‌نهی سایر نقاط کره می‌باشند ۱۱۶

(۳ـ۴ـ۳): نمایش qubit با دو تراز الکترونیکی در یک اتم ۱۱۷

(۳ـ۴ـ۴): تصویری از گیتِ Hadamard بر روی یک کره‌ی بلاخ، که بر روی حالت ورودی $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ عمل می‌کند..... ۱۲۳

(۳ـ۴ـ۵): نمائی از گیت‌های منطقیِ تک‌بیتی (سمت چپ) و تک‌qubitی (سمت راست)..... ۱۲۳

مقدمه

تکامل علم فیزیک با گسترش مفاهیم مکانیک کوانتومی و تغییر و اصلاح برخی روابط و فرمول‌بندی‌های کلاسیکی صورت گرفته است و نظریه‌ای است که به قوانین فیزیک در مقیاس‌های خیلی کوچک می‌پردازد. بنیان‌های اصلی این نظریه بین سال‌های ۱۹۰۰ و ۱۹۳۰ میلادی نهاده شده که مرهون تلاش پیش‌گامانی هم چون **پلانک**[۱]، **دیراک**[۲]، **شرودینگر**[۳]، **هایزنبرگ**[۴]، **بوهر**[۵] و **اینشتین**[۶] است به طوری که در میان تمام تلاش-گران این عرصه، سهم عمده‌ای در ارائه و توسعه‌ی مفاهیم مکانیک کوانتومی بر عهده داشته‌اند.

از جمله پدیده‌های فیزیکی که توصیف‌های مرسوم کلاسیکی، در بیان واقعیت آنها، نارسائی داشت تابش جسم سیاه، اثر فوتوالکتریک، پایداری اتم‌ها و ... بود که با در نظر گرفتن کوانتوم‌های انرژی، این پدیده‌ها با تقریب‌های خوبی با آن چه در واقعیت و تجربه مشاهده می‌شدند، توصیف شدند[۶و۷].

با ورود مفاهیم جدیدی همچون عدم قطعیت، کوانتومی بودن برخی کمیات، تداخل‌های کوانتومی، دوگانگی موج ـ ذره، روابط و فرمول‌بندی‌های کلاسیکی، جای خود را به روابط کوانتومی دادند. از جمله نقطه‌ی قوت مفاهیم کوانتومی توصیف سیستم‌های فیزیکی در مقیاس‌های اتمی و زیراتمی است؛ که بخش مهم آن شاخه‌ای از فیزیک به نام اپتیک کوانتومی است که در آن رفتار نور و ماده را به صورت ریاضی در سطح زیراتمی بررسی نموده و به پدیده‌هائی که فیزیک کلاسیک قادر به توصیف آنها نیست می‌پردازد؛ از قبیل وجود پایداری در اتم‌ها، چگونگی جذب و گسیل انرژی با طول موج خاص در اتم‌ها و برهم‌کنش و همبستگی بین اتم و فوتون[۸].

در این میان مفاهیم و روابط ترمودینامیکی اهمیت خاصی دارند و با تلفیق مفاهیم کوانتومی ـ ترمودینامیکی ـ آماری می‌توان سیستم‌های بس ذره و پیچیده‌تر را توصیف نمود.

---

۱ Plank
۲ Dirak
۳ Schrodinger
۴ Heisenberg
۵ Bohr
۶ Einstein

از جمله‌ی این مفاهیم، " **آنتروپی کوانتومی**[۱] " و " **درهمتنیدگی کوانتومی**[۲] " است که امروزه با به وجود آمدن نظریه‌ی اطلاعات کوانتومی کاربرد وسیعی در انتقال اطلاعات داشته‌اند؛ و زمینه‌ی ایجاد فناوری‌هائی از جمله رایانه‌های کوانتومی، رمزنگاری کوانتومی، ترابرد کوانتومی بوده‌اند که روزبه‌روز در حال گسترش بوده و پژوهش‌گران زیادی را به خود جلب نموده‌اند و سالانه مقاله‌های قابل توجهی در مجلات علمی معتبر، به چاپ می‌رسانند[۱۰و۹].

درهمتنیدگی یکی از مفاهیم نو در مکانیک کوانتومی است که اولین بار توسط اینشتین[۳] ـ پودولسکی[۴] ـ روزن[۵] معرفی شد و شرودینگر برای اولین بار واژه‌ی "درهمتنیدگی" را در مقاله‌ای ارائه نمود که بر طبق آن ذراتی که در فواصل دور از همِ اختیاری قرار دارند، می‌توانند آناً روی هم تأثیر بگذارند. در چنین حالتی ذراتی از قبیل اتم-ها، فوتون‌ها، الکترون‌ها، بیت‌های کوانتومی[۶] و...، حتی اگر جدا از هم باشند، می‌توانند ویژگی‌های مرتبط به هم داشته باشند؛ اگر حالت یکی از ذرات درهمتنیده تغییر کند حالت ذرات دیگر هم آناً تغییر می‌کند. چنین همبستگی، با فیزیک کلاسیک قابل توصیف نبوده و نیازمند به کاربردن مفاهیم کوانتومی است که در بخش‌های آتی، درهمتنیدگی اتم ـ فوتون را بیشتر توضیح خواهیم داد.

اینشتین یک عبارت مشهوری درباره‌ی درهمتنیدگی دارد:

« Spooky action at a distance »: « عمل شَبَح‌گونه (مرموز) در یک فاصله»[۱۱].

همان طور که در بخش‌های بعد خواهیم گفت، ثابت شده است در مجموعه‌های درهمتنیده، تغییر در آنتروپی جزئی (آنتروپی هر زیرمجموعه) می‌تواند معیاری برای سنجش درجه‌ی درهمتنیدگی بین زیرمجموعه‌ها (زیرسیستم‌ها) باشد.

درهمتنیدگی می‌تواند بین اتم ـ اتم، فوتون ـ فوتون و اتم ـ فوتون ایجاد شود، در این پایان‌نامه ما برآنیم رفتار دینامیکیِ درهمتنیدگی بین اتم و میدان گسیل خودبخودی آن را در یک سیستم سه ترازی نوع V، با استفاده از

---

۱ Quantum Entropy
۲ Quantum Entanglement
۳ Einstein
۴ Podolsky
۵ Rosen
۶ Quantum bit

آنتروپی کاهش یافته‌ی اتمی، بررسی کنیم. سیستم کوانتومی با دو میدان لیزری کلاسیکی همدوس، برهم‌کنش می‌کند.

اتم سه ترازی نوع V، با یک تراز پایه و دو تراز برانگیخته‌ی نزدیک به هم را در نظر می‌گیریم. به دلیل نزدیک بودن دو تراز برانگیخته، با یک مد مشترک خلأ برهم‌کنش کرده و با انجام گسیل خودبخودی، فروافت می‌کنند به طوری که دو مسیر فروافت از حالت برانگیخته‌ی دوگانه، به حالت پایه از هم مستقل نیستند. به واسطه‌ی این برهم‌کنش، یک نوع تداخل کوانتومی میان دو مسیر گسیل خودبخودی به وجود می‌آید که این تداخل، منشأ پیدایش اثر «همدوسی القا شده‌ی خودبخودی[۱]» (SGC) است. اثر SGC نقش اصلی در ایجاد رفتار وابسته به فازِ یک سیستم دارد.

از جمله کارهائی که در زمینه‌ی بررسی این وابستگی انجام گرفته عبارتند از: بررسی وابستگی فازی انتشار نور[۲] [۱۲]، بهره و جذب باریکه‌ی کاوشگر[۳][۱۴و۱۳]، هم چنین در پدیده‌های شفافیت الکترومغناطیسی القائی[۴] [۱۶و۱۵] و خواص طیف‌های گسیلی اتمی در حالت تشدید[۵] [۱۷] و ... . که در ادامه و در این کار ما به بررسی وابستگی فازی درهمتنیدگی بین اتم سه ترازی نوع V و میدان گسیل خودبخودی آن از طریق آنتروپی کاهش یافته‌ی اتمی، در غیاب و حضور تداخل کوانتومی میان دو گسیل خودبخودی می‌پردازیم.

نتایج نشان می‌دهند که در غیاب تداخل کوانتومی، اتم و میدان گسیل خودبخودی آن برای مقادیر مختلفی از فاز نسبیِ میدان‌های اعمالی، در حالت پایا درهمتنیده‌اند اما در حضور تداخل کوانتومی، رفتار زمانی و حالت پایای درهمتنیدگی به فاز نسبی میدان‌های اعمالی وابسته است همچنین دریافتیم که برای مقدار خاصی از فاز نسبی و نسبت فرکانس رابی، درهمتنیدگی بین اتم و گسیل خودبخودی‌اش، به صفر می‌رسد.

این مجموعه در سه فصل شامل بحث‌های زیر تنظیم شده است: در فصل اوّل به نظریه برهم‌کنش نور با ماده از دید نیمه کلاسیک ـ در این مجموعه از آن استفاده خواهیم نمود ـ می‌پردازیم که در آن اتم‌ها را به صورت مدل کوانتومی و میدان لیزری را به صورت کلاسیکی و به شکل امواج الکترومغناطیسی در نظر می‌گیریم. در فصل دوّم

---

[۱] Spontaneously generated coherence
[۲] Phase dependency of light propagation
[۳] Gain and absorption of probe beam
[۴] Electromagnetic Iinduced Ttransparency
[۵] Atomic spectra feature in resonance

به بررسی مختصر مباحث مکانیک کوانتومی‌ای که با این نوشته مرتبط هستند، می‌پردازیم؛ در این فصل مباحث را به صورت کلی و کیفی ارائه کرده و علاقه‌مندان برای مطالعه‌ی بیشتر را به منابع موجود راهنمائی خواهیم نمود. در نهایت در فصل سوّم سیستم درهمتنیده‌ی اتم و میدانِ گسیل خودبخودی آن را در نظر گرفته و به توصیف کمی و کیفی آن سیستم، با رسم منحنی‌های مربوط به آنتروپی، می‌پردازیم و با معرفی کاربردهای درهمتنیدگی در محاسبات کوانتومی و qubitها، این مجموعه را به پایان می‌رسانیم.

فصل ۱

بررسی برهم‌کنش نور با ماده

یکی از مباحث مهم و پرکاربرد در فیزیک که از دیرباز توجه دانشمندان فیزیک را به خود جلب نموده، بررسی برهم‌کنش نور با ماده است. این امر بعد از تکامل مکانیک کوانتومی و تولید نورهای لیزر با ویژگی خاصی همچون همدوسی بالا، وارد عرصه‌ی نوی شده و رفتارهای متنوعی که سیستم‌های اتمی در حضور میدان‌های لیزری نشان می‌دهند، بر اهمیت آن افزوده و کاربردهایی مخصوصاً در زمینه‌ی تبادل اطلاعات کوانتومی پیدا کرده است.

در این فصل برهم‌کنش نور با ماده را از دید نیمه کلاسیکی و کوانتومی بررسی می‌کنیم؛ اگرچه بیشتر، دید اوّل مورد توجه ما می‌باشد و در بخش‌های بعدی نیز از آن استفاده خواهیم نمود، ولی دید دوّم را برای آشنایی بهتر با برخی مفاهیم کوانتومی که در بین مباحث مختلف وجود دارند، مطرح می‌کنیم.

۱ ـ ۱ برهم‌کنش نور با ماده و به دست آوردن هامیلتونی برهم‌کنش

هامیلتونی یک الکترون مقید در یک اتم، در غیاب میدان‌های خارجی، به صورت زیر است:

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2m}\hat{\vec{P}}^2 + V(r) \qquad (۱\text{ـ}۱\text{ـ}۱)$$

در آن $V(r)$ برهم‌کنش کولنی است که الکترون را به هسته متصل می‌کند؛ و هم چنین داریم: $\hat{r} = \left|\hat{\vec{r}}\right|$.

هم چنان که می‌دانیم در فضای موقعیت عملگر مکان به صورت $\hat{\vec{r}}\left|\vec{r}\right\rangle = \vec{r}\left|\vec{r}\right\rangle$، عملگر تکانه به صورت $\hat{\vec{P}} = -i\hat{\vec{\nabla}}$ و تابع موج به صورت $\psi(\vec{r}) = \left\langle \vec{r}\,\middle|\,\psi\right\rangle$، در نمادگذاری دیراک نمایش داده می‌شوند.

حال فرض می‌کنیم ویژه‌حالت‌های انرژی $|k\rangle$، مربوط به هامیلتونی $\hat{H}_0$، در معادله‌ی مستقل از زمان شرودینگر صدق می‌کند:

$$\hat{H}_0\psi_k^{(0)}(\vec{r}) = E_k\psi_k^{(0)}(\vec{r}) \qquad (۲\text{-}۱\text{-}۱)$$

در حضور میدان‌های خارجی، هامیلتونی به شکل زیر تغییر می‌کند:

$$\hat{H}(\vec{r},t) = \frac{1}{2m}[\hat{\vec{P}} + e\vec{A}(\vec{r},t)]^2 - e\Phi(\vec{r},t) + V(r) \qquad (۳\text{-}۱\text{-}۱)$$

که در آن $\vec{A}(\vec{r},t)$ و $\Phi(\vec{r},t)$ به ترتیب پتانسیل‌های برداری[۱] و نرده‌ای[۲] میدان خارجی، و e - بار الکترون، هستند (بنابراین در این جا $e > 0$)؛ خودِ میدان‌های خارجی به صورت زیراند:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = -\vec{\nabla}\Phi(\vec{r},t) - \frac{\partial}{\partial t}\vec{A}(\vec{r},t), \vec{B}(\vec{r},t) = \vec{\nabla}\times\vec{A}(\vec{r},t) \qquad (۴\text{-}۱\text{-}۱)$$

به طوری که این دو میدان، تحت تبدیل‌های پیمانه‌ای[۳] زیر، ناوردا[۴] هستند:

$$\Phi'(\vec{r},t) = \Phi(\vec{r},t) - \frac{\partial}{\partial t}\chi(\vec{r},t), \vec{A}'(\vec{r},t) = \vec{A}(\vec{r},t) + \vec{\nabla}\chi(\vec{r},t) \qquad (۵\text{-}۱\text{-}۱)$$

از طرفی معادله‌ی وابسته به زمان شرودینگر برابر است با:

$$\hat{H}(\vec{r},t)\Psi(\vec{r},t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec{r},t) \qquad (۶\text{-}۱\text{-}۱)$$

در این جا برای ساده سازیِ شکلِ برهم‌کنش نور با ماده، عملگر یکانی[۵] U را چنین در نظر می‌گیریم:

$$\Psi'(\vec{r},t) \equiv \hat{U}\Psi(\vec{r},t) \qquad (۷\text{-}۱\text{-}۱)$$

بنابراین معادله‌ی وابسته به زمان شرودینگر با تابع موج جدید به شکل زیر تغییر می‌کند:

$$\hat{H}'(\vec{r},t)\Psi'(\vec{r},t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi'(\vec{r},t) \qquad (۸\text{-}۱\text{-}۱)$$

---

۱ Vector potential
۲ Scaler potential
۳ Gage transformation
۴ Invariant
۵ Unitary operator