۱۳۰۷
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد مهندسی برق–کنترل

استفاده از بردار جهت صفر در طراحی سیستم‌های کنترل چندمتغیره غیرمی‌نیمم فاز به روش QFT

توسط:

مریم حنطه‌زاده

استاد راهنما:

دکتر علی خاکی صدیق

تابستان ۱۳۹۰

بسم الله الرحمن الرحیم

تأییدیّه هیات داوران

(برای پایان نامه)

اعضای هیئت داوران، نسخه نهائی پایان نامه خانم: مریم حنطه زاده

را با عنوان: استفاده از بردار جهت صفر در طراحی سیستم‌های کنترل چندمتغیره غیرمی‌نیمم فاز به روش QFT

از نظر فرم و محتوی بررسی نموده و پذیرش آن را برای تکمیل درجه کارشناسی ارشد تأیید می‌کند.

اعضای هیئت داوران	نام و نام خانوادگی	رتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنما	علی خاکی صدیق	استاد	
۲- استاد مشاور			
۳- استاد ممتحن	حمید رضا مومنی	دانشیار	
۴- استاد ممتحن	حمیر رضا تقی راد	دانشیار	
۵- نماینده تحصیلات تکمیلی			

تقدیم به پدر و مادر عزیزم

چکیده

استفاده از فیدبک در کنترل سیستم‌ها مزایای فراوانی از جمله کاهش اثر نامعینی و رفتار غیرخطی دارد. نظریه‌ی فیدبک کمّی (QFT)، مسئله‌ی طراحی حلقه بسته‌ی یک سیستم نامعین را بر اساس میزان نامعینی سیستم و عملکرد مطلوب مورد انتظار به صورت کمّی فرموله می‌کند و یک روند منظم طراحی و مصالحه را پیشنهاد می‌دهد. گرچه روش طراحی QFT برای سیستم‌های چندورودی-چند خروجی نیز توسعه یافته است اما به دلیل برخی انتقادات و مثال‌های ناموفق طراحی، در مقایسه با سایر روش‌های کنترل مقاوم چندمتغیره کمتر مورد توجه قرار گرفته است. در این پایان نامه با بررسی دقیق روش‌های طراحی چندمتغیره QFT، نشان داده شده است که روند طراحی متداول نمی‌تواند تضمین کننده‌ی پایداری سیستم حلقه بسته باشد. سپس با اصلاح کران‌های طراحی راه حلی برای رفع آن ارائه شده است. در بخش دیگر پایان‌نامه به بررسی محدودیت‌های عملکرد قابل دستیابی توسط فیدبک در حضور صفر سمت راست محور موهومی پرداخته شده است. سپس مفهوم جهت صفر در سیستم‌های چندمتغیره به عنوان معیاری در انتقال محدودیت غیرمی‌نیمم فازی بررسی شده و از آن برای تعیین محدوده‌ی مطلوب پاسخ توابع تبدیل در نظریه‌ی فیدبک کمّی و انتخاب ترتیب طراحی حلقه‌ها، استفاده شده است. با یک مثال طراحی نشان داده شده است که با استفاده از این روند، محافظه‌کاری طراحی سیستم‌های غیر می-نیمم فاز چندمتغیره کاهش یافته و پاسخ ردیابی مطلوب‌تری به دست خواهد آمد.

کلید واژه: روش QFT، سیستم چندمتغیره غیر می‌نیمم فاز، جهت خروجی صفر.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فهرست شکل‌ها ..... ج

فصل ۱- مقدمه ۱

۱-۱- پیشگفتار ۱

فصل ۲- مروری بر روش‌های طراحی بر پایه QFT ۷

۲-۱- مقدمه ۷

۲-۲- مبنای انتخاب عناصر طراحی در روش QFT ۷

۲-۳- طراحی حلقه‌های MISO ۱۰

۲-۳-۱- طراحی برای سیستم‌های ناپایدار ۱۲

۲-۳-۲- طراحی برای سیستم‌های غیرمی‌نیمم فاز ۱۳

۲-۴- طراحی سیستم‌های چندمتغیره به کمک QFT ۱۴

۲-۴-۱- روش غیر ترتیبی و نظریه‌ی نقطه ثابت شاودر ۱۷

۲-۴-۲- روش ترتیبی ۲۳

۲-۵- طراحی جبران‌ساز غیر قطری در روش QFT ۲۶

۲-۶- طراحی QFT بر مبنای کاهش خطای ردیابی مدل مرجع ۳۲

فصل ۳- بررسی پایداری روشهای طراحی QFT ۳۷

۳-۱- مقدمه ۳۷

۳-۲- بررسی شرایط پایداری مقاوم برای طراحی SISO ۳۸

۳-۳- بررسی پایداری برای روش طراحی غیر ترتیبی MIMO ۴۳

۳-۴- بررسی پایداری برای روش طراحی ترتیبی MIMO ۵۰

۳-۵- بررسی رابطه میان پایداری سیستم اصلی و حلقه‌های معادل ۵۴

۳-۵-۱- تعریف مسئله ۵۴

۳-۵-۲- پیشنهاد برای تضمین پایداری در روند طراحی ۵۹

۳-۶- نتیجه‌گیری ۶۰

فصل ۴- تحلیل سیستم‌های غیرمی‌نیمم فاز ۶۱

۴-۱- سیستم‌های غیرمی‌نیمم فاز SISO ۶۱

۴-۲- سیستم‌های غیرمی‌نیمم فاز MIMO ۶۴
۴-۲-۱- مفهوم جهت‌های صفر با استفاده از SVD ۶۷
۴-۲-۲- کران پاسخ‌های سیستم غیرمی‌نیمم فاز MIMO در حوزه‌ی زمان ۶۸
۴-۲-۳- انتقال اثر صفر انتقال ۷۰
۴-۳- اقسام صفر انتقال RHP ۷۴
۴-۴- بررسی اثر صفر RHP در حلقه‌های معادل QFT ۷۵
۴-۵- نتیجه‌گیری ۷۹

فصل ۵- استفاده از مفهوم جهت صفر در طراحی به روش QFT ۸۰

۵-۱- مقدمه ۸۰
۵-۲- بهبود طراحی سیستم‌های غیرمی‌نیمم به روش غیر ترتیبی MIMO QFT ۸۰
۵-۳- بهبود طراحی سیستم‌های غیرمی‌نیمم به روش ترتیبی MIMO QFT ۸۴
۵-۴- پیشنهاد برای بهبود طراحی سیستم‌های غیرمی‌نیمم فاز به روش ترتیبی QFT ۸۸
۵-۵- مثال طراحی ۹۰
۵-۶- نتیجه‌گیری ۹۷

فصل ۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادها ۹۸

فهرست مراجع ۱۰۰

فهرست شکل‌ها

عنوان **صفحه**

شکل ۲-۱:.ساختار یک درجه آزادی ۸
شکل ۲-۲:ساختار دو درجه آزادی ۸
شکل ۲-۳:ساختار فیدبک برای سیستم ۲×۲ با جبران‌ساز قطری ۱۴
شکل ۲-۴:حلقه‌های MISO معادل برای سیستم ۲×۲ ..... ۱۶
شکل ۳-۱: مفهوم گذر و علامت آن در صفحه‌ی مختلط و چارت نیکولز ۳۹
شکل ۳-۲: ساختار فیدبک سیستم ۲×۲ با طراحی قطری. ۵۴
شکل ۳-۳: حلقه‌ی معادل t_{11} ۵۵
شکل ۳-۴:برآورده شدن کران‌های پایداری مقاوم برای مثال ۳-۴ ..... ۵۷
شکل ۴-۱: مفهوم هندسی SVD [۳۹] ۶۸
شکل ۴-۲: مفاهیم زمان نشست t_{s1}، سطح نشست ε، زمان خیز t_{r1}، بالازدگی y_1^o، پایین‌زدگی y_1^u و تداخل $\hat{y}_{21}$ در خروجی‌های سیستم ۲×۲ به ورودی مرجع پله‌ی $\hat{r}$ در r_1 [۴۰] ۶۹
شکل ۴-۳: پاسخ طراحی اول به ورودی $u = [1 \quad -1]^T$ ۷۲
شکل ۴-۴: پاسخ طراحی دوم به ورودی $u = [1 \quad -1]^T$ ۷۳
شکل ۴-۵: پاسخ طراحی سوم به ورودی $u = [1 \quad -1]^T$ ۷۳
شکل ۵-۱:ساختار سیستم اصلاح شده در [۴۱] ۸۴
شکل ۵-۲: شمایی از سیستم چهار مخزن [۳۲] ۹۱
شکل ۵-۳: نگاره‌های نامعینی p_{11} و p_{22} ۹۴
شکل ۵-۴: نگاره‌های نامعینی q_{11} و q_{22} ۹۴
شکل ۵-۵: پاسخ پله‌ی توابع تبدیل حلقه بسته ۹۵
شکل ۵-۶: پاسخ پله‌ی خروجی‌های سیستم حلقه بسته ۹۵
شکل ۵-۷: پاسخ پله‌ی توابع تبدیل سیستم حلقه بسته در صورت طراحی خروجی دوم به عنوان حلقه‌ی اول ۹۶
شکل ۵-۸: پاسخ خروجی‌ها به ورودی پله در صورت طراحی خروجی دوم به عنوان حلقه‌ی اول ۹۷

مقدمه

۱-۱- پیشگفتار

یکی از مسائل مهم در کنترل سیستم‌ها، نامعینی مدل ریاضی و شرایط کار سیستم است. مدل‌های ریاضی خطی معمولا به کمک روش‌های شناسایی و یا خطی‌سازی روابط ریاضی در نقاط مختلف کاری بدست می‌آیند. بنابراین علاوه بر نامعینی ناشی از خطاهای ساخت و اندازه‌گیری، تخمین خطی سیستم واقعی نیز موجب می‌شود نمایش سیستم با تنها یک مدل خطی کاملا معین، بسیار ایده‌آل‌گرایانه باشد. پس از در نظر گرفتن نامعینی در مدل سیستم و ساختار کنترلی، لازم است در روش طراحی سیستم کنترل نیز تمهیداتی برای لحاظ نمودن نامعینی‌ها و دستیابی به پاسخ مطلوب و بهینه در حضور آن‌ها اندیشیده شود. این روش‌های طراحی که اصطلاحا روش‌های طراحی مقاوم نامیده می‌شوند، در طراحی سیستم‌های عملی پیچیده (همچون کنترل سیستم پرواز) بسیار مورد توجه قرار دارند. نظریه H_∞، سنتز μ[1] و نظریه‌ی فیدبک کمّی (QFT[2]) از جمله مهم‌ترین روش‌های کنترل مقاوم هستند.

روش طراحی H_∞ برای اولین بار توسط زیمس[3] در اوایل دهه‌ی ۶۰ با بیان نظریه‌ی سیگنال کوچک[4] مطرح شد. در این روش، با در نظر گرفتن یک کران بالا برای نامعینی سیستم در حوزه‌ی فرکانس، کنترل‌کننده‌ای طراحی می‌شود که سیستم نامعین را پایدار نموده و به ازای بدترین حالت نامعینی نیز دستیابی به یک پاسخ بهینه را ممکن سازد. در این روش لازم است که نامعینی سیستم به صورت غیر ساختاریافته مدل شود. روش طراحی سنتز μ که اولین بار توسط دویل[5] دراوایل دهه‌ی ۸۰ مطرح شد، از نظریه‌ی مقادیر تکین مختلط سود می‌جوید و حالت خاصی از نظریه‌ی H_∞ است که برای انحرافات و نامعینی‌های ساختار یافته گسترش یافته است و به همین دلیل نسبت به روش H_∞ دارای محافظه‌کاری کمتری است. از مزایای مهم این دو روش که منجر به رویکرد تحقیقاتی فراوان به آن‌ها شده است، چهارچوب محکم ریاضی و تحلیلی بالا به دلیل اکتفا به نامعینی غیر ساختار یافته و صرف‌نظر از اطلاعات فاز نامعینی است. در واقع محدود کردن ساختار و نُرم نامعینی باعث شده است نتایج ریاضی محکم با قابلیت اطمینان بالا بدست آید.

---

[1] μ Synthesis
[2] Quantitative Feedback Theory
[3] Zames
[4] Small signal theorem
[5] Doyle

یکی دیگر از روش‌های کنترل مقاوم که در این پایان‌نامه مورد بررسی و استفاده قرار گرفته است، نظریه‌ی فیدبک کمّی است. ایده‌ی این روش در سال ۱۹۵۹ توسط هورویتز[1] ارائه شده است و در آن بر استفاده از فیدبک برای دستیابی به پاسخ مطلوب در حضور نامعینی‌های سیستم و سیگنال‌های اغتشاشی به سیستم تأکید شده است. از مهم‌ترین ویژگی روش QFT، امکان طراحی برای نامعینی‌های ساختار یافته و غیر ساختار یافته، لحاظ نمودن اطلاعات فاز نامعینی و ارائه‌ی یک الگوریتم ساده و سیستماتیک برای دسته وسیعی از سیستم‌های نامعین است. همچنین QFT از ساختار دو درجه آزادی استفاده می‌کند که امکان دستیابی به مانور بالاتر طراحی را فراهم می‌کند [۱]. بر این روش ایراداتی از جمله عدم پشتوانه‌ی محکم ریاضی و عدم بهینگی طراحی وارد شده است. هورویتز در [۲] نشان داده است که شکل‌دهی بهره حلقه باز بر روی کران‌های بدست آمده از کمّی سازی مسئله، بهینگی طراحی سیستم SISO[2] (حلقه‌های MISO[3]) را تضمین می‌کند.

اساس QFT بر طراحی سیستم‌های خطی تغییرناپذیر با زمان در ساختار حلقه‌های MISO قرار دارد و مسئله‌ی طراحی دیگر سیستم‌ها (غیر خطی و چندمتغیره) به نحوی به مسئله‌ی طراحی حلقه‌های MISO معادل تبدیل می‌شود. در طراحی سیستم‌های حلقه بسته‌ی چندمتغیره‌ی نامعین نیز سیستم MIMO[4] با n ورودی و n خروجی به n^2 حلقه‌ی MISO معادل تبدیل می‌شود. هر یک از این حلقه‌های معادل، رفتار یکی از n^2 تابع تبدیل ماتریس سیستم حلقه بسته را مدل می‌کند. بر این اساس پاسخ مطلوب نه بر روی رفتار خروجی‌ها، بلکه بر روی نسبت کنترلی هر خروجی و ورودی تعریف می‌شود و با توجه به محدوده‌ی پاسخ مطلوب مشخص شده برای هر عنصر تابع تبدیل، عناصر جبران‌ساز و پیش‌فیلتر مرتبط با حلقه‌ی MISO متناظر آن طراحی می‌شود. این طراحی مرحله به مرحله‌ی عناصر جبران‌ساز و پیش فیلتر بر اساس رفتار مطلوب هر یک از توابع تبدیل، موجب می‌شود مصالحه‌ی میان اهداف طراحی شفافیت بیشتری داشته باشد و بینش بهتری نسبت به اندرکنش میان اجزای مختلف سیستم چندمتغیره بدست آید. این در حالی است که در روش‌های بر پایه‌ی مقادیر تکین ماتریس، ویژگی‌های ساختاری سیستم بر اساس توابع اسکالر فرکانسی بیان می‌شوند و اطلاعات فاز سیستم در تعیین این مقادیر ویژه گم می‌شود. در استفاده از این توابع (مقادیر تکین ماتریس تابع تبدیل در فرکانس‌های گوناگون)، ارتباط میان نامعینی و پاسخ زمانی n^2 تابع تبدیل سیستم n ورودی- n خروجی غیر مستقیم است.

[1] Horowitz
[2] Single Input-Single Output
[3] Multi Input-Single Output
[4] Multi Input-Multi Output

هورویتز برای این‌که نشان دهد پاسخ طراحی این حلقه‌های معادل، پاسخ مسئله‌ی طراحی سیستم MIMO اصلی است، از نظریه‌ی نقطه ثابت شاودر[1] استفاده کرده است [۳]. در این روش طراحی – که به طراحی غیر ترتیبی معروف است – طراحی حلقه‌ها مستقل از یکدیگر انجام می‌شود و می‌نیمم‌فاز بودن سیستم چندمتغیره و غلبه‌ی قطری فرکانس بالا شرط‌های لازم سیستم نامعین به شمار می‌آیند. در روش دوم طراحی QFT برای سیستم‌های MIMO که به روش ترتیبی معروف است، نتایج طراحی حلقه‌های پیشین در محاسبات حلقه‌های معادل بعدی استفاده می‌شود [۴]. در این روش علاوه بر کاهش محافظه-کاری از نظریه‌ی نقطه ثابت نیز استفاده نمی‌کند و در نتیجه نیازی به شرایط محدودکننده‌ی روش غیر ترتیبی نیز ندارد. همچنین در روش ترتیبی پایداری سیستم چندمتغیره‌ی حلقه بسته با فرض بسته بودن تمامی حلقه‌ها، با طراحی پایدار آخرین حلقه‌ی معادل تضمین می‌شود.

با وجود مثال‌های گوناگون و موفق طراحی [۵]، روش‌های طراحی چندمتغیره‌ی QFT به دلیل عدم پشتوانه‌ی قوی ریاضی مورد انتقاد جدی قرار دارند. گرچه در [۶] به برخی از این انتقادات پاسخ داده شده است، اما پایداری و بهینگی طراحی‌های چندمتغیره همچنان مورد تردید جدی قرار دارد و همین مسئله موجب توجه تحقیقاتی کمتر شده است. البته MIMO QFT از همان ابتدا هیچ ادعایی در زمینه‌ی بهینگی پاسخ نداشته است، بلکه بیشتر بر ارائه‌ی یک روش ساده و شفاف برای مدیریت پیچیدگی ناشی از نامعینی و اندرکنش سیستم‌های چندمتغیره تأکید داشته است. مسئله‌ی پایداری مقاوم سیستم‌های چندمتغیره‌ی طراحی شده به روش QFT، در کارهای گوناگونی مورد بررسی قرار گرفته است. در [۷] و [۸] نشان داده شده است که شرایط و روند طراحی غیر ترتیبی ارائه شده توسط هورویتز، همواره نمی-تواند تضمین کننده‌ی پایداری سیستم چندمتغیره باشد و برای رفع این مشکل شرط جدیدی اضافه شده است که در حین طراحی باید برآورده شود. با وجود صحت نتایج اولیه‌ی بدست آمده در [۷] و [۸] مبنی بر امکان ناپایداری طراحی، شرایط اضافی پیشنهاد شده بر اساس فرض‌های نادرستی بدست آمده‌اند و نمی‌توانند مسئله‌ی ناپایداری را حل کنند. در [۹] و [۱۰] نیز شرایط لازم و کافی برای تضمین پایداری مقاوم روش غیر ترتیبی QFT بدست آمده است. اما بررسی بیشتر این نتایج و مثال‌های ارائه شده نشان می‌دهد که به دلیل در نظر نگرفتن برخی مفاهیم سیستم‌های چندمتغیره – همچون جهت‌های صفر و قطب- مثال‌های ارائه شده به دلیل حذف صفر و قطب سمت راست محور نمی‌توانند مورد استناد قرار گیرند. در واقع به دلیل رویکردهای بر پایه‌ی نُرم و روابط ماتریسی مورد استفاده، مفهوم صحیح و کاملی از ناپایداری و محافظه‌کاری موجود در روش QFT منتقل نمی‌شود. این در حالی است که در روش‌های QFT ترتیبی و غیر ترتیبی، از طراحی حلقه به حلقه -و نه بهینه سازی نُرم‌های ماتریسی- استفاده می-

[1] Schauder fixed point theory

شود و به همین دلیل لازم است که مسئله‌ی پایداری بر اساس تناظر میان پایداری حلقه‌های MISO معادل و حلقه‌های بسته شده در سیستم چندمتغیره‌ی اصلی بررسی شود. در این پایان‌نامه، ابتدا پایداری MIMO QFT بر اساس استدلال‌های هورویتز به طور دقیق بررسی شده و اشکالات وارد بر مراحل مختلف این استنتاج نشان داده شده است. سپس با اصلاح کران‌های پایداری مقاوم حلقه‌های MISO تلاش شده است تا پایداری سیستم چندمتغیره در حین طراحی برآورده شود.

در طراحی سیستم‌های چندمتغیره به کمک روش‌های ترتیبی و غیر ترتیبی مورد اشاره، از جبران‌ساز قطری استفاده می‌شود. با این حال استفاده از پیش جبران‌سازهای غیر قطری این امکان را فراهم می‌نماید که با کاهش تداخل سیستم‌های بسیار متداخل[1]، بتوان به عملکرد مناسب‌تری دست یافت. در [۱۱] و [۱۲] روندی برای طراحی عناصر غیر قطری جبران‌ساز در کنار طراحی عناصر قطری پیشنهاد شده است. در [۱۳]، [۱۴] و [۱۵] ابتدا یک جبران‌ساز غیر قطری برای کاهش تداخل طراحی شده و یک سیستم جبران‌شده‌ی کمتر متداخل بدست آمده است، سپس از روش‌های متداول ترتیبی یا غیر ترتیبی برای طراحی عناصر جبران‌ساز قطری و پیش فیلتر استفاده شده است. یکی دیگر از رویکردهای طراحی فیدبک کمّی که در این پایان‌نامه به اختصار مرور شده است، مسئله‌ی طراحی بر اساس کاهش خطای ردیابی است. در روش‌های متداول QFT برای سیستم‌های SISO و MIMO، پاسخ مطلوب با استفاده از کران بالا و پایینی تعریف می‌شود که اندازه‌ی پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته باید آن را برآورده کند. در این روش به دلیل در نظر نگرفتن فاز، این امکان وجود دارد که خطای واقعی بیشتری به وجود آید. در روش‌های مدل مرجع، تلاش می‌شود تا خطای تابع تبدیل حلقه بسته و یک مدل مرجع مطلوب در یک دیسک با شعاع معین محصور بماند. فرموله‌بندی مسئله‌ی طراحی QFT بر اساس کاهش خطای ردیابی در [۱۶] و [۱۷] برای سیستم‌های SISO انجام شده است. این مسئله در [۱۸]، [۱۹] و [۲۰] برای سیستم‌های MIMO نیز توسعه داده شده است. بررسی بیشتر و مقایسه با روش طراحی کلاسیک – استفاده از کران بالا و پایین پاسخ فرکانسی - نشان می‌دهد که در این روش تفکیک خوبی در شاخص‌های طراحی جبران‌ساز و پیش‌فیلتر صورت نمی‌گیرد. در واقع در روش‌های بر پایه کاهش خطای ردیابی مدل مرجع، نه تنها محافظه‌کاری‌های روش کلاسیک کاهش نمی‌یابد بلکه مزیت استفاده از ساختار دو درجه آزادی تا حد زیادی از میان می‌رود. به همین دلیل برای طراحی سیستم‌های غیر می‌نیمم فاز در این پایان‌نامه، استفاده از روش کلاسیک ترجیح داده شده است.

در سیستم‌های چندمتغیره به دلیل اندرکنش نسبتا پیچیده‌ی میان حلقه‌های گوناگون (که با افزایش ورودی- خروجی‌ها بیشتر می‌شود)، حضور نامعینی در سیستم به دلیل توزیع متفاوت آن در بخش‌های

[1] Highly interactive

گوناگون چالش برانگیز است و موجب شده است برای اطمینان از پایداری به ازای بدترین حالت، محافظه‌کاری در طراحی وارد شود. این محافظه‌کاری در مورد سیستم‌های چندمتغیره‌ی غیرمی‌نیمم فاز تشدید می‌شود. صفر انتقال سمت راست محور موهومی (RHP[1]) سیستم‌های چندمتغیره، همچون حالت SISO به دلیل حفظ پایداری داخلی، توسط فیدبک قابل حذف نیست. به همین دلیل برای حفظ پایداری سیستم لازم است که محدودیت‌های ناشی از صفر انتقال RHP در حین طراحی برآورده شود. اما از سوی دیگر میزان تأثیر صفر و توزیع محدودیت آن در کانال‌های مختلف سیستم چندمتغیره کاملا مشخص نیست و این مسئله موجب می‌شود که محدودیت‌های محافظه‌کارانه‌ای برای سیستم در نظر گرفته شود.

در [۲۱] نشان داده شده است که جهت خروجی صفر[2] که با استفاده از تجزیه‌ی مقدار تکین ماتریس تابع تبدیل نیز بدست می‌آید، می‌تواند توزیع محدودیت صفر در کانال‌های مختلف سیستم را نشان دهد. همچنین نشان داده شده است که می‌توان اثر نامطلوب صفر را به یک یا چند کانال متأثر از آن انتقال داد [۲۲]. در این پایان‌نامه پس از بررسی ویژگی‌های صفر RHP سیستم‌های چندمتغیره، ارتباط و تأثیر این مفاهیم در مراحل مختلف طراحی QFT بررسی شده است. سپس از این مفاهیم جهت بهبود نتایج طراحی سیستم‌های غیر می‌نیمم فاز به روش QFT استفاده شده است. بر این اساس عملکرد مطلوب کانال‌های مختلف سیستم چندمتغیره و ترتیب طراحی حلقه‌ها با استفاده از جهت‌های خروجی صفر RHP انتخاب می‌شود و با استفاده از یک مثال نشان داده شده است که در نظر گرفتن این مفاهیم موجب بهبود مجموعه پاسخ‌های سیستم چندمتغیره خواهد شد.

فصل‌بندی و ترتیب ارائه‌ی مطالب این پایان‌نامه به شرح زیر است:

در فصل دوم، نظریه‌ی فیدبک کمّی برای سیستم‌های SISO به طور خلاصه عنوان شده است. سپس چگونگی تبدیل مسئله‌ی MIMO به حلقه‌های MISO و استدلال‌های روش غیر ترتیبی و ترتیبی هورویتز بیان شده است (که به عنوان روش‌های کلاسیک مورد اشاره قرار گرفته‌اند). در ادامه، توسعه‌ی طراحی-های MIMO با استفاده از جبران‌سازهای غیر قطری و محدودیت‌های هر روش به طور خلاصه مورد اشاره قرار گرفته است. در انتها نیز فرموله‌بندی مسئله‌ی QFT بر اساس ردیابی خطای مدل مرجع برای سیستم‌های MIMO آورده شده است و مرور کوتاهی بر ایده‌ی اصلی این روش و محدودیت‌های نتایج ارائه شده صورت گرفته است.

[1] Right half plane zero
[2] Output zero direction

در فصل سوم، پایداری روش QFT بررسی شده است. ابتدا قضایای پایداری روش SISO و شرایط لازم برای سیستم نامعین بدست آمده است. پس از آن پایداری طراحی‌های MIMO مورد بررسی جدی قرار گرفته است و نشان داده شده است که روند طراحی متداول بر اساس حلقه‌های معادل MISO، نمی‌تواند تضمین‌کننده‌ی پایداری سیستم حلقه بسته‌ی اصلی باشد. پس از ارائه‌ی دلایل این عدم تناظر و مثال-های نقض، با اصلاح کران‌های پایداری مقاوم حلقه‌های MISO معادل راه‌حلی جهت رفع مسئله‌ی ناپایداری پیشنهاد شده است.

در فصل چهارم، تعاریف مربوط به صفر RHP و سیستم‌های SISO و MIMO غیرمی‌نیمم فاز ارائه شده است. پس از فرموله شدن محدودیت‌های طراحی این سیستم‌ها، نشان داده شده است جهت خروجی صفر می‌تواند توزیع این محدودیت‌ها برای دسته‌ای از صفرهای انتقال را به خوبی نشان دهد. سپس ارتباط میان جهت صفر و نگاره‌های نامعینی طراحی MIMO QFT نشان داده است. همچنین با یک مثال نشان داده شده است که چگونه می‌توان اثر صفر را به یک کانال سیستم چندمتغیره منتقل نمود.

در فصل پنجم، مروری بر نتایج بدست آمده در انتقال اثر صفر RHP صورت گرفته و حضور محدودیت-های صفر RHP در حلقه‌های معادل طراحی QFT نیز بررسی شده است. پس از آن پیشنهاد شده است که از مفهوم جهت خروجی صفر، در انتخاب ترتیب طراحی حلقه‌ها و تعیین پاسخ مطلوب هر یک از توابع تبدیل استفاده شود. در انتها نیز سیستم غیرمی‌نیمم فاز چهار تانک به عنوان مثال طراحی مورد استفاده قرار گرفته است و صحت نتایج بدست آمده در مورد آن بررسی شده است.

فصل ۲– مروری بر روش‌های طراحی بر پایه QFT

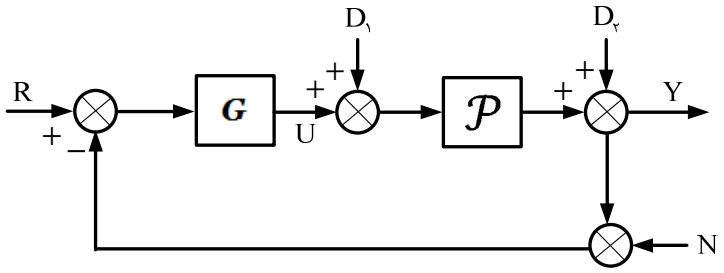
۲–۱– مقدمه

در سال‌های پایانی دهه‌ی ۶۰، هورویتز روشی را معرفی کرد که در آن با تعریف عملکرد مطلوب سیستم و خواسته‌های طراحی، یک روند کمّی برای طراحی ساختار فیدبک سیستم‌های با نامعینی زیاد ارائه شد. در آن زمان تصور عمومی بر این بود که استفاده از فیدبک در صورتی موفقیت‌آمیز خواهد بود که پارامترهای سیستم تغییرات اندکی داشته باشند و در صورت وجود نامعینی بالا در سیستم، باید از روش‌هایی چون کنترل تطبیقی و تخمین پارامترها استفاده نمود. تلاش اولیه‌ی هورویتز بر این بود که نشان دهد اولین و مهم‌ترین نقش فیدبک در سیستم کنترل، کاهش نامعینی سیستم است و بنابراین با تعریف کمّی روند طراحی می‌توان به پاسخ مناسب در حضور نامعینی بالا دست یافت. روش طراحی QFT برای سیستم‌های گوناگون خطی، غیرخطی و چندمتغیره توسعه یافته است و در طراحی‌های عملی سیستم‌های پیچیده با نامعینی بالا کاربرد گسترده‌ای دارد. در این فصل مبانی توسعه‌ی نظریه‌ی فیدبک کمّی، روش‌های طراحی MIMO قطری و غیرقطری بررسی شده‌اند. همچنین رویکردهای مختلف طراحی چندمتغیره، شرایط هر یک از روش‌ها، مزایا و مشکلات آن‌ها به طور خلاصه مورد اشاره قرار گرفته است.

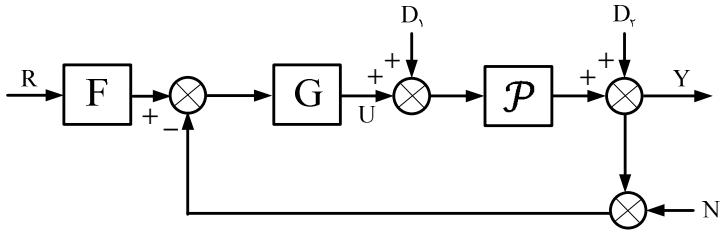
۲–۲– مبنای انتخاب عناصر طراحی در روش QFT

روش QFT بر این اساس بنا شده است که برای سیستم‌های پایدار فیدبک زمانی مورد نیاز است که وجود نامعینی در پارامترهای سیستم و حضور اغتشاشات نامعین، مانع از دستیابی به عملکرد مناسب حلقه باز می‌شود. در این روش، واژه‌ی کمّی افزوده شده است تا بر تفاوت آن با طراحی‌های کلاسیک فیدبک تأکید کند. در ساختار یک درجه آزادی شکل ۲-۱ تعارض[1] زیاد و غیرقابل پیشگیری میان خواسته‌های مطلوب پاسخ ردیابی $T(s)$ و تابع حساسیت $S(s)$ وجود دارد زیرا $S = 1 - T$ است. در ساختار دو درجه آزادی که در شکل ۲-۲ نشان داده شده است، $S = 1 - (T/F)$ و F یک تابع آزاد است.

[1] Conflict



شکل ۲-۱. ساختار یک درجه آزادی.



شکل ۲-۲. ساختار دو درجه آزادی.

هورویتز در [۱] دلایل رویکردش به طراحی حوزه‌ی فرکانس و استفاده از نمایش تابع تبدیل را بیان می‌کند. با وجود آن‌که امکان استفاده از نمایش فضای حالت سیستم در مراحل محاسباتی وجود دارد، QFT نمایش ورودی – خروجی سیستم را مبنای روش خود قرار می‌دهد و کنترل‌پذیری که از مهم‌ترین دستاوردهای کنترل مدرن است، به صورت مسئله‌ای بدیهی در حوزه‌ی تابع تبدیل و پیش از بکارگیری روش QFT در نظر گرفته می‌شود. همچنین QFT خود را درگیر مفهوم آشکارپذیری نمی‌کند زیرا در حضور نامعینی، احتمال حذف نامطلوب صفر و قطب با یکدیگر و ایجاد حالت آشکارناپذیر بسیار کم است. چنین مسئله‌ای در صورت مستقل بودن پارامترهای نامعین گوناگون می‌تواند اصلا در نظر گرفته نشود. به دلیل روابط انتگرالی خروجی بر حسب ورودی در حوزه‌ی زمان، حوزه‌ی تبدیل لاپلاس (s) بر حوزه‌ی زمان (t) ترجیح داده شده است. در حوزه‌ی s نیز بدون از دست رفتن عمومیت مسئله، از پاسخ فرکانسی ($s = j\omega$) برای تعیین کران‌های تابع حساسیت نامی[۱] S_o یا بهره‌ی حلقه باز نامی L_o استفاده می‌شود.

هورویتز در بیان دلایل خود در انتخاب شکل‌دهی L به‌جای S، مهم‌ترین دلیل را عدم حساسیت تابع حساسیت S به « هزینه‌ی فیدبک[۲] » می‌داند. فرکانس گذر[۳] L که با ω_c نشان داده می‌شود، از فرکانس گذر تابع حساسیت که با ω_B نشان داده می‌شود بزرگتر است (برای سیستم‌هایی که حد فاز کمتر از ۹۰

[1] Nominal
[2] Cost of feedback
[3] Crossover frequency

درجه دارند یعنی بیشتر سیستم‌های عملی این رابطه برقرار است) و هر دو از فرکانس گذر جبران‌ساز G یعنی ω_{G} کوچکتر اند [۱]:

$$\omega_{\mathrm{B}} < \omega_{\mathrm{c}} \ll \omega_{\mathrm{G}} \qquad (۱-۲)$$

با توجه به نسبت کنترلی[1] ورودی سیستم به نویز $T_{\mathrm{N}} = \frac{-U}{N} = \frac{G}{1+PG}$، مشخص می‌شود که در محدوده‌ی فرکانسی $[\omega_{\mathrm{c}}, \omega_{\mathrm{G}}]$ امکان تقویت نویز بالا است، در حالی که تابع حساسیت نامی $\mathrm{S_o} = \frac{1}{1+L_o}$ نسبت به تغییرات $T_{\mathrm{N}} \approx \mathrm{G} = \frac{\mathrm{L_o}}{\mathrm{P_o}}$ حساسیت بسیار کمی دارد. بنابر این دلایل، نظریه‌ی فیدبک کمّی بر مبنای توصیف تابع تبدیل سیستم و تبدیل پاسخ‌های مطلوب حوزه‌ی زمان به پاسخ‌های حوزه فرکانس، کران-هایی را برای طراحی بهره‌ی حلقه باز نامی $\mathrm{L_o}$ بدست می‌آورد و با افزودن عناصر جبران‌ساز G، شکل‌دهی حلقه را در صفحه‌ی نیکولز انجام می‌دهد. صفحه‌ی نیکولز با نمایش اطلاعات اندازه و فاز حلقه‌ی باز و بسته در یک صفحه، در انجام مصالحه‌های طراحی نگرش بهتری را در اختیار طراح می‌نهد.

نظریه‌ی فیدبک کمّی ادعا دارد که برای سیستم‌هایی که نامعینی پارامتری کران‌دار ولی بالایی دارند، امکان طراحی را فراهم می‌کند؛ مسئله‌ای که همواره مورد شک و انتقاد جدی بوده است. با وجود آن‌که محدودیت نامعینی به صورت حد بالا بر نُرم نامعینی غیرساختاریافته اِعمال نمی‌شود (چنانچه در H_∞ معمول است)، ولی نگاره‌ی نامعینی[2] باید ویژگی‌هایی داشته باشد تا بتواند پایداری مقاوم طراحی را تضمین کند. شرایط لازم و کافی نامعینی در مقالات اولیه‌ی QFT کمتر مورد تاکید قرار گرفته است و عدم رعایت این شرایط منجر به ارائه‌ی مثال‌های نقض و یا طراحی‌های ناموفق QFT شده است. در فصل سوم تلاش شده است تا برخی از مهم‌ترین این شرایط عنوان شده و نشان داده شود بسیاری از شرایط محدودکننده برای نامعینی سیستم (به ویژه برای سیستم‌های SISO) ناشی از محدودیت‌های فیدبک و پیچیدگی نگاره‌های نامعینی است، در حالی که محدودیت‌های سایر روش‌ها بیشتر ناشی از پیش‌فرض-های ریاضی لازم در توسعه‌ی روش و اثبات پایداری آن است. بنابراین در مقام مقایسه با سایر روش‌ها، می‌توان گفت که QFT محدودیت چندانی بر نامعینی سیستم ندارد و می‌تواند برای سیستم‌هایی که نامعین بالایی دارند نیز راه حل ارائه دهد. در واقع با توجه به این واقعیت که روش QFT برای طراحی حلقه‌های MISO، بیان کمّی از طراحی فیدبک است و شرط اضافی وارد مسئله نمی‌کند (این مسئله در مورد سیستم‌های MIMO صادق نیست)، با افزایش پیچیدگی نگاره‌های نامعینی- به‌ویژه تعداد قطب‌های نامعین متفاوت- با در نظر گرفتن ملاحظاتی می‌توان همچنان از روش QFT برای طراحی استفاده نمود [۲۵].

[1] Control ratio

[2] Uncertainty template

۲-۳- طراحی حلقه‌های MISO

در این بخش مرور کوتاهی بر مراحل کمّی‌سازی مسئله‌ی طراحی برای سیستم‌های چند ورودی تک خروجی (MISO) پیوسته‌ی می‌نیمم‌فاز خواهیم داشت. طراحی حلقه‌های MISO جزء اصلی در توسعه‌ی طراحی QFT برای سیستم‌های غیر خطی، چندمتغیره و چند حلقه‌ای است. ساختار حلقه‌ی MISO دو درجه آزادی در شکل ۲-۲ نمایش داده شد. $\mathcal{P}$ نمایش دهنده‌ی مجموعه‌ی توابع تبدیل نامعین، G جبران‌ساز سری حلقه‌ی فیدبک و F پیش فیلتر است. هدف طراحی این است که خروجی $y(t)$ ورودی مرجع $r(t)$ را ردیابی نموده و اثر اغتشاش‌های $d_1(t)$ و $d_2(t)$ حداقل باشد. ابتدا طراحی جبران‌ساز به گونه‌ای صورت می‌گیرد که رفتار مطلوب حذف اغتشاش و کاهش نامعینی سیستم تا حد مطلوب حاصل شود. سپس پیش فیلتر F برای دستیابی به عملکرد ردیابی ورودی مرجع مطلوب طراحی می‌شود.

برای کمّی‌سازی مراحل طراحی، لازم است محدوده‌ی پاسخ مطلوب به کران‌هایی برای شکل‌دهی حلقه تبدیل شوند. بنابراین توابع تبدیلی متناظر با کران‌های پاسخ پله‌ی مطلوب تخمین زده می‌شود و مشخصه‌ی پاسخ ردیابی بر حسب اندازه‌ی توابع تبدیل به صورت زیر مشخص می‌شود:

$$\left|T_{R_L}(j\omega)\right| \le |T_R(j\omega)| \le \left|T_{R_U}(j\omega)\right| \qquad (۲-۲)$$

اگر T_R و کران‌های پاسخ مطلوب T_{R_L} و T_{R_U} می‌نیمم فاز باشند، برآورده‌سازی رابطه‌ی بالا برای اطمینان از دستیابی به عملکرد مطلوب کفایت می‌کند. برای سیستم‌های غیرمی‌نیمم فاز و ناپایدار به دلیل عدم تناظر یک به یک پاسخ فرکانسی و اندازه‌ی آن لازم است برای طراحی صحیح ملاحظاتی صورت گیرد که در ادامه بدان اشاره خواهد شد. همچنین لازم است که در پهنای باند موثر کنترلی، اثر اغتشاش‌ها در خروجی از یک مقدار مطلوب کوچکتر باشد:

$$|T_D(j\omega)| < \alpha_m \qquad (۳-۲)$$

که در آن α_m تعیین‌کننده‌ی ستیغ[1] قابل قبول پاسخ به اغتشاش است. معمولا در محدوده‌ی فرکانسی موثر کنترلی، دستیابی به پاسخ ردیابی و حذف اغتشاش مطلوب مهم است و در فرکانس‌های بالا نیز حفظ پایداری حلقه‌ی فیدبک اهمیت دارد. رابطه‌ی زیر علاوه بر تضمین پایداری مقاوم سیستم، مانع از بالازدگی بیش از حد پاسخ اغتشاش در فرکانس‌های بالا می شود ($T_R(s) = F(s)T_{\acute{R}}(s)$):

$$|T_{\acute{R}}(j\omega)| = \left|\frac{L}{1+L}\right| < M_L \,, L = GP \qquad (۴-۲)$$

[1] Peak

با استفاده از محدودیت‌های فوق که همگی بر روی اندازه‌ی توابع تبدیل تعریف شده‌اند، کران‌هایی بر روی بهره‌ی حلقه باز نامی $L_o = GP_o$ بدست می‌آید که در حین شکل‌دهی حلقه[1] باید برآورده شوند. برای تضمین طراحی به ازای تمامی مقادیر نامعینی، از نگاره‌ی نامعینی $\mathcal{P}$ که نمایش اندازه و فاز P به ازای مقادیر مختلف پارامترها در چارت نیکولز است، در بدست آوردن کران‌های نامی استفاده می‌شود. انتخاب سیستم نامی P_o در روش QFT دلخواه فرض می‌شود ولی برای کاهش محافظه‌کاری و در برخی موارد تضمین پایداری، پیشنهادهایی وجود دارد. زمانی که نامعینی سیستم موجب تغییر تعداد صفرها و قطب‌های RHP می‌شود یا درجه‌ی نسبی سیستم‌های عضو $\mathcal{P}$ با هم متفاوت‌اند، انتخاب سیستم نامی باید با دقت بیشتری صورت گیرد تا پایداری مقاوم به ازای همه‌ی مقادیر نامعینی تضمین شود. در غیر این صورت، انتخاب نامناسب فقط موجب افزایش محافظه‌کاری خواهد شد.

در شکل‌دهی حلقه لازم است که نمودار L_o، بالا یا روی کران‌های حذف اغتشاش و ردیابی مطلوب قرار گیرد و به هیچ وجه وارد کران پایداری مقاوم نگردد. هورویتز در[۲] نشان می‌دهد که طراحی بهینه زمانی بدست می‌آید که L_o در همه‌ی فرکانس‌ها دقیقا بر روی کران‌های متناظر آن فرکانس قرار گیرد و به دور کران پایداری مقاوم که یک کران بسته است، بپیچد. این پیچش باعث می‌شود که L_o در فرکانس بالا، افزایش بهره‌ی ناگهانی داشته باشد. برای حل این مسئله، معمولا L_o را بدون توجه به راه‌حل‌های بهینه هر چه سریع‌تر کاهش می‌دهند و این بهینگی طراحی فرکانس بالا را زیر سوال می‌برد.

در [۲۳] نشان داده شده است که به دلیل در نظر نگرفتن نامعینی غیرساختاریافته، این طراحی در فرکانس‌های بالا بهینه نخواهد بود. در مقاله‌ی ۱۹۴۵ بودی[2] که مبنایی برای روش QFT و H_∞ است، نامعینی سیستم به صورت زیر مدل شده است:

$$P_\Delta = P_o(1+\Delta) \qquad (۵-۲)$$

که P_o مدل نامی و Δ نامعینی غیرساختاریافته است که در شرایط زیر صدق می‌کند:

$$|\Delta| < W_2 \ , \ \Delta \in RH^\infty \qquad (۶-۲)$$

RH^∞ مجموعه‌ای است که اعضای آن نُرم بینهایت دارند و W_2 یک تابع وزنی فرکانسی است. این در حالی است که هورویتز در روش QFT از نامعینی ساختاریافته به صورت زیر استفاده می‌کند:

$$P_\alpha = P(\alpha, s), \alpha \in \Omega \qquad (۷-۲)$$

[1] Loop shaping
[2] Bode

Ω یک فضای پارامتری بهم پیوسته[1] و همبند[2] است. با توجه به کران‌های پایداری مقاوم در فرکانس‌های بالا، انتخاب‌های متفاوتی برای طراح وجود دارد که می‌توان مانع از دستیابی به مسیرهای بهینه‌ی ممکن در شکل‌دهی حلقه شود. در [۲۳] با لحاظ کردن تابع وزنی W_2 در فرموله‌بندی مسئله و اصلاح کران‌های QFT در فرکانس‌های بالا پیشنهادهایی برای دستیابی به پاسخ بهینه ارائه شده است.

۲-۳-۱- طراحی برای سیستم‌های ناپایدار

پایدارسازی سیستم‌های ناپایدار از دیگر اهداف طراحی فیدبک است. برای سیستم‌های فیدبک‌دار ناپایدار، محدوده‌ی فرکانسی وجود دارد که در آن $|L_o|$ باید بزرگتر از $0\ dB$ باشد (سیستم‌های پایدار مشروط). این محدوده‌ی فرکانسی که به محل قرار گرفتن قطب ناپایدار بستگی دارد، موجب می‌شود بهره‌ی حلقه‌ی بزرگتری نسبت به سیستم پایدار معادل مورد نیاز باشد؛ این بهایی است که برای پایدار نمودن سیستم ناپایدار باید پرداخت شود. روند طراحی مشابه حالت پایدار و می‌نیمم فاز است. اگر تمامی سیستم‌های نامعین ناپایدار باشند، مدل نامی نیز ناپایدار انتخاب می‌شود. اما اگر $\mathcal{P}$ هم شامل سیستم-های پایدار و هم ناپایدار باشد، معمولا یک مدل نامی پایدار انتخاب می‌شود. در اینصورت نگاره‌ی نامعینی اختلاف فاز بالایی داشته و گسترده خواهد بود، این گستردگی در تعیین کران‌ها اثر می‌گذارد. در [۲۴] (بخش ۴.۴) روند طراحی برای چنین سیستمی به طور کامل تشریح شده است. البته این روند طراحی برای حالتی است که Ω یک فضای پیوسته را تشکیل می‌دهد.

با این وجود در[۲۵] تاکید شده است در مواردی که نگاره‌ی نامعینی سیستم از چند مدل مجزا تشکیل شده باشد (عدم پیوستگی نامعینی) و برخی از این مدل‌ها پایدار و برخی ناپایدار باشند، طراحی پایدار مدل نامی و برآورده سازی رابطه‌ی (۲-۴) به ازای همه‌ی مقادیر نامعینی، لزوما تضمین کننده‌ی پایداری همه‌ی سیستم‌ها نخواهد بود زیرا لازم است معیار پایداری در مورد همه‌ی اعضای $\mathcal{P}$ (با تعداد متفاوت قطب ناپایدار) بررسی شود. در واقع در صورت ناپیوستگی نامعینی و تعداد متفاوت قطب‌های ناپایدار، روند متداول طراحی نمی‌تواند تضمین‌کننده‌ی پایداری کنترل‌کننده‌ی QFT برای همه‌ی اعضای نگاره نامعینی باشد و مطمئن‌تر آن است که نمودار نیکولز تک تک آنها رسم شده و پایداری هر یک طبق معیار پایداری نیکولز بررسی شود [۲۶]. این محدودیت ناشی از گستردگی و پیچیدگی نامعینی است و خاص روش QFT نیست، به ویژه اینکه روش QFT به دلیل ویژگی کمّی خود راه‌حل‌هایی نیز برای طراحی

[1] Compact
[2] Path connected