

به نام خدا



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده علوم

رساله دکتری شیمی فیزیک

عنوان:

مطالعه خواص الکترونی نانولوله‌های کربنی عامل دار شده

استاد راهنما:

دکتر سیف‌اله جلیلی

نگارش:

مریم جمالی


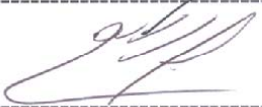



شهریور ۱۳۹۱

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تقدیم بہ

پدرم، مادرم و ہمسرم

بسمه تعالی

شماره: تاریخ:	تأییدیه هیأت داوران	 تاسیس ۱۳۰۷ دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
هیأت داوران پس از مطالعه رساله و شرکت در جلسه دفاع از رساله تهیه شده تحت عنوان :		
مطالعه خواص الکترونی نانو لوله های کربنی عامل دار شده		
توسط خانم مریم جمالی ، صحت و کفایت تحقیق انجام شده را برای اخذ درجه دکترا رشته شیمی - شیمی فیزیک در تاریخ ۱۳۹۱/۰۶/۲۱ مورد تأیید قرار می دهند.		
	امضاء	۱- استاد راهنما دکتر سیف اله جلیلی
	امضاء	۲- ممتحن داخلی دکتر جهانبخش قاسمی
	امضاء	۳- ممتحن داخلی دکتر مجید جعفریان
	امضاء	۴- ممتحن خارجی دکتر حسن به نژاد
	امضاء	۵- ممتحن خارجی دکتر علی مقاری
	امضاء	۶- نماینده تحصیلات تکمیلی دانشگاه دکتر علی جباری



تاسیس ۱۳۰۷  
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

## اظهار نامه دانشجو

تاریخ :  
شماره :  
پیوست :

اینجانب مریم جمالی دانشجوی دکترا رشته شیمی - شیمی فیزیک دانشکده علوم دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی گواهی می نمایم که تحقیقات ارائه شده در پایان نامه با عنوان :

### مطالعه خواص الکترونی نانو لوله های کربنی عامل دار شده

با راهنمایی استاد محترم جناب آقای دکتر سیف اله جلیلی توسط شخص اینجانب انجام شده و صحت و اصالت مطالب نگارش شده در این پایان نامه مورد تأیید می باشد و در مورد استفاده از کار دیگر محققان به مرجع مورد استفاده اشاره شده است .  
بعلاوه گواهی می نمایم که مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون برای دریافت هیچ نوع مدرک و یا امتیاز توسط اینجانب یا فرد دیگری در هیچ جا ارائه نشده است و در تدوین متن پایان نامه چارچوب ( فرمت ) مصوب دانشگاه را بطور کامل رعایت کرده ام .

امضاء دانشجو:

تاریخ :

۱۳۹۱،۶،۲۱



حق طبع و نشر و مالکیت نتایج

شماره:

تاریخ:

- ۱- حق چاپ و تکثیر این پایان نامه متعلق به نویسنده آن می باشد. هرگونه کپی برداری بصورت کل پایان نامه یا بخشی از آن تنها با موافقت نویسنده یا کتابخانه دانشکده علوم دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی مجاز می باشد. ضمناً متن این صفحه نیز باید در نسخه تکثیر شده وجود داشته باشد.
- ۲- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی می باشد و بدون اجازه کتبی دانشگاه به شخص ثالث قابل واگذاری نیست. همچنین استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مراجع مجاز نمی باشد.

\* توجه:

این فرم می بایست پس از تکمیل، در نسخ تکثیر شده قرار داده شود.

## تقدیر و شکر

اکنون که این رساله را به پایان رسانده‌ام بر خود لازم می‌دانم که از محبت و توجه بی‌دریغ استاد کرامت‌دور و پرتلاشم، جناب آقای دکتر سیف‌اله جلیلی که در تمام مراحل انجام این رساله راهنمایی اینجانب را بر عهده گرفتند، شکر و قدردانی نمایم. همچنین ساکن‌دار دوستان کرامی و ارجمندی، مستم که در آزمایشگاه شیمی فیزیک نظری، بی‌دریغ مراد انجام این پژوهش یاری نمودند. بی‌شک انجام این رساله بی‌لطف پروردگار و همراهی خانواده میسر نبود.

## چکیده

خواص ساختاری و الکترونی نانولوله‌های کربنی دو دیواره  $(6,0)@(13,0)$ ،  $(6,0)@(13,0)$  و  $\text{NH}_2/(6,0)@(13,0)$  با استفاده از روش نظریه تابعی دانسیته مورد بررسی گرفته است. نتایج نشان می‌دهد نانولوله کربنی دو دیواره خالص  $(6,0)@(13,0)$  فلزی است. با عامل‌دار کردن نانولوله کربنی دو دیواره، انحرافات موضعی در دیواره نانولوله بیرونی در جهت محور شعاعی بوجود می‌آید. ساختارهایی که بدست می‌آیند،  $\text{NH}_2/(6,0)@(13,0)$  و  $\text{COOH}/(6,0)@(13,0)$ ، تغییرات ساختاری معناداری را به نمایش می‌گذارند؛  $\text{NH}_2/(6,0)@(13,0)$  یک نیمه‌فلز است و  $\text{COOH}/(6,0)@(13,0)$  یک نیمه‌هادی با یک گاف انرژی کوچک است. در  $\text{NH}_2/(6,0)@(13,0)$ ، حالت الکترونی جدیدی بوجود می‌آید و روی دیواره بیرونی و گروه عاملی توزیع می‌شوند؛ این توزیع حالت‌ها بر اساس انتقال الکترون از نانولوله درونی به سمت گروه  $\text{NH}_2$  توضیح داده می‌شود. در  $\text{COOH}/(6,0)@(13,0)$  نیز حالات جدیدی بوجود می‌آید و روی نانولوله داخلی توزیع می‌شود، اما انتقال بار معناداری بین نانولوله داخلی و گروه عاملی  $\text{COOH}$  رخ نمی‌دهد. این نتایج بر این نکته تأکید دارد که انحراف موضعی ساختار اتمی روی نانولوله کربنی دو دیواره که با عامل‌دار کردن دیواره نانولوله رخ می‌دهد، می‌تواند ساختارهای الکترونی نانولوله‌های کربنی دو دیواره را تغییر دهد.

در بخش دوم تحقیق، محاسبات DFT برای مطالعه خواص الکترونی و انرژی جذب اتم لیتیم روی نانولوله کربنی تک دیواره خالص  $(8,0)$  و عامل‌دار شده با گروه‌های  $\text{NH}_2$  و  $\text{COOH}$  ( $\text{NH}_2/(8,0)$  و  $\text{COOH}/(8,0)$ ) انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد که انرژی جذب اتم لیتیم در داخل و بیرون نانولوله



کربنی (۸,۰) تفاوت زیادی با هم ندارند. در این نانولوله‌ها، انتقال بار از اتم لیتیم به سمت نانولوله صورت می‌گیرد. هنگامی که نانولوله کربنی با گروه‌های  $\text{NH}_2$  و  $\text{COOH}$  عامل دار می‌شود، موقعیت‌های مختلفی اطراف گروه عاملی برای جذب اتم لیتیم بوجود می‌آید. انرژی جذب اتم لیتیم در این نانولوله‌های عامل دار شده برای تمام موقعیت‌ها بیشتر از انرژی جذب اتم لیتیم بر روی نانولوله کربنی خالص است. هنگامی که اتم لیتیم در نانولوله‌های  $\text{NH}_2/(۸,۰)$  و  $\text{COOH}/(۸,۰)$  دوپ می‌شود، گاف انرژی بزرگتری بین نوار ظرفیت و هدایت بوجود می‌آید، در نتیجه جذب اتم لیتیم بر آن‌ها باعث کاهش هدایت در نانولوله می‌شود.

**کلمات کلیدی:** نانولوله‌های کربنی دو دیواره، نظریه تابعی دانسیته، انرژی جذب، لیتیم دوپه شده در نانولوله‌های کربنی عامل دار شده، ساختار نواری، دانسیته حالت.

۱.....مقدمه

### فصل اول: شیمی محاسباتی

۳.....۱-۱- مقدمه

۴.....۲-۱- تقریب بورن- اپنهايمر

۶.....۳-۱- نظريه تابعی دانسيته (DFT)

۸.....۴-۱- تابعی تبادللی - همبستگی

۹.....۵-۱- محاسبات DFT بر روی شبکه بلور

۱۰.....۶-۱- شبکه بلوری

۱۱.....۱-۶-۱- یاخته بسیط شبکه

۱۲.....۲-۶-۱- پراش توسط بلور و شبکه وارون

۱۳.....۳-۶-۱- منطقه‌های بریلوئن

۱۴.....۷-۱- نظريه بلاخ

۱۶.....۱-۷-۱- مجموعه پایه موج تخت

۱۷.....۲-۷-۱- تقریب شبه پتانسیل

۱۸.....۸-۱- ساختار نواری

۱۹.....۹-۱- چگالی حالت‌ها

### فصل دوم: نانولوله‌های کربنی و نانولوله‌های کربنی عامل دار شده

۲۲.....۱-۲- مقدمه

۲۳.....۲-۲- نانولوله‌های کربنی

۲۴.....۱-۲-۲- نانولوله‌های کربنی دو دیواره

۲۴.....۳-۲- روش‌های سنتز نانولوله‌های کربنی تک‌دیواره

۲۶.....۴-۲- ساختار کریستالی نانولوله‌های کربنی

۲-۵- عامل دار کردن نانولوله‌های کربنی..... ۲۹

۲-۵-۱- عامل دار کردن کووالانسی نانولوله‌های کربنی..... ۳۱

۲-۵-۱-۱- واکنش‌های افزایشی به دیواره..... ۳۱

۲-۵-۱-۲- اکسایش نانولوله‌های کربنی تک دیواره و اتصال‌های کووالانسی بعدی..... ۳۳

۲-۵-۱-۳- ساختار الکترونی..... ۳۴

۲-۶- نانولوله‌های عامل دار شده با اتصال غیر کووالانسی..... ۳۵

۲-۶-۱- اتم‌ها و مولکول‌های گازی..... ۳۶

۲-۶-۲- مولکول‌های آلی..... ۳۷

۲-۶-۳- ساختار الکترونی..... ۳۸

### فصل سوم: بحث و بررسی نتایج

۴-۱- عامل دار شدن کووالانسی نانولوله کربنی دو دیواره با گروه‌های آمین و اسید کربوکسیلیک..... ۴۱

۴-۱-۱- مقدمه..... ۴۱

۴-۱-۲- روش‌های محاسباتی..... ۴۴

۴-۱-۳- بهینه کردن ساختار نانولوله‌های کربنی دو دیواره و تک دیواره خالص و عامل دار شده..... ۴۵

۴-۱-۴- اثر عامل دار شدن بر روی خواص الکترونیکی نانولوله کربنی دو دیواره و تک دیواره..... ۵۰

۴-۲- جذب اتم لیتیم بر روی نانولوله‌های کربنی عامل دار شده با گروه‌های آمین و کربوکسیلیک اسید با استفاده از روش‌های آغازین..... ۵۹

۴-۲-۱- مقدمه..... ۵۹

۴-۲-۲- روش محاسباتی..... ۶۲

۴-۲-۳- بهینه کردن ساختارهای نانولوله‌های کربنی عامل دار و دوپ شده و انرژی جذب..... ۶۴

۴-۲-۴- اثر دوپ کردن اتم لیتیم بر روی خواص الکترونیکی نانولوله‌های خالص و عامل دار شده..... ۷۳

نتیجه گیری..... ۸۰

مرجع‌ها ..... ۸۳

- شکل ۱-۱ ساختار بلوری با افزودن پایه به هر نقطه از شبکه به وجود می‌آید..... ۱۱
- شکل ۱-۲ یاخته بسیط شبکه فضایی در سه بعد..... ۱۲
- شکل ۱-۳ شبکه وارون مربعی همراه با بردارهای شبکه وارون که با خطوط سیاه رسم شده‌اند..... ۱۴
- شکل ۱-۴ شمایی از پتانسیل کل الکترونی (خطوط ضخیم)، شبه پتانسیل (خطوط نقطه چین) و توابع موج مربوط به آن‌ها..... ۱۸
- شکل ۱-۲ تبدیل صفحه گرافن به نانولوله..... ۲۷
- شکل ۲-۲ ساختار و سلول واحد نانولوله‌های (۱۷،۰)، (۱۰،۱۰) و (۸،۱۲)..... ۲۹
- شکل ۲-۳ روش‌های ممکن عامل‌دار کردن نانولوله کربن: (الف) عامل‌دار کردن نقص، (ب) عامل‌دار کردن کووالانسی، (ج) عامل‌دار کردن غیر کووالانسی با مواد فعال در سطح، (د) عامل‌دار کردن غیر کووالانسی با پلیمرها و (ه) عامل‌دار کردن برای مثال با فولرن در داخل نانولوله..... ۳۰
- شکل ۴-۱ نمونه برداری از منطقه بریلوئن در راستای محور Z بر حسب انرژی. (الف): نانولوله کربنی (۶،۰) و (ب): نانولوله کربنی دو دیواره عامل‌دار شده با گروه آمین..... ۴۶
- شکل ۴-۲ شمایی از ساختارهای بهینه شده (الف) نانولوله کربنی دو دیواره (۱۳،۰)@(۶،۰) ، (ب) (۱۳،۰)@(۶،۰) COOH ، (ج) (۱۳،۰)@(۶،۰) NH<sub>2</sub>، (د) نمای جانبی (۱۳،۰)@(۶،۰) NH<sub>2</sub> و نانولوله کربنی تک دیواره (ه) (۱۳،۰) NH<sub>2</sub> و (و) (۱۳،۰) COOH..... ۴۷
- شکل ۴-۳ نمودار کانتور دانسیته الکترونی (الف) (۱۳،۰)@(۶،۰) NH<sub>2</sub> و (ب) (۱۳،۰)@(۶،۰) COOH که عمود بر محور نانولوله‌هاست..... ۴۹
- شکل ۴-۴ ساختارهای نواری نانولوله کربنی تک دیواره (الف) (۶،۰) ، (ب) (۱۳،۰) و نانولوله کربنی دو دیواره (ج) (۱۳،۰)@(۶،۰)..... ۵۱

- شکل ۴-۵ ساختارهای نواری و توابع موج نوارهای  $\alpha$  و  $\beta$  در نقطه  $\Gamma$  نانولوله‌های کربنی (الف)  $\text{NH}_2/(6,0)@(13,0)$ ، (ب)  $\text{NH}_2/(13,0)$  و (ج)  $\text{COOH}/(6,0)@(13,0)$  ..... ۵۴
- شکل ۴-۶ دانسیته حالت نانولوله‌های کربنی دو دیواره (الف)  $(6,0)@(13,0)$ ، (ب)  $\text{NH}_2/(6,0)@(13,0)$  و (ج)  $\text{COOH}/(6,0)@(13,0)$  ..... ۵۶
- شکل ۴-۷ نمودار کانتوری ناحیه بارهای منفی (غنی از الکترون)،  $\Delta\rho^-$ ، و ناحیه بارهای مثبت،  $\Delta\rho^+$ . کمترین مقدار در نمودار کانتور برابر با  $3e/(bohr) \times 10^{-3}$  است ..... ۵۸
- شکل ۴-۸ نمونه برداری از منطقه بریلوئن در راستای محور  $Z$  بر حسب انرژی. (الف): نانولوله کربنی  $(8,0)$  با لیتیم جذب شده و (ب): نانولوله کربنی  $(8,0)$  عامل‌دار شده با گروه آمین و لیتیم دوپ شده ..... ۶۳
- شکل ۴-۹ نمایی از ساختارهای بهینه شده (الف) نانولوله  $(8,0)$  دوپ شده با لیتیم، (ب)  $\text{Li}-(8,0)$ ، (ج)  $\text{Li}@(8,0)$ ، (د)  $\text{NH}_2/(8,0)$  و (ه)  $\text{COOH}/(8,0)$  ..... ۶۵
- شکل ۴-۱۰ موقعیت‌های کدگذاری شده برای جذب لیتیم نسبت به گروه عاملی  $\text{-NH}_2$  (الف) موقعیت‌های مجاور با گروه عاملی  $\text{-NH}_2$ ، (ب) و (ج) موقعیت‌های روبروی گروه عاملی  $\text{-NH}_2$  از دو زاویه دید متفاوت ..... ۶۶
- شکل ۴-۱۱ ساختارهای بهینه شده برای  $\text{Li}@\text{NH}_2/(8,0)$  و  $\text{Li}-\text{NH}_2/(8,0)$  در موقعیت‌های نزدیک به گروه عاملی ..... ۶۷
- شکل ۴-۱۲ ساختارهای بهینه شده برای  $\text{Li}@\text{NH}_2/(8,0)$  و  $\text{Li}-\text{NH}_2/(8,0)$  در موقعیت‌های دور به گروه عاملی ..... ۶۸
- شکل ۴-۱۳ ساختار نواری نانولوله‌های  $(8,0)$  و  $\text{Li}@(8,0)$  ..... ۷۳

شکل ۴-۱۴ ساختارهای نواری و تابع موج نوار  $\alpha$  در نقطه  $\Gamma$  نانولوله‌های کربنی (الف)  $(\text{NH}_2/(\text{۸},0))$  و (ب)

۷۵..... $\text{Li}@(\text{NH}_2/(\text{۸},0))$

شکل ۴-۱۵ ساختارهای نواری و تابع موج نوار  $\alpha$  در نقطه  $\Gamma$  نانولوله‌های کربنی (الف)  $(\text{COOH}/(\text{۸},0))$  و

۷۶..... $\text{Li}@(\text{COOH}/(\text{۸},0))$  (ب)

شکل ۴-۱۶ دانسیته حالت برای نانولوله‌های کربنی (الف)  $(\text{۸},0)$  و (ب)  $\text{Li}@(\text{۸},0)$ ..... ۷۷

شکل ۴-۱۷ دانسیته حالت برای نانولوله‌های کربنی (الف)  $(\text{NH}_2/(\text{۸},0))$ ، (ب)  $\text{Li}@(\text{NH}_2/(\text{۸},0))$ ، (ج)

۷۹..... $\text{Li}@(\text{COOH}/(\text{۸},0))$  و  $(\text{COOH}/(\text{۸},0))$  (د)

جدول ۱-۲ قطر نانولوله‌های کربنی تک دیواره تولید شده به روش های مختلف..... ۲۵

جدول ۲-۲ واکنش های افزایشی به دیواره جانبی نانولوله های کربنی تک دیواره..... ۳۱

جدول ۱-۴ انرژی‌های جذب اتم لیتیم بر روی نانولوله کربنی خالص و عامل دار شده..... ۷۱



## مقدمه

از هنگامی که نانولوله‌های کربنی کشف شدند، پژوهشگران خواص شیمیایی، ساختاری، نوری و الکتریکی آن‌ها را مورد توجه قرار داده‌اند. بسیاری از گروه‌های تحقیقاتی بر روی راه‌های گوناگون بهینه سازی تولید، عامل دار کردن، جدا سازی و فرآوری نانولوله‌های کربنی متمرکز شده‌اند تا خواص الکترونی و مکانیکی ارزشمند آن‌ها را مورد بهره‌برداری قرار دهند.

در این تحقیق، بررسی مطالعات نظری بر روی خواص الکترونی و ساختاری نانولوله‌های کربنی (تک دیواره و دو دیواره) عامل دار شده انجام گرفته است. این رساله در ۳ فصل تدوین شده است. فصل اول، به توصیف روش‌های نظری استفاده شده در پروژه می‌پردازد. فصل دوم به بررسی خصوصیات نانولوله‌های کربنی و نانوله‌های کربنی عامل دار شده و مطالعاتی که بر روی آن‌ها انجام شده است، اختصاص یافته است. فصل سوم شامل دو بخش می‌باشد؛ بخش اول به بررسی عامل دار کردن نانولوله کربنی دو دیواره (۱۳,۰)@ (۶,۰) و بررسی خواص ساختاری و الکترونی آن‌ها اختصاص داده شده است. در بخش دوم این فصل فرایند جذب لیتیم روی نانولوله‌های کربنی خالص (۸,۰) و عامل دار شده  $\text{NH}_2/(۸,۰)$  و  $\text{COOH}/(۸,۰)$  مورد مطالعه قرار گرفته است. روش‌های محاسباتی به کار گرفته شده برای هر دو پروژه، در فصل ۳ در ابتدای هر بخش توضیح داده شده است.

# فصل اول

شیمی محاسباتی

## ۱-۱- مقدمه

توصیف خواص شیمیایی و فیزیکی مواد کار پیچیده‌ای است. مشکل مربوط به محاسبات پیچیده مکانیک کوانتومی سیستم‌های بس‌ذره‌ای<sup>۱</sup> است. به طور کلی مشکل سیستم‌های بس‌ذره‌ای را با استفاده از امکانات رایانه‌ای نمی‌توان بطور دقیق حل کرد. به همین منظور روش‌های نظری به کار گرفته می‌شود که تقریب‌های ساده‌کننده و قابل قبول در آن‌ها مورد استفاده قرار گرفته است. روش‌های تقریبی این امکان را فراهم می‌کنند تا مکانیک کوانتومی برای بسیاری از کاربردهای عملی ممکن شود.

شیمی محاسباتی<sup>۲</sup> همراه با رایانه‌های پر سرعت نقش مهمی در بررسی و مطالعه نظری سیستم‌های مختلف ایفا می‌کند. در شبیه‌سازی‌های رایانه‌ای با استفاده از تقریب‌ها و با بهره‌گیری از مدل‌ها می‌توان به بررسی پرسش‌های مطرح شده در زمینه‌های مختلف پرداخت. با توجه به رشد توان پردازشی رایانه‌ها و با بهره‌گیری از شیمی محاسباتی می‌توان نتایجی را پیش‌بینی کرد که توصیف و پیش‌بینی سیستم‌های را میسر می‌سازد. در حقیقت شیمی محاسباتی نگاه دانشمندان به آینده را به نمایش می‌گذارد [۱].

در این فصل به چارچوب روش‌های نظری، تقریب‌ها و روش‌های محاسباتی که در این پژوهش به کار رفته است، می‌پردازیم.

---

<sup>1</sup> many-body

<sup>2</sup> Computational chemistry

۱-۲- تقریب بورن-اپنهایمر<sup>۱</sup>

در سال ۱۹۲۶، شرودینگر<sup>۲</sup> معادله‌ای را فرمول‌بندی کرد که می‌توانست رفتار ذرات ریز را توصیف و پیش‌بینی کند. معادله شرودینگر مستقل از زمان بس ذره‌ای برای هسته‌ها و الکترون‌ها به صورت زیر است:

$$\hat{H}\Psi(r_1, r_2, \dots, r_i, R_1, R_2, \dots, R_j) = E\Psi(r_1, r_2, \dots, r_i, R_1, R_2, \dots, R_j) \quad (1-1)$$

در این رابطه  $\hat{H}$  هامیلتونی و  $\Psi$  تابع موج است که تابعی از مختصات الکترونی ( $r_i$ ) و هسته‌ای ( $R_j$ ) تمامی ذرات است. مقدار ویژه  $E$  متناظر با انرژی کل سیستم است. هامیلتونی یک مولکول  $N$  اتمی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$(2-1)$$

$$\hat{H} = \frac{-\hbar^2}{2m_e} \sum_{f=1}^{N_e} \nabla_f^2 - e^2 \sum_{i=1}^{N_I} \sum_{f=1}^{N_e} \frac{Z_i}{|\vec{R}_i - \vec{r}_f|} + \frac{e^2}{2} \sum_{f=1}^{N_e} \sum_{g \neq f}^{N_e} \frac{1}{|\vec{r}_f - \vec{r}_g|} + \frac{-\hbar^2}{2M_i} \sum_{i=1}^{N_I} \nabla_i^2 + \frac{e^2}{2} \sum_{i=1}^{N_I} \sum_{j \neq i}^{N_I} \frac{Z_i Z_j}{|\vec{R}_i - \vec{R}_j|}$$

در این رابطه  $m_e$  و  $e$  به ترتیب جرم و بار الکترون‌ها،  $M_i$  و  $Z_i e$  جرم و بار هسته‌ها و  $\vec{r}$  و  $\vec{R}$  مختصات الکترون‌ها و هسته‌ها هستند. جمله اول و چهارم انرژی جنبشی الکترون‌ها و هسته‌ها را نشان می‌دهد. جمله دوم، سوم و پنجم انرژی پتانسیل برهمکنش‌های کولنی الکترون-هسته، الکترون-الکترون و هسته-هسته را به نمایش می‌گذارد. حل دقیق این معادله به جز برای ساده‌ترین سیستم، یعنی اتم هیدروژن، امکان‌پذیر نیست؛ بنابراین تقریب‌های ساده‌کننده و قابل قبول مورد استفاده قرار می‌گیرد تا بتوان این معادله پیچیده را حل کرد [۲].

<sup>1</sup>Born-Oppenheimer approximation

<sup>2</sup>Schrödinger