

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

١٩٦٢.جع



دانشگاه شهید بهشتی کرمان

دانشکده فنی

گروه مهندسی برق

پایان نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد مهندسی برق گرایش مخابرات

### ترمیم تصاویر با استفاده از انتشار بلترامی

استاد راهنما:

دکتر سعید سریزدی

استاد مشاور:

دکتر حسین نظام آبادی پور

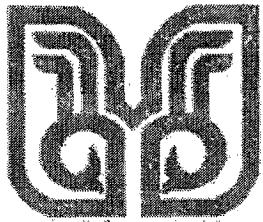
مؤلف:

احسان عرب‌نژاد

خرداد ماه ۱۳۸۸

سینما و اعلانات مارک سینمای ایران  
تسبیح مارک

۱۳۷۲۰۳



دانشگاه شهید بهشتی کرمان

این پایان نامه به عنوان یکی از شرایط احراز درجه کارشناسی ارشد به

گروه مهندسی برق  
دانشکده فنی و مهندسی  
دانشگاه شهید بهشتی کرمان

تسلیم شده است و هیچگونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مذبور شناخته نمی‌شود.

دانشجو: احسان عرب نژاد

استاد راهنما: دکتر سعید سویزدی

استاد مشاور: دکتر حسین نظام آبادی پور

داور ۱: دکتر سعیدرضا صیدنژاد

داور ۲: دکтор مهدی افتخاری

داور ۳:

معاونت پژوهشی و تحصیلات تکمیلی یا نماینده دانشکده: مهندس عباس سحر العلوم

حق چاپ محفوظ و مخصوص به دانشگاه شهید بهشتی کرمان است.

تقدیم به

تمامی پویندگان طریقت و علم و معرفت.

## تشکر و قدردانی

حمد و سپاس خدای را که توفیق کسب دانش و معرفت را به من عطا فرمود. در اینجا بر خود لازم  
می‌دانم که از تمامی استادی بزرگوار به ویژه استادی دوره کارشناسی ارشد که در طول سالیان گذشته مرا  
در تحصیل علم و معرفت و فضائل اخلاقی یاری نموده‌اند تقدیر و تشکر نمایم.  
از استاد گرامی و بزرگوار جناب آقای دکتر سریزدی که راهنمایی اینجانب را در انجام تحقیق،  
تحقیق و نگارش این پایان‌نامه تقبل نموده‌اند نهایت تشکر و سپاس‌گزاری را دارم.  
از جناب آقای دکتر نظام آبادی پور که با مشورت‌های خود مرا مورد لطف قرار داده‌اند کمال تشکر  
را دارم.

## چکیده

یکی از جدیدترین مباحث در زمینه پردازش تصویر، بازسازی و ترمیم نواحی گمشده یا حذف شده از تصویر است که به لحاظ کاربردهای متنوع، از جذابیت زیادی برخوردار است. در ترمیم تصویر، قسمتهای گمشده یا حذف شده تصویر با استفاده از اطلاعات نواحی اطراف یا سایر نواحی تصویر، با حفظ یکپارچگی و هماهنگی بین قسمتهای مختلف تصویر، پر می‌شوند.

یک دسته مهم از روش‌های ترمیم تصویر بر اساس ایده انتشار از نواحی اطراف ناحیه گم شده به داخل آن می‌باشد که معمولاً توسط یک معادله دیفرانسیل پاره‌ای غیر خطی این کار انجام می‌شود. این روش‌ها برای هر دو کاربرد حذف نویز و ترمیم تصویر مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این زمینه یکی از روش‌های جدید و کارآمد روش مبتنی بر انتشار بلترامی است. بر اساس گزارش مطبوعات علمی، انتشار بلترامی ابزاری قوی جهت حذف نویز در تصویر است هرچند که تاکنون این ابزار برای ترمیم تصویر مورد استفاده قرار نگرفته است.

در چارچوبه بلترامی، تصویر خاکستری به صورت یک رویه در فضای سه بعدی در نظر گرفته می‌شود. یعنی نگاشت تصویر دو بعدی به فضای سه بعدی است. انتشار بلترامی، با مینیمم کردن مساحت رویه نسبت به هر یک از اجزاء نگاشت بدست می‌آید. برای تحقق انتشار بلترامی برای یک تصویر، هسته بلترامی با دوره محدود معرفی شده است که از کانولوشن این هسته با تصویر نتیجه‌ای معادل با انتشار بلترامی بدست می‌آید.

در این پایان نامه راهکاری جدید برای ترمیم تصویر با استفاده مفهوم انتشار بلترامی ارائه شده است. در روش پیشنهادی، تصویر خاکستری به صورت یک رویه در فضای سه بعدی در نظر گرفته می‌شود و پیکسلهای ناحیه مخدوش با رویی مبتنی بر انتشار بلترامی، انتشار جهت دار از پیکسلهای نواحی اطراف، ترمیم می‌شوند. نتایج آزمایش‌ها بر روی تصاویر پایگاه داده، کارایی الگوریتم ارائه شده را اثبات می‌کند.

## لغات کلیدی :

ترمیم تصویر، شارهای غیرخطی، بینایی ماشین، منحنی‌های هندسی، شار بلترامی، هسته بلترامی،

معادله ایکونال

## فهرست مطالب

۱	فصل اول مقدمه	
۱	مقدمه	۱-۱
۳	اهداف پایان نامه	۲-۱
۴	سازمان پایان نامه	۳-۱
۵	فصل دوم مروری بر مطالعات انجام شده	
۵	مقدمه	۱-۲
۷	ترمیم با استفاده از انتشار اطلاعات	۲-۲
۷	روش ترمیم بر تالمیو	۱-۲-۲
۱۱	ترمیم با استفاده از معادله ناویر- استوکس	۲-۲-۲
۱۴	ترمیم مبتنی بر پیوستگی	۳-۲
۱۵	ترمیم با استفاده از امتداد خطوط هم سطح	۱-۳-۲
۱۷	ترمیم در مسیر خطوط هندسی	۲-۳-۲
۲۰	ترمیم مبتنی بر تغییرات	۴-۲
۲۱	بازسازی خطوط سطح مبتنی بر مدل کشسانی	۱-۴-۲
۲۳	اینترپولیشن همزمان میدانهای برداری و سطوح خاکستری	۲-۴-۲
۲۴	ترمیم مبتنی بر آنالیز بافت	۵-۲
۲۵	سنتر بافت با نمونه برداری غیر پارامتری	۱-۵-۲
۲۶	ترمیم بر اساس نمونه	۲-۵-۲
۲۸	ترمیم با تجزیه تصویر	۳-۵-۲
۳۲	جمع بندی	۶-۲
۳۴	فصل سوم شار بلترامی	
۳۴	مقدمه	۱-۳
۳۶	عملگر پولیاکف و نگاشتهای هارمونیک	۲-۳
۳۶	ساختار نگاشت	۱-۲-۳
۳۸	اندازه‌ها در حوزه نگاشت	۲-۲-۳
۴۰	شار بلترامی	۳-۳
۴۲	شار هندسی برای سطح حداقل	۴-۳
۴۴	هسته بلترامی	۵-۳
۴۴	هسته با دوره محدود بلترامی	۱-۵-۳
۴۷	فیلتر دو طرفه	۶-۳
۴۹	حل معادله ایکونال برای تصویر	۷-۳
۴۹	روش مارچینگ سریع در شبکه‌های متعدد	۱-۷-۳

۵۲.....	روش مارچینگ سریع برای مشهای مثلثی .....	۲-۷-۳
۵۲.....	روش مارچینگ سریع در مش های مثلثی با زوایای حاده.....	۳-۷-۳
۵۴.....	تعمیم روش مارچینگ سریع به مثلث بندی دلخواه .....	۴-۷-۳
۵۵.....	فصل چهارم ارائه روشی برای ترمیم تصویر با استفاده از بلترامی.....	
۵۵.....	مقدمه .....	۱-۴
۵۵.....	روش ارائه شده برای ترمیم تصویر .....	۲-۴
۵۸.....	شبیه سازی.....	۳-۴
۶۱.....	<b>فصل پنجم آزمایشها و نتایج</b> .....	
۶۱.....	مقدمه .....	۱-۵
۶۱.....	پایگاه داده تصاویر .....	۲-۵
۶۴.....	تنظیم پارامترها.....	۳-۵
۶۵.....	بررسی تاثیر اندازه پنجره در کیفیت ترمیم .....	۴-۵
۶۷.....	بررسی تاثیر مقدار $\beta$ در کیفیت ترمیم .....	۵-۵
۷۰ .....	تنظیم اندازه پنجره و $\beta$ برای کیفیت بازسازی بهتر.....	۶-۵
۷۳.....	مقایسه با روش بر تالمیو.....	۷-۵
۸۱.....	جمع بندی .....	۸-۵
۸۳.....	فصل ششم جمع بندی، نتیجه گیری و پیشنهادات .....	
۸۳.....	مقدمه .....	۱-۶
۸۳.....	نتیجه گیری .....	۲-۶
۸۴.....	پیشنهادها .....	۳-۶
۸۵.....	<b>مراجع</b> .....	

## فهرست شکل‌ها

شکل ۱-۱: ترمیم نقاشیهای قدیمی	۱
شکل ۱-۲: ترمیم عکس‌های مخدوش	۲
شکل ۱-۳: حذف اشیاء ناخواسته از تصویر	۲
شکل ۲-۱: سیستم ترمیم تصویر	۵
شکل ۲-۲: دسته بندی نواحی در یک تصویر مورد ترمیم	۶
شکل ۲-۳: جهت امتداد اطلاعات (جهت عمود بر گرادیان در مرز ناحیه مخدوش)	۹
شکل ۲-۴: ترمیم تصویر با استفاده از الگوریتم بر تالمیو	۱۰
شکل ۲-۵: ترمیم تصویر با استفاده از الگوریتم بر تالمیو و مقدار اولیه متفاوت	۱۰
شکل ۲-۶: حذف متن از تصویر با استفاده از الگوریتم بر تالمیو	۱۱
شکل ۲-۷: رابطه بین کمیتهای معادله ناویر- استوکس و ترمیم تصویر	۱۲
شکل ۲-۸: ترمیم تصویر با استفاده از الگوریتم مرجع [۲]	۱۳
شکل ۲-۹: استفاده از ایده ترمیم تصویر برای بالا بردن کیفت ظاهری در بزرگنمایی	۱۴
شکل ۲-۱۰: ترمیم با استفاده از امتداد خطوط هم سطح	۱۶
شکل ۲-۱۱: حذف شی از تصویر و ترمیم محل آن توسط الگوریتم مرجع [۷]	۱۷
شکل ۲-۱۲: امتداد خط سطح	۱۹
شکل ۲-۱۳: محاسبه مشتقات جهتی	۲۰
شکل ۲-۱۴: ترمیم تصویر با استفاده از الگوریتم مرجع [۸]	۲۰
شکل ۲-۱۵: چاله و نوار مرزی	۲۱
شکل ۲-۱۶: ترمیم تصویر با استفاده از الگوریتم مرجع [۹]	۲۴
شکل ۲-۱۷: ترمیم تصویر با استفاده از الگوریتم سنتز بافت	۲۵
شکل ۲-۱۸: ترمیم متن با استفاده از الگوریتم سنتز بافت	۲۶
شکل ۲-۱۹: الگوریتم سنتز بافت	۲۶
شکل ۲-۲۰: ایده اصلی در ارائه استفاده از شرط تقدم برای ترمیم	۲۷
شکل ۲-۲۱: مراحل الگوریتم ترمیم بر اساس نمونه	۲۷
شکل ۲-۲۲: مراحل ترمیم توسط الگوریتم مرجع [۱۲] و مقایسه با روش ترمیم مرجع [۱]	۲۷
شکل ۲-۲۳: تجزیه تصویر به اجزاء ساختار و بافت	۲۹
شکل ۲-۲۴: ترمیم اجزاء تصویر به صورت جداگانه	۳۰
شکل ۲-۲۵: الگوریم ترمیم با استفاده از سنتز بافت و ترمیم سریع	۳۱
شکل ۲-۲۶: استخراج و ترمیم جزء فرکانس پایین تصویر	۳۱
شکل ۲-۲۷: استخراج جزء فرکانس بالا و تشکیل هرم گوسی	۳۱
شکل ۲-۲۸: ترمیم سطوح مختلف هرم گوسی توسط سنتز بافت	۳۱
شکل ۳-۱: تعریف محورهای مختصات محلی	۳۷

شکل ۳-۲: نگاشت تصویر دو بعدی به فضای سه بعدی.....	۴۰
شکل ۳-۳: شار بلترامی .....	۴۲
شکل ۳-۴: شار انحناء متوسط .....	۴۳
شکل ۳-۵: فیلتر سیگنال ۱ بعدی توسط هسته گوسی خطی (بالا) و هسته بلترامی(پایین) .....	۴۵
شکل ۳-۶: سطح منحنی های متفاوت از هسته بلترامی در موقعیتهای متفاوت در تصویر مصنوعی ...	۴۸
شکل ۳-۷: نامگذاری و مقدار دهی اولیه پیکسل ها در روش مارچینگ سریع.....	۵۰
شکل ۳-۸: به روز رسانی نام و مقدار پیکسل ها.....	۵۰
شکل ۳-۹: پیکسلهای مورد نیاز برای محاسبه در روش مارچینگ سریع.....	۵۱
شکل ۳-۱۰: پایه عددی برای به روز رسانی.....	۵۳
شکل ۳-۱۱: روش باز کردن برای برخورد با مثلثهای با زاویه منفرجه .....	۵۴
شکل ۴-۱: روند ترمیم تصویر در پیکسلهای نزدیک به لبه .....	۵۹
شکل ۴-۲: نتیجه ترمیم تصویر .....	۶۰
شکل ۴-۳: نتیجه ترمیم تصویر .....	۶۰
شکل ۵-۱: تصاویر پایگاه داده.....	۶۲
شکل ۵-۲: تصاویر باینری مورد استفاده برای ایجاد خرابی مصنوعی در تصاویر پایگاه داده.....	۶۳
شکل ۵-۳: چگونگی در نظر گرفتن پارامتر $\beta$ برای پیکسلهایی که در همسایگی لبه قرار دارند.....	۶۴
شکل ۵-۴: مقایسه نتایج ترمیم تصویر لنا .....	۶۵
شکل ۵-۵: مقایسه نتایج ترمیم تصویر هوایپیما .....	۶۶
شکل ۵-۶: بررسی تاثیر پارامتر $\beta$ در دو حالت (برای یک لبه نوعی).....	۶۷
شکل ۵-۷: مقایسه نتایج ترمیم تصویر لنا .....	۶۸
شکل ۵-۸: مقایسه نتایج ترمیم تصویر هوایپیما .....	۶۹
شکل ۵-۹: مقایسه نتایج ترمیم تصویر لنا .....	۷۱
شکل ۵-۱۰: مقایسه نتایج ترمیم تصویر هوایپیما .....	۷۲
شکل ۵-۱۱: مقایسه نتایج ترمیم تصویر لنا .....	۷۳
شکل ۵-۱۲: مقایسه نتایج ترمیم تصویر هوایپیما .....	۷۴
شکل ۵-۱۳: مقایسه نتایج ترمیم تصویر هویه ها .....	۷۵
شکل ۵-۱۴: مقایسه نتایج ترمیم تصویر فلفلها .....	۷۶
شکل ۵-۱۵: مقایسه نتایج ترمیم تصویر لنا .....	۷۷
شکل ۵-۱۶: مقایسه نتایج ترمیم تصویر هوایپیما .....	۷۸
شکل ۵-۱۷: مقایسه نتایج ترمیم تصویر هویه ها .....	۷۹
شکل ۵-۱۸: مقایسه نتایج ترمیم تصویر فلفلها .....	۸۰

## فصل اول مقدمه

### ۱-۱ مقدمه

در زمینه پردازش و ارتقاء تصویر، گاهی نیاز است که قسمتی یا شیئی از تصویر حذف شود یا جزء مخدوش تصویر ترمیم شود. حذف اشیاء یا خرابی‌ها از تصویر به سادگی انجام می‌گیرد اما پرکردن جای آن توسط پس‌زمینه یا اشیاء دیگر تصویر، مسئله پیچیده‌ای است که توجه فراوانی را به خود جلب کرده است. این مسئله، Inpainting نامیده می‌شود.

اصطلاح Inpainting بر گرفته از تکنیک‌های ترمیم نقاشی‌های قدیمی در موزه‌هاست که این تکنیک‌ها دارای قدمت زیادی هستند. در دوره رنسانس، بازسازی آثار هنری قرون وسطی آغاز شد و انگیزه اصلی از این کار، به روزرسانی نقاشی‌ها با پر کردن هرگونه گپ<sup>۱</sup> و خش به وجود آمده در این آثار بود.



شکل ۱ - ۱: ترمیم نقاشی‌های قدیمی

<sup>1</sup> Gap

نیاز به ترمیم تصویر به تدریج از حوزه نقاشی به حوزه عکس و فیلم راه یافت. اما اهداف یکسان

باقی ماند :

- بازسازی خرابی‌ها : شکستگی‌ها یا خش‌ها در عکس (شکل ۱ - ۲)، نقاط غبار در فیلم و ...
- حذف اجزاء ناخواسته: حذف متن، تاریخ، تبلیغات یا ساعت درج شده در عکس (شکل ۱ - ۳)



شکل ۱ - ۲: ترمیم عکس‌های مخدوش



شکل ۱ - ۳: حذف اشیاء ناخواسته از تصویر

فرایند ترمیم کاملاً سلیقه‌ای است و هیچ راه یکتایی برای حل این مسئله به صورت کلی وجود ندارد. ترمیم تصاویر به صورت دستی فرایندی وقت‌گیر است و تلاشهای زیادی صورت گرفته است تا از دخالت انسان در این فرایند کاسته شود. هر چند با توجه به اینکه مغز انسان در تعامل با چشم قادر است بعضی از گسستگی‌ها را به طور حسی پر کند یا بعضی از اجزاء را حذف کند، ترمیم تصویر به صورت دستی از کیفیت کاملاً مناسبی برخوردار است. در زمینه ترمیم دیجیتال، تکنیک‌های متفاوتی ارائه شده است. بعضی از این تکنیک‌ها با هدف تشخیص و حذف خش‌ها در تصاویر و فیلم‌ها به صورت خودکار ارائه شده‌اند و بعضی دیگر با استفاده از ابزارهای نرم افزاری، اجزاء کارهای پیچیده را به صورت دستی می-دهند.

در نگاه اول شاید مسئله بازسازی تصاویر و مسئله حذف نویز در تصاویر دیجیتال شبیه به هم به نظر آیند. اما باید توجه داشت که الگوریتم‌های حذف نویز کلاسیک را نمی‌توان برای ترمیم استفاده کرد. در موارد کاربردی حذف نویز و ارتقاء تصویر، پیکسل‌ها هم دارای اطلاعات داده‌های حقیقی و هم نویز هستند. در حالیکه در ترمیم هیچگونه اطلاعات قابل توجهی در ناحیه مورد ترمیم وجود ندارد و اطلاعات به طور خاص در نواحی اطراف ناحیه مورد ترمیم وجود دارند. پس نیاز به استفاده از تکنیک‌های خاصی است که این مسئله را حل کند.

## ۱-۲ اهداف پایان نامه

هدف این پایان نامه، ارائه روشی جدید برای ترمیم تصویر با استفاده از مفهوم انتشار بلترامی<sup>۲</sup> است. عملگر بلترامی، تعمیم عملگر لایپلاسین بر روی روبه و بر اساس محورهای مختصات تعریف شده بر روی روبه است. به عبارت دیگر، تعمیم عملگر لایپلاسین به فضاهای ناقصی است. سه جزء اصلی چارچوب بلترامی عبارتند از: نگاشت تصویر، اندازه‌گیری فاصله و اندازه‌گیری نگاشت. در مقایسه با معادله انتشار گرمایی<sup>۳</sup> که حل آن در یک تصویر معادل با کانولوشن تصویر با تابع گوسی است، هسته بلترامی با دوره محدود<sup>۴</sup> معرفی شده است که با تحقق تکراری آن، نتیجه‌ای معادل با انتشار بلترامی بدست می‌آید.

در این پایان نامه، روشی نوین برای ترمیم تصاویر دیجیتال با استفاده از مفهوم انتشار بلترامی ارائه شده است. در الگوریتم ارائه شده، - که به صورت تکراری عمل می‌کند- در هر تکرار پیکسلهای نامعلوم مرزی تعیین و با انتشار جهت دار از نواحی معلوم تصویر، ترمیم می‌شوند. این روند تا ترمیم کل ناحیه مخدوش ادامه می‌یابد. برای هر پیکسل در ناحیه مخدوش، الگوی انتشار بر اساس تصویر لبه یا بر اساس میانگین پیکسل‌ها تعیین می‌شود.

<sup>2</sup> Beltrami Flow

<sup>3</sup> Heat flow

<sup>4</sup> Short-Time Beltrami Kernel

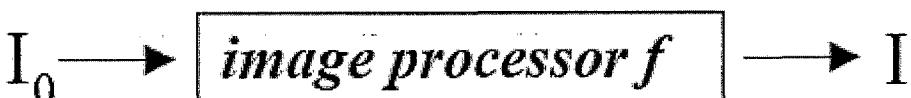
### ۱-۳ سازمان پایان نامه

ادامه این پایان نامه به این ترتیب است. در فصل دوم، مروری بر کارهای پیشین انجام شده آمده است. در فصل سوم، انتشار بلترامی و روش‌های تحقیق هسته بلترامی معرفی می‌شود. در فصل چهارم، روش پیشنهادی ترمیم تصاویر دیجیتال با استفاده از انتشار بلترامی آمده است. فصل پنجم شامل نتایج حاصل از اعمال روش پیشنهادی در فصل ۴، جزئیات شبیه سازی و مقایسه روش ارائه شده با سایر روش‌ها است. در نهایت در فصل ششم به جمع بندی و نتیجه گیری پرداخته می‌شود.

## فصل دوم مروری بر مطالعات انجام شده

### ۱-۲ مقدمه

ترمیم تصویر دیجیتال، نوعی عملگر پردازش تصویر است که می‌تواند به صورت تبدیل خطی یا غیر خطی شکل ۲-۱ نمایش داده شود.



شکل ۲-۱: سیستم ترمیم تصویر

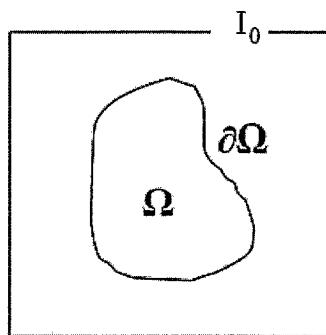
در مدل بالا،  $I_0$  تصویر مخدوش و  $I$  تصویر پردازش شده (ترمیم شده) است. اگر  $\Omega$  ناحیه‌ای از تصویر  $I_0$  باشد که باید مورد ترمیم قرار گیرد و  $\partial\Omega$  مرز این ناحیه باشد، شبه کد زیر می‌تواند برای ترمیم تصویر استفاده شود:

- مشخص کردن ناحیه مورد ترمیم  $\Omega$  به صورت دستی (مطابق شکل ۲-۲)

- مشخص شدن ناحیه مرزی  $\partial\Omega$

- محاسبه مقدار اولیه برای پیکسل‌های ناحیه  $\Omega$

- ترمیم تمام پیکسل‌های متعلق به  $\Omega$  با استفاده از اطلاعات موجود در مرز  $\partial\Omega$



شکل ۲-۲: دسته بندی نواحی در یک تصویر مورد ترمیم

در تعامل و همکاری با مراکز نگهداری آثار هنری<sup>۵</sup> مشخص شده است که فرایند ترمیم کاملاً سلیقه‌ای است و برای هر اثر هنری و هر هنرمند به صورت متفاوتی انجام می‌گیرد و هیچ راه یکتاپی برای حل این مسئله به صورت کلی، وجود ندارد. اما در هر صورت مراحل زیر در همه روشها رعایت می‌شود<sup>[۱]</sup>:

- محتوای کلی تصویر چگونگی پر کردن ناحیه خالی را مشخص می‌کند.
- ساختارهای پیرامون ناحیه گمشده به درون آن امتداد می‌یابند.
- ناحیه‌های ایجاد شده توسط امتداد ساختارها، با رنگ مطابق با نواحی اطراف آن پر می‌شوند.
- جزئیات کوچک مانند بافت اضافه می‌شود.

در یک تقسیم بندی، روش‌های ترمیم دیجیتال را می‌توان به چند دسته کلی تقسیم کرد:

- روش‌های ترمیم بر اساس معادلات دیفرانسیل پاره ای<sup>۶</sup>

- روش‌های ترمیم مبتنی بر پیوستگی

- روش‌های ترمیم مبتنی بر تغییرات

- روش‌های ترمیم بر اساس آنالیز بافت

- روش‌های ترمیم مبتنی بر ضرایب فرکانسی.

<sup>5</sup> Conservators

<sup>6</sup> Partial Differential Equation

## ۲-۲ ترمیم با استفاده از انتشار اطلاعات

روش‌های مبتنی بر معادلات دیفرانسیل پاره‌ای، که از معمول ترین روش‌های ترمیم تصویر هستند، از حل یک یا چند معادله دیفرانسیل برای ترمیم تصاویر استفاده می‌کنند. این روشها از نظر مفهوم ساده‌ام دارای پیچیدگی محاسباتی هستند. در این روشها، ساختارهای<sup>۷</sup> تصویر به خوبی امتداد می‌یابند و به دلیل استفاده از معادلات انتشار<sup>۸</sup>، قابلیت ترمیم بافت<sup>۹</sup> وجود ندارد. در سال ۲۰۰۰ روش ترمیم با استفاده از دو معادله دیفرانسیل، برای امتداد ساختارها و برای پرکردن نواحی، توسط برترالمیو و همکاران ارائه شد[۱]. در سال ۲۰۰۱ برترالمیو و همکاران با استفاده حل معادله ناویر-استوکس به ترمیم تصاویر پرداختند[۲]. در سال ۲۰۰۶ برترالمیو معادله دیفرانسیل مرتبه سه بهینه را برای ترمیم تصاویر معرفی و از آن استفاده کرد [۳].

## ۲-۳ روش ترمیم برترالمیو

در سال ۲۰۰۰ تکنیکهای پایه که در مراکز نگهداری آثار هنری برای ترمیم استفاده می‌شوند، توسط برترالمیو و همکاران به صورت ریاضی ترجمه و واژه Digital Inpainting در حوزه پردازش تصویر معرفی شد [۱].

الگوریتمی که در این روش ارائه شده است، دارای ۲ مرحله است. ابتدا گپ  $\Omega$  به صورت مرحله ای، با امتداد به سمت داخل خطوطی که به  $\partial\Omega$  برخورد می‌کنند کوچک می‌شود. سپس، نواحی ایجاد شده توسط این امتدادها پر می‌شود. نواحی دیگر تصویر که خارج از مرز  $\partial\Omega$  هستند در نظر گرفته نمی‌شوند (مطابق شکل ۲-۲). این روش برای ترمیم تصاویر خاکستری ارائه شده است و برای ترمیم تصاویر رنگی، ۳ جزء تصویر رنگی به صورت جداگانه ترمیم می‌شوند. (مثلًا مدل Lab – CIE – RGB یا

<sup>7</sup> Structure

<sup>8</sup> Diffusion

<sup>9</sup> texture

در روند ترمیم تصویر دیجیتال، خانواده ای از تصاویر  $I(i,j,n): [0,M] \times [0,N] \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  با خصوصیات زیر ساخته می‌شود.

$$I(i,j,0) = u_0(i,j), \lim_{n \rightarrow \infty} I(i,j,0) = I_R(i,j) \quad (1-2)$$

$I_0(i,j)$  تصویر مورد بازسازی و  $I_R(i,j)$  خروجی الگوریتم است. هر الگوریتم ترمیم با این روش به

صورت کلی به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$I^{n+1}(i,j) = I^n(i,j) + \Delta t I_t^n(i,j), \forall (i,j) \in \Omega \quad (2-2)$$

در رابطه فوق،  $n$  نشان دهنده مرحله ترمیم،  $(i,j)$  مختصات پیکسلی که باید ترمیم شود،  $\Delta t$  گام ترمیم و  $I_t^n(i,j)$  مقدار به روز رسانی برای  $I^n(i,j)$  است. فرایند ترمیم تنها در مورد پیکسلهای درون ناحیه  $\Omega$  انجام می‌گیرد. برای طراحی مقدار به روز رسانی، از  $L^n(i,j)$  - اطلاعات مورد نیاز برای امتداد به درون ناحیه  $\Omega$  - و  $\vec{N}^n(i,j)$  - جهت انتشار اطلاعات - استفاده شده است:

$$I_t^n(i,j) = \nabla L^n(i,j) \cdot \vec{N}^n(i,j) \quad (3-2)$$

هدف الگوریتم، انتشار خطوط تراز<sup>۱۰</sup> است و از لایاسین، که برای لبه یابی از تصویر است، برای یافتن این خطوط استفاده شده است. برای محاسبه  $L$ ، یک تابع یکنوا افزایشی از لایاسین می‌تواند استفاده شود که ساده ترین آنها خود لایاسین است<sup>[۴]</sup>:

$$L^n = \Delta I^n(i,j) \quad (4-2)$$

لبه یابهای دیگری مانند کنی<sup>۱۱</sup> که به صورت زیر است، نیز می‌تواند استفاده شود:

$$L^n = \langle \nabla^2 I^n(\nabla I^n), \nabla I^n \rangle \quad (5-2)$$

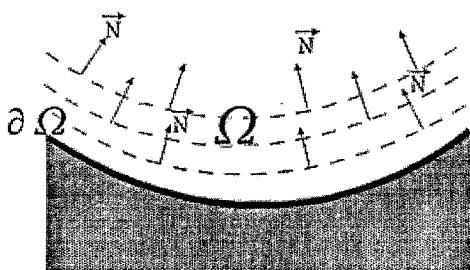
یک انتخاب ساده و طبیعی برای جهت  $\vec{N}$ ، جهت خطوط هم سطح<sup>۱۲</sup> است. برای تخمین جهت خطوط هم سطح (جهت انتشار اطلاعات) از جهت عمود بر گرادیان تصویر در ناحیه مرزی (مطابق شکل ۳)، استفاده شده است:

$$\vec{N} = \nabla^\perp I^n \quad (6-2)$$

<sup>10</sup> Contours

<sup>11</sup> Canny

<sup>12</sup> Isophote



شکل ۲-۳: جهت امتداد اطلاعات (جهت عمود بر گرادیان در مرز ناحیه مخدوش)

در حالت پیوسته، الگوریتم بالا به صورت یک معادله دیفرانسیل پاره‌ای نشان داده می‌شود:

$$\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = \nabla(\Delta I(x, y, t)) \cdot \nabla^\perp I(x, y, t), \forall (x, y) \in \Omega \quad (7-2)$$

برای اطمینان از صحت امتداد اطلاعات، فرایند انتشار<sup>۱۳</sup> جایگزین فرایند ترمیم می‌شود. این انتشار

مطابق با انحنای متناوب<sup>۱۴</sup> خطوط است تا از برخورد خطوط امتداد یافته به یکدیگر جلوگیری کند و

ناحی ایجاد شده در ناحیه مخدوش تصویر، پر شود. برای رسیدن به این هدف و همچنین از دست ندادن

لبه‌ها در بازسازی، انتشار غیر همسانگرد<sup>۱۵</sup> استفاده شده است:

$$\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = k(x, y, t) \cdot |\Delta I(x, y, t)|, \forall (x, y) \in \Omega \quad (8-2)$$

در رابطه فوق،  $k$  انحنا اقلیدسی خطوط هم سطح تصویر است. برای ترمیم تصویر، باید مقادیر

مناسبی برای پارامترهای الگوریتم انتخاب شود که در [۱] تنظیم پارامترها به صورت زیر است: گام ترمیم

$\Delta t = 0.1$  و پس از اعمال هر ۱۵ تکرار الگوریتم امتداد (رابطه ۲-۲)، یک مرحله الگوریتم انتشار (فرم

گسسته رابطه ۲-۸) به پیکسل‌های ناحیه مورد ترمیم اعمال می‌شود و مجموع این دو مرحله چندین بار

تکرار می‌شود. همگرایی معمولاً بعد از چند هزار تکرار، بسته به اندازه ناحیه و شرایط اولیه درون ناحیه،

بدست می‌آید. سرعت این فرایند با استفاده از تکنیک‌های چند دقیقی در ناحیه گپ و پیش پردازش‌هایی

مانند اجراء چند مرحله معادله حرارت (رابطه ۲-۹) درون ناحیه مورد بازسازی (برای شرط اولیه بهتر)

بهبود می‌یابد.

<sup>13</sup> Diffusion

<sup>14</sup> Periodical Curving

<sup>15</sup> Anisotropic Diffusion

$$\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = \Delta I(x, y, t), \forall (x, y) \in \Omega \quad (9-2)$$

این الگوریتم به طور همزمان ناحیه‌هایی را که توسط پس زمینه های مختلف احاطه شده‌اند بدون مشخص کردن نوع ناحیه و نوع اطلاعات، ترمیم می‌نماید. هیچ فرضی در مورد توپولوژی ناحیه یا سادگی تصویر در نظر گرفته نشده است. این الگوریتم برای بازسازی ناحیه‌های ساختاری مانند نواحی که به مرزها برخورده می‌کنند به خوبی عمل می‌کند اما برای بازسازی نواحی دارای بافت عملکرد ضعیفی دارد.

در شکل‌های زیر کاربردهایی از ترمیم تصویر نشان داده شده است. در شکل ۲-۴ و شکل ۲-۵ قسمت‌های مخدوش یک تصویر با شرایط اولیه متفاوت ترمیم شده است. در نواحی از تصویر که اطلاعات پیرامون ناحیه مناسب نباشد باز سازی به خوبی انجام نمی‌گیرد. (مانند ناحیه اطراف چشم در وسط تصویر). در شکل ۲-۶ متن اضافه شده به تصویر با استفاده از این الگوریتم حذف شده است.



شکل ۲-۴: ترمیم تصویر با استفاده از الگوریتم بر تالمیو



شکل ۲-۵: ترمیم تصویر با استفاده از الگوریتم بر تالمیو و مقدار اولیه متفاوت