

الله أعلم

رساله‌ی حاضر، حاصل پژوهش‌های نگارنده در دوره‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی شیمی گرایش تجزیه است که در تیر ماه سال ۱۳۸۹ در دانشکده‌ی علوم دانشگاه یاسوج به راهنمایی جناب آقای دکتر حبیب الله خواجه شریفی و مشاوره‌ی جناب آقای دکتر بهرام همتی نزد از آن دفاع شده است و کلیه‌ی حقوق مادی و معنوی آن متعلق به دانشگاه یاسوج است.



دانشکده علوم

گروه شیمی

پایان نامه‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی شیمی گرایش تجزیه

اندازه‌گیری هم‌زمان اسپکتروفوتومتری بازهای پیریمیدینی در نمونه‌های زیستی با برخی از روش‌های کالیبراسیون چند متغیره و اندازه‌گیری هم‌زمان اسپکتروفوتومتری استامینوفن و اسکوربیک اسید در نمونه‌های زیستی و دارویی با برخی از روش‌های کالیبراسیون چند متغیره و اندازه‌گیری ثابت تفکیک اسیدی برخی از مشتقات تیوزانتون‌ها با روش آنالیز داده

استاد راهنما:

دکتر حبیب‌الله خواجه‌شریفی

استاد مشاور:

دکتر بهرام همتی نژاد

پژوهشگر:

زهراء‌اسکندری

۱۳۸۹ تیر ماه

نام خانوادگی: اسکندری	نام: زهرا
رشته و گرایش: شیمی تجزیه	قطعه تحصیلی: کارشناسی ارشد
تاریخ دفاع: ۱۳۸۹/۰۴/۲۳	استاد راهنمای: دکتر حبیب‌اله خواجه‌شریفی

اندازه‌گیری همزمان اسپکتروفوتومتری بازهای پیریمیدینی در نمونه‌های زیستی با برخی از روش‌های کالیبراسیون چند متغیره و اندازه‌گیری همزمان اسپکتروفوتومتری استامینوف و اسکوربیک اسید در نمونه‌های زیستی و دارویی با برخی از روش‌های کالیبراسیون چند متغیره و اندازه‌گیری ثابت تفکیک اسیدی برخی از مشتقات تیوزانتون ها با روش آنالیز داده

روش‌های کالیبراسیون چندمتغیره رگرسیون اجزاء اصلی و حداقل مربعات جزئی برای اندازه‌گیری همزمان اسپکتروفوتومتری بازهای پیریمیدینی استفاده شد. اندازه‌گیری اوراسیل، سیتوزین و تیمین از لحاظ فیزیولوژیکی و دارویی دارای اهمیت است اما به دلیل همپوشانی طیفی اندازه‌گیری همزمان این ترکیبات مشکل است. بنابراین برای ساخت سری کالیبراسیون حاوی اوراسیل، سیتوزین و تیمین از مدل‌های PCR و PLS در گستره خطی به ترتیب ۴/۲۲-۲۷/۸ و ۳/۲۵-۱/۱ میکروگرم بر میلی متر استفاده شد. طیف جذبی در ناحیه ۳۲۰-۲۰۰ ثبت گردید. اجزاء اصلی به ترتیب ۶، ۸ و ۵ و ۳ با استفاده از PCR و ۴، ۵ و ۳ با استفاده از PLS به دست آمد. مقدار مجموع میانگین مربعات خطای پیشگویی با مدل PCR ۷/۷۹۰۲، ۲/۲۴۸۲ و ۴/۰۵۷۰ و با مدل PLS ۲/۹۹۱۵ و ۱/۵۸۷۶ حاصل گردید. روش با موفقیت برای اندازه‌گیری همزمان سه باز در ادرار، سرم و پلاسمای استفاده شد.

همچنان اندازه‌گیری همزمان اسپکتروفوتومتری استامینوف و اسکوربیک اسید با استفاده از روش‌های رگرسیون اجزاء اصلی و حداقل مربعات جزئی در دو حالت داده‌های معمولی و مشتق داده‌ها در ادرار، سرم و نمونه‌های دارویی انجام گرفت. طیف جذبی در ناحیه ۳۱۰-۲۱۵ ثبت گردید. دامنه‌ی خطی برای استامینوف و اسکوربیک اسید ۳/۲۴-۱/۸ و ۱/۱-۲۱/۱ میکروگرم بر میلی لیتر به دست آمد. اجزاء اصلی برای استامینوف با PCR معمولی ۳، مشتق PLS معمولی ۲ و مشتق PCR ۲ محاسبه گردید. اجزاء اصلی برای اسکوربیک اسید با PLS معمولی ۳، مشتق PCR معمولی ۲ و مشتق PLS ۳ حاصل شد. مجموع میانگین مربعات خطای پیشگویی استامینوف با PCR معمولی ۴/۵۳۰۰، مشتق PLS معمولی ۸/۶۳۰۰ PCR معمولی ۱۲/۷۷۰۰ و مشتق PLS ۷/۱۵۰۰ و برای اسکوربیک اسید با PCR معمولی ۱/۲۹۰۰، مشتق PCR ۱/۲۸۰۰ PLS معمولی ۱/۱۷۰۰ و مشتق PLS ۰/۶۶۰۰ به دست آمد. حد تشخیص در روش پیشنهادی برای هر دو آنالیت ۰/۰۰ میکروگرم بر میلی لیتر به دست آمد. در بخش سوم ثابت تفکیک اسیدی ۲-هیدروکسی تیوزانتون، ۱-کلرو-۴-هیدروکسی تیوزانتون، ۱-متیل-۴-هیدروکسی تیوزانتون و ۱-فلوئور-۴-هیدروکسی تیوزانتون در چهار مخلوط وزنی- وزنی آب و اتانول اندازه‌گیری شد. تیوزانتون‌ها دسته مهمی از ملکول‌ها در شیمی و طبیعت هستند. برای مشتقات تیوزانتون خصوصیات پر کاربرد بسیاری در داروسازی و فعل کننده‌های نوری ذکر شده است. تیوزانتون‌ها به عنوان حد واسط در آماده سازی داروهای متنوع مثل ضد سرطان‌ها، ضد انگل‌ها، ضد قارچ‌ها، ضد باکتری‌ها و نیز داروهایی برای درمان حالات حساسیت و آنتی‌هیستامین‌ها مورد توجه ویژه هستند.

ثبت تفکیک اسیدی مشتقات تیوزانتون در ۲۵ درجه سانتی‌گراد و قدرت یونی ۰/۱ مول بر لیتر با روش اسپکتروفوتومتری چند طول موجی مورد مطالعه قرار گرفت. برنامه دیتان مبتنی بر مدل آنالیز داده برای اندازه‌گیری ثابت‌های تفکیک اسیدی مورد استفاده قرار گرفت. رابطه خطی بین ثابت‌های تفکیک اسیدی و کسر مولی اتانول در مخلوط حلال برقرار است و مقادیر ثابت تفکیک مشتقات با توجه به گروه‌های عاملی استخلاف‌ها مورد قبول است.

فهرست مطالب

عنوان صفحه

فصل اول مقدمه و تئوری

۱	۱-۱ مقدمه
۱	۱-۱-۱ کمومتریکس
۴	۲-۱-۱ آنالیز فاکتوری
۶	۳-۱-۱ مراحل مختلف در روش های آنالیز فاکتوری
۶	۱-۳-۱-۱ آماده سازی داده ها
۸	۲-۳-۱-۱ فرآوری داده ها
۱۱	۳-۱-۱-۱ تعیین تعداد فاکتور
۱۴	۴-۳-۱-۱ فرآیند تبدیل
۱۵	۴-۱-۱-۱ آنالیز فاکتوری تبدیل هدف (TTFA)
۱۵	۵-۱-۱ تجزیه چند جزی
۱۶	۶-۱-۱-۱ روش های کالیبراسیون
۱۶	۱-۶-۱-۱ کالیبراسیون تک متغیره
۱۷	۲-۶-۱-۱ کالیبراسیون چند متغیره
۱۸	۳-۶-۱-۱ کالیبراسیون مستقیم و غیر مستقیم
۱۹	۴-۶-۱-۱ کالیبراسیون کنترل شده و طبیعی
۲۰	۷-۱-۱-۱ مدل ها و روش ها
۲۱	۸-۱-۱-۱ معرفی انواع روش ها
۲۱	۱-۸-۱-۱ رگرسیون خطی چند گانه (MLR)
۲۴	۲-۸-۱-۱ حداقل مربعات کلاسیک (CLS)
۲۶	۳-۸-۱-۱ کالیبراسیون غیر مستقیم
۲۶	۱-۳-۸-۱-۱ روش حداقل مربعات معکوس (ILS)
۲۸	۲-۳-۸-۱-۱ روش های مبتنی بر تحلیل فاکتور (FA)
۳۰	۱-۲-۳-۸-۱-۱ رگرسیون اجزای اصلی (PCR)
۳۲	۲-۲-۳-۸-۱-۱ رگرسیون کمترین مربعات جزئی (PLS)
۳۵	۹-۱-۱ منابع مختلف خطاهای پیش گویی
۳۵	۱۰-۱-۱-۱ پیش پردازش داده ها
۳۶	۱-۱۰-۱-۱ تمرکز بر میانگین
۳۶	۲-۱۰-۱-۱ هم مقیاس کردن
۳۷	۱۱-۱-۱ پردازش سیگنال
۳۸	۱۲-۱-۱ هموار سازی و مشتقگیری به روش Savitzky-Golay (SSG)
۳۹	۱۳-۱-۱ تبدیلات ریاضی
۴۰	۱۴-۱-۱ تبدیل فوریه

۴۱	۱۵-۱-۱ تصحیح سیگنال عمودی (OSC)
۴۲	۱۶-۱-۱ انتخاب فاکتورهای بهینه در کالیبراسیون
۴۴	۱۷-۱-۱ پارامترهای آماری
۴۵	۱-۱ مطالعه تعادل‌های شیمیایی به کمک روش‌های کمومتریکس
۴۵	۱-۲-۱ مقدمه
۴۶	۲-۲-۱ تعادل تبادل پروتون
۴۷	۳-۲-۱ خواص حلال‌ها
۴۸	۴-۲-۱ اتانول
۴۹	۵-۲-۱ اندازه گیری pH
۵۰	۶-۲-۱ روش ۴ متغیره
۵۲	۷-۲-۱ روش گران
۵۴	۸-۲-۱ روش دوهرت

فصل دوم: مروری بر تحقیقات انجام شده

۱-۲	۱-۲ اندازه گیری همزمان مخلوط‌سه تایی اوراسیل (URA)، سیتوزین (CYT) و تیمین (THY)
۵۶	۱-۱-۲ بازهای پیریمیدین
۵۶	۱-۱-۱-۲ خواص بازهای پیریمیدین
۵۸	۲-۱-۲ اوراسیل (URA)
۵۹	۳-۱-۲ سیتوزین (CYT)
۶۰	۴-۱-۲ تیمین (THY)
۶۱	۶-۱-۲ مروری بر تاریخچه اندازه گیری اوراسیل (URA)، سیتوزین (CYT) و تیمین (THY)
۶۲	۲-۲-۲ اندازه گیری همزمان مخلوط‌های دو تایی استامینوفن (AC) و اسکوربیک اسید (AA)
۶۵	۱-۲-۲ استامینوفن (AC)
۶۵	۲-۲-۲-۱ اسکوربیک اسید (AA)
۶۷	۳-۲-۲ مروری بر تاریخچه اندازه گیری استامینوفن (AC) و اسکوربیک اسید (AA)
۶۹	۳-۲-۲-۲ اندازه گیری ثابت تفکیک اسیدی برخی از مشتقان تیوزانتون ها
۷۲	۱-۳-۲ زانتون ها
۷۲	۱-۱-۳-۲ استخراج و جداسازی زانتونها
۷۳	۲-۳-۲ تیوزانتونها
۷۴	۱-۲-۳-۲ کاربرد تیوزانتون ها
۷۴	۳-۳-۲ مروری بر مطالعات تجزیه ای تیو زانتون ها
۷۷	۴-۳-۲ مروری بر تاریخچه بررسی تعادل‌های تبادل پروتون توسط روش‌های کامپیوتربی
۷۸	

فصل سوم: بخش تجربی

۸۶	۱-۳ مقدمه
۸۶	۲-۳ دستگاهها و لوازم مورد نیاز
۸۶	۱-۲-۳ دستگاه‌های و نرم افزار

۸۷	۲-۲-۳ مواد شیمیایی
۸۸	۳-۳ اندازه گیری همزمان مخلوط های سه تایی اوراسیل، سیتوزین و تیمین
۸۸	۱-۳-۳ تهیه محلول های استاندارد
۸۸	۲-۳-۳ کالیبراسیون تک متغیره
۸۹	۳-۳-۳ مجموعه های کالیبراسیون و پیشگویی.
۸۹	۴-۳-۳ آماده سازی نمونه های حقیقی
۹۰	۱-۴-۳-۳ آماده سازی نمونه سرم خون
۹۱	۲-۴-۳-۳ آماده سازی نمونه پلاسمای خون
۹۱	۳-۴-۳-۳ آماده سازی نمونه ادرار
۹۲	۴-۳-۳ اندازه گیری همزمان مخلوط های دو تایی استامینوفن و اسکوربیک اسید
۹۲	۱-۴-۳ تهیه محلول های استاندارد
۹۲	۲-۴-۳ کالیبراسیون تک متغیره
۹۳	۳-۴-۳ مجموعه های کالیبراسیون و پیشگویی.
۹۳	۴-۴-۳ آماده سازی نمونه های حقیقی
۹۳	۱-۴-۴-۳ آماده سازی نمونه سرم خون
۹۴	۲-۴-۴-۳ آماده سازی نمونه ادرار
۹۴	۳-۴-۴-۳ آماده سازی نمونه های دارویی
۹۵	۵-۳ اندازه گیری ثابت تفکیک اسیدی برخی از مشتقات تیوزانتون ها
۹۵	۱-۵-۳ ساختار و نام تیوزانتون های به کار رفته در تحقیق
۹۵	۲-۱-۵-۳ - ۲-هیدروکسی تیوزانتون (2-H-TX)
۹۵	۱-۲-۱-۵-۳ - ۴-هیدروکسی تیوزانتون (1-Cl-4-H-TX)
۹۶	۱-۳-۱-۵-۳ - ۴-هیدروکسی تیوزانتون (1-Me-4-H-TX)
۹۶	۱-۴-۱-۵-۳ - ۴-فلوئورو - ۴-هیدروکسی تیوزانتون (1-F-4-H-TX)
۹۷	۲-۵-۳ روش تجربی تهیه تیو زانتون ها
۹۷	۳-۵-۳ روش تجربی تعیین ثابت تفکیک تیو زانتون ها

فصل چهارم: بحث و نتیجه گیری

۹۹	۱-۴ اندازه گیری همزمان مخلوط های سه تایی اوراسیل، سیتوزین و تیمین
۹۹	۱-۱-۴ رفتار طیفی اوراسیل، سیتوزین و تیمین
۱۰۰	۲-۱-۴ کالیبراسیون تک متغیره
۱۰۲	۳-۱-۴ کالیبراسیون چند متغیره
۱۰۳	۱-۳-۱-۴ انتخاب فاكتور های بهینه
۱۰۵	۲-۳-۱-۴ اندازه گیری اوراسیل، سیتوزین و تیمین در نمونه های سنتری
۱۰۸	۳-۳-۱-۴ اندازه گیری همزمان اوراسیل، سیتوزین و تیمین در نمونه های حقیقی
۱۱۰	۴-۱-۴ نتیجه گیری
۱۱۱	۲-۴ اندازه گیری همزمان مخلوط های دو تایی استامینوفن و اسکوربیک اسید
۱۱۱	۱-۲-۴ رفتار طیفی استامینوفن و اسکوربیک اسید

۱۱۳	۲-۲-۴ کالیبراسیون تک متغیره.....
۱۱۵	۳-۲-۴ کالیبراسیون چند متغیره.....
۱۱۷	۱-۳-۲-۴ انتخاب فاکتور های بهینه
۱۲۱	۲-۳-۲-۴ اندازه‌گیری استامینوفن و اسکوربیک اسید در نمونه‌های سنتزی
۱۲۹	۳-۳-۲-۴ اندازه‌گیری همزمان استامینوفن و اسکوربیک اسید در نمونه‌های حقیقی
۱۳۱	۴-۲-۴ نتیجه گیری
۱۳۳	۴-۳-۴ اندازه‌گیری ثابت تفکیک اسیدی برخی از مشتقات تیوزانتون ها
۱۳۳	۱-۳-۴ ۲ هیدروکسی تیوزانتون(2-H-TX)
۱۴۰	۲-۳-۴ ۱-کلرو -۴- هیدروکسی تیوزانتون(1-Cl-4-H-TX)
۱۴۶	۳-۳-۴ ۱-متیل -۴- هیدروکسی تیوزانتون(1-Me-4-H-TX)
۱۵۲	۴-۳-۴ ۱-فلوئورو -۴- هیدروکسی تیوزانتون(1-F-4-H-TX)
۱۶۰	۵-۳-۴ بررسی نتایج
۱۶۱	۶-۳-۴ نتیجه گیری
۱۶۲	فهرست منابع

فهرست جداول

عنوان.....	صفحة.....
جدول (۱-۴). پارامترهای به دست آمده برای منحنی کالیبراسیون.....	۱۰۰
جدول (۲-۴). داده‌های غلظتی استانداردهای متفاوت در مجموعه کالیبراسیون برای اندازه‌گیری اوراسیل، سیتوزین و تیمین.....	۱۰۲
جدول (۳-۴). پارامترهای آماری بدست آمده با استفاده از مدل PCR و PLS برای مجموعه پیش‌گویی.....	۱۰۵
جدول (۴-۴). داده‌های غلظتی استانداردهای متفاوت در مجموعه کالیبراسیون برای اندازه‌گیری اوراسیل ، سیتوزین و تیمین با استفاده از (الف) PCR ، (ب) PLS	۱۰۶
جدول (۵-۴). مقادیر بدست آمده برای تعیین همزمان اوراسیل، سیتوزین و تیمین در نمونه‌های حقیقی برای PLS (الف) سرم ب) پلاسما و (ج) ادرار	۱۰۸
ادامه جدول (۵-۴). مقادیر بدست آمده برای تعیین همزمان اوراسیل، سیتوزین و تیمین در نمونه‌های حقیقی برای PLS الف) سرم ب) پلاسما و (ج) ادرار.....	۱۰۹
جدول (۶-۴). پارامترهای به دست آمده برای منحنی کالیبراسیون.....	۱۱۳
جدول (۷-۴). داده‌های غلظتی استانداردهای متفاوت در مجموعه کالیبراسیون برای اندازه‌گیری مخلوط استامینوفن و اسکوربیک اسید.....	۱۱۶
جدول (۸-۴). داده‌های غلظتی استانداردهای متفاوت در مجموعه کالیبراسیون برای اندازه‌گیری استامینوفن و اسکوربیک اسید با استفاده از (الف) Original PCR ، (ب) Original PLS و (د) Derivative PLS Original PCR و (ج) Derivative PLS	۱۲۲
ادامه جدول (۸-۴). داده‌های غلظتی استانداردهای متفاوت در مجموعه کالیبراسیون برای اندازه‌گیری استامینوفن و اسکوربیک اسید با استفاده از (الف) Original PLS Original PCR و (ج) Derivative PLS Derivative PCR	۱۲۳
جدول (۹-۴). پارامترهای آماری بدست آمده با استفاده از مدل PCR و مشتق آنها برای مجموعه پیش‌گویی.....	۱۲۴
جدول (۱۰-۴) مقادیر بدست آمده برای تعیین همزمان استامینوفن و اسکوربیک اسید در نمونه‌های حقیقی برای Derivative PLS Derivative PLS (الف) سرم ب) ادرار	۱۳۰
جدول (۱۱-۴). مقادیر بدست آمده برای تعیین همزمان استامینوفن و اسکوربیک اسید در نمونه‌های دارویی.....	۱۳۱
جدول (۱۲-۴). مقادیر مشتقات تیوزانتون در ترکیبات مختلف آب و اتانول	۱۳۶

فهرست شکل‌ها

عنوان.....	صفحه.....
شکل ۱-۱- کالیبراسیون غیر مستقیم. فلاش‌ها نشان دهنده اطلاعات موجود در کالیبراسیون غیر مستقیم است. ۶ نشانه	
معادلات پیشگویی است [۵۳] ۱۹	
شکل ۲-۱- نمودار گرافیکی، تشریح معادله‌های ماتریسی در رگرسیون چند متغیره خطی [۱۰] ۲۲	
شکل ۳-۱- پیش پردازش داده‌ها (A) وضعیت اغلب داده‌های خام. (B) وضعیت داده‌ها پس از انجام مرکزیت بر میانگین. (C) وضعیت داده‌ها پس از هم مقیاس کردن. (D) وضعیت داده‌ها پس از انجام هر دو روش پیش پردازش. [۱۰] ۳۷	
شکل ۴-۱- میزان انحراف تابع p بر حسب فعالیت از تابع p بر حسب غلظت در pH ها و درصد های مختلف از مخلوط حلال آب و اتانول بر اساس معادله (۱) و (۸۷-۱) و (۸۸-۱) ۵۱	
شکل ۱-۵-تابع گران‌تیتراسیون اسید قوی با باز قوی ۵۳	
شکل ۱-۶- ساختار اوراسیل ۶۰	
شکل ۲-۱- ساختار سیتوزین ۶۱	
شکل ۲-۲- ساختار تیمین ۶۲	
شکل ۲-۳- ساختار استامینوفن ۶۶	
شکل ۲-۴- ساختار اسکوربیک اسید ۶۸	
شکل ۲-۵- ساختار زانتون ۷۲	
شکل ۲-۶- زانتون با خاصیت ضد تب ۷۳	
شکل ۲-۷- زانتون با خاصیت پلیمره کنندگی نوری ۷۳	
شکل ۲-۸- زانتون با خاصیت تیوزانتون ۷۴	
شکل ۲-۹- ساختار تیوزانتون ۷۴	
شکل ۲-۱۰- تیو زانتون‌های مورد استفاده در داروسازی ۷۵	
شکل ۲-۱۱- تیوزانتون‌های مورد استفاده به عنوان آغازگر نوری ۷۶	
شکل ۳-۱- ساختار ۲-هیدروکسی تیوزانتون ۹۵	
شکل ۳-۲- ساختار ۱-کلرو-۴-هیدروکسی تیوزانتون ۹۵	
شکل ۳-۳- ۱-متیل-۴-هیدروکسی تیوزانتون ۹۶	
شکل ۳-۴- ۱-فلوئورو-۴-هیدروکسی تیوزانتون ۹۶	
شکل ۴-۱- طیف‌های جذبی اوراسیل ($10/1 \mu g mL^{-1}$)، سیتوزین ($10/0 \mu g mL^{-1}$) و تیمین ۱۰۰	
(۱۱/۳ $\mu g mL^{-1}$) در $pH=7/0$ و دمای ۲۵ درجه سانتی گراد ۱۰۰	
شکل ۴-۲- منحنی‌های کالیبراسیون تک متغیره جذب بر حسب غلظت (الف) اوراسیل، (ب) سیتوزین و (ج) تیمین ۱۰۱	
شکل ۴-۳- نمودار مقادیر PRESS (حداقل خطای پیشگویی) بر حسب تعداد فاکتورها با استفاده از PCR، PLS و O برای (الف) اوراسیل، (ب) سیتوزین و (ج) تیمین ۱۰۴	
شکل ۴-۴- نمودار غلظت پیشگویی بر حسب غلظت واقعی نمونه‌های سنتزی (الف) اوراسیل، (ب) سیتوزین و (ج) تیمین ۱۰۷	
شکل ۴-۵- (الف) طیف‌های جذبی معمولی استامینوفن ($12/1 \mu g mL^{-1}$) و اسکوربیک اسید ($10/6 \mu g mL^{-1}$) و ب) مشتق طیف جذبی در $pH=7/0$ و دمای ۲۵ درجه سانتی گراد ۱۱۲	
شکل ۴-۶- منحنی‌های کالیبراسیون تک متغیره جذب بر حسب غلظت (الف) استامینوفن و (ب) اسکوربیک اسید ۱۱۴	

شکل ۷-۴- نمودار مقادیر PRESS (حداقل خطای پیشگویی) بر حسب تعداد فاکتور ها با استفاده از PCR (مشتق PCR معمولی •) برای الف) استامینوفن و ب) اسکوربیک اسید.....	۱۱۹
شکل ۸-۴- نمودار مقادیر PRESS (حداقل خطای پیشگویی) بر حسب تعداد فاکتور ها با استفاده از PLS (مشتق PLS □ معمولی ○) برای الف) استامینوفن و ب) اسکوربیک اسید.....	۱۲۰
شکل ۹-۴- نمودار غلظت پیشگویی بر حسب غلظت واقعی نمونه های سنتزی با استفاده از PLS معمولی الف) استامینوفن و ب) اسکوربیک اسید.....	۱۲۵
شکل ۱۰- نمودار غلظت پیشگویی بر حسب غلظت واقعی نمونه های سنتزی با استفاده از PCR معمولی الف) استامینوفن و ب) اسکوربیک اسید.....	۱۲۶
شکل ۱۱-۴- نمودار غلظت پیشگویی بر حسب غلظت واقعی نمونه های سنتزی با استفاده از مشتق PLS الف) استامینوفن و ب) اسکوربیک اسید.....	۱۲۷
شکل ۱۲-۴- نمودار غلظت پیشگویی بر حسب غلظت واقعی نمونه های سنتزی با استفاده از مشتق PCR الف) استامینوفن و ب) اسکوربیک اسید.....	۱۲۸
شکل ۱۳-۴ طیف جذبی 2-H-TX در pH های مختلف در ۲۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۳۴
شکل ۱۴-۴ طیف جذبی 2-H-TX در pH های مختلف در ۳۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۳۴
شکل ۱۵-۴ طیف جذبی 2-H-TX در pH های مختلف در ۴۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۳۵
شکل ۱۶-۴ طیف جذبی 2-H-TX در pH های مختلف در ۵۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۳۵
شکل ۱۷-۴ طیف خالص گونه های شرکت کننده در تعادل تبادل پروتون 2-H-TX-2 درalf() ب) ، ۲۰٪ ، ۳۰٪ ، ج) ۴۰٪ و د) ۵۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۳۷
ادامه شکل ۱۷-۴ طیف خالص گونه های شرکت کننده در تعادل تبادل پروتون 2-H-TX-2 درalf() ب) ، ۲۰٪ ، ۳۰٪ ، ج) ۴۰٪ و د) ۵۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۳۸
شکل ۱۸-۴ نمودار توزیع غلظت گونه های شرکت کننده در تعادل تبادل پروتون 2-H-TX در pH های مختلف درalf() ب) ، ۲۰٪ ، ۳۰٪ ، ج) ۴۰٪ و د) ۵۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۳۹
شکل ۱۹-۴ طیف جذبی 1-Cl-4-H-TX در pH های مختلف در ۲۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۴۱
شکل ۲۰-۴ طیف جذبی 1-Cl-4-H-TX در pH های مختلف در ۳۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۴۱
شکل ۲۱-۴ طیف جذبی 1-Cl-4-H-TX در pH های مختلف در ۴۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۴۲
شکل ۲۲-۴ طیف جذبی 1-Cl-4-H-TX در pH های مختلف در ۵۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۴۲
شکل ۲۳-۴ طیف خالص گونه های شرکت کننده در تعادل تبادل پروتون 1-Cl-4-H-TX درalf() ب) ، ۲۰٪ ، ۳۰٪ ، ج) ۴۰٪ و د) ۵۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۴۳
ادامه شکل ۲۳-۴ طیف خالص گونه های شرکت کننده در تعادل تبادل پروتون 1-Cl-4-H-TX درalf() ب) ، ۲۰٪ ، ۳۰٪ ، ج) ۴۰٪ و د) ۵۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۴۴
شکل ۲۴-۴ نمودار توزیع غلظت گونه های شرکت کننده در تعادل تبادل پروتون 1-Cl-4-H-TX در pH های مختلف درalf() ب) ، ۲۰٪ ، ۳۰٪ ، ج) ۴۰٪ و د) ۵۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۴۵
شکل ۲۵-۴ طیف جذبی 1-Me-4-H-TX در pH های مختلف در ۲۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۴۷
شکل ۲۶-۴ طیف جذبی 1-Me-4-H-TX در pH های مختلف در ۳۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۴۷
شکل ۲۷-۴ طیف جذبی 1-Me-4-H-TX در pH های مختلف در ۴۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۴۸
شکل ۲۸-۴ طیف جذبی 1-Me-4-H-TX در pH های مختلف در ۵۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۴۸
شکل ۲۹-۴ طیف خالص گونه های شرکت کننده در تعادل تبادل پروتون 1-Me-4-H-TX درalf() ب) ، ۲۰٪ ، ۳۰٪ ، ج) ۴۰٪ و د) ۵۰٪ وزنی اتانول در آب.....	۱۴۹

ادامه شکل ۲۹-۴ طیف خالص گونه های شرکت کننده در تعادل تبادل پروتون 1-Me-4-H-TX	۲۰٪ ،
ب) (۳۰٪، ج) ۴۰٪ و ۵٪ وزنی اتانول در آب.	۱۵۰
شکل ۳۰-۴ نمودار توزیع غلظت گونه های شرکت کننده در تعادل تبادل پروتون 1-Me-4-H-TX	در pH های مختلف در(الف) ۲۰٪، ب) ۳۰٪، ج) ۴۰٪ و ۵٪ وزنی اتانول در آب.
شکل ۳۱-۴ طیف جذبی ۱-F-4-H-TX	۱۵۱ در pH های مختلف در ۲۰٪ وزنی اتانول در آب.....
شکل ۳۲-۴ طیف جذبی ۱-F-4-H-TX	۱۵۳ در pH های مختلف در ۳۰٪ وزنی اتانول در آب.....
شکل ۳۳-۴ طیف جذبی ۱-F-4-H-TX	۱۵۴ در pH های مختلف در ۴۰٪ وزنی اتانول در آب.....
شکل ۳۴-۴ طیف جذبی ۱-F-4-H-TX	۱۵۴ در pH های مختلف در ۵۰٪ وزنی اتانول در آب.....
شکل ۳۵-۴ طیف خالص گونه های شرکت کننده در تعادل تبادل پروتون 1-F-4-H-TX	۱۵۶ در (الف) ۲۰٪، ب) ۳۰٪، ج) ۴۰٪ و ۵٪ وزنی اتانول در آب.....
ادامه شکل ۳۵-۴ طیف خالص گونه های شرکت کننده در تعادل تبادل پروتون 1-F-4-H-TX	۱۵۷ در (الف) ۲۰٪، ب) ۳۰٪، ج) ۴۰٪ وزنی اتانول در آب.....
شکل ۳۶-۴ نمودار توزیع غلظت گونه های شرکت کننده در تعادل تبادل پروتون 1-F-4-H-TX	در pH های مختلف در(الف) ۲۰٪، ب) ۳۰٪، ج) ۴۰٪ و ۵٪ وزنی اتانول در آب.....
شکل ۳۷-۴ نمودارتغییرات تابع p ثابت تعادل تبادل پروتون نسبت به تغییرات کسر مولی اتانول(الف)	۱۵۸ 2-H-TX 1-Cl-4-H-TX
ادامه شکل ۳۷-۴ نمودارتغییرات تابع p ثابت تعادل تبادل پروتون نسبت به تغییرات کسر مولی اتانول. ج)	۱۵۹ 1-F-4-H-TX (د) H-TX

فصل اول

مقدمه و تئوری

۱-۱ مقدمه

۱-۱-۱ کمومتریکس^۱

تجزیه آماری و ریاضی داده‌های شیمیایی به طور کلی موضوعی است که تحت عنوان کمومتریکس مطرح می‌شود. به طور کلی هدف کمومتریکس توسعه روش‌های ریاضی و آماری برای استخراج روابط شیمیایی از داده‌های شیمیایی می‌باشد. از مهمترین کاربردهای این علم پیدا کردن روابط کمی بین اندازه‌گیری‌های شیمیایی و خواص ماده، مدل سازی کیفی و طبقه‌بندی رفتار شیمیایی سیستم‌ها می‌باشد. بخش قابل توجه ای از کارهای کمومتریکس مربوط به فرایندهای شیمی تجزیه است که هدف اصلی در آنها اغلب محاسبه کمی غلظت شیمیایی مخلوط‌ها با کمک اندازه‌گیری‌های فیزیکو شیمیایی است [۱].

^۱ Chemometrics

تاریخچه کارهای اولیه کمومتریکس به سال‌های ۱۹۶۹ و سال‌های اول دهه ۷۰ برمی‌گردد. در این سال‌ها جرز^۱، کوالسکی^۲، آیزنهاور^۳ و رایلی^۴ مجموعه مقالاتی، بر روی کاربرد خطی یادگیری ماشینی در طبقه-بندی طیف‌های جرمی با تفکیک کم ارائه دادند [۴-۲]. به علت اینکه در آن زمان کارها حالت کلاسیک داشتند و رایانه‌ها در محاسبات خود از تقریب استفاده می‌کردند این علم چندان مورد توجه شیمی‌دانان قرار نگرفت. در اواخر دهه ۶۰ و اوایل دهه ۷۰ شیمی‌دانان به طور جدی بحث‌های این علم را دنبال کردند و این مصادف با زمانی بود که تجزیه کلاسیک رفته رفته جای خود را به تجزیه دستگاهی می‌داد و دستگاه‌های جمع آوری خودکار اطلاعات و رایانه‌های نسل جدید که دقیق‌تر از سابق کار می‌کردند، بکار گرفته شدند [۵ و ۱]. خلاصه‌ای از کارهای اولیه با اهمیت کمتر در قبل از این دوره از سال ۱۹۰۸ تا سال ۱۹۷۶ توسط گلادی^۵ و اسبنسن^۶ جمع آوری شده است [۶].

دانشمند جوان سوئدی به نام ولد^۷ برای اولین بار نام کمومتریکس را برای این علم انتخاب کرد، همکاری وی با کوالسکی سبب تشکیل انجمن بین المللی کمومتریکس (ICS) در سال ۱۹۷۴ شد. تشکیل انجمن و انتشار خبرنامه کمومتریکس دو عامل موفق در معرفی کمومتریکس در ابتدای کار بودند. هریس^۸ کارهای این دوره را جمع آوری کرده است [۱]. چندین تعریف برای کمومتریکس ذکر شده است. انجمن بین المللی شیمی سنجی، علم کمومتریکس را این چنین تعریف می‌کند:

"کمومتریکس روش‌های ریاضی، آماری، گرافیکی یا نمادین برای بهبود فهم اطلاعات شیمیابی است" [۶].

¹ Jurs

² Kowalski

³ Isenhour

⁴ Reilly

⁵ Geladi

⁶ Esbensen

⁷ S. Wold

⁸ Hirsch

در سال ۱۹۶۶، ولد نشان داد که روش‌های تجزیه چند متغیره مانند حداقل مربعات جزیی^۱ (PLS) و رگرسیون مولفه‌های اصلی^۲ (PCR) می‌توانند در زمینه‌های مختلف شیمی مانند شیمی تجزیه، شیمی فیزیک، شیمی کلینیکی و کنترل فرایندهای صنعتی مورد استفاده قرار گیرند. او مفاهیم PCR و PLS را مورد بحث قرار داد [۷] و [۸].

در سال ۱۹۸۳ ولد و همکارانش، کاربردهای PLS در شیمی را مورد بررسی قرار دادند [۹ و ۸]. مقالات زیادی در مورد PLS ارائه شده، ولی در اکثر آنها الگوریتم و تئوری به خوبی بیان نشده است.

در سال ۱۹۸۶ مقاله‌ای توسط کوالسکی و گلادی ارائه شد در آن علاوه بر PLS، روش‌های تجزیه مولفه‌های اصلی^۳ (PCA)، رگرسیون چند متغیره خطی^۴ (MLR) و رگرسیون مولفه‌های اصلی (PCR) نیز مورد بحث قرار گرفته بودند، همگی در فهم PLS کمک می‌کردند [۱۰].

در سال ۱۹۸۷، بیب^۵ و کوالسکی سه روش PCR و PLS را مورد بررسی قرار دادند. هدف آنها ایجاد نگرشی در بین شیمیدان‌ها بود تا بتوانند از تکنیک‌های آماری مناسب جهت کاربردهای مورد نظر و پردازش داده‌ها استفاده کنند [۱۱].

در سال ۱۹۸۸، هالند^۶ و توماس^۷ روش PLS را با روش‌هایی همانند کمترین مربعات کلاسیک^۸ (CLS)، کمترین مربعات معکوس^۹ (ILS) و PCR مقایسه کردند [۱۲]. آنها PLS را شامل ترکیبی از مراحل CLS و ILS ساده شده، معرفی کردند. چگونگی به دست آوردن اطلاعات کیفی از طیف‌ها و آشنایی با جزئیات

¹ Partial Least Squares

² Principal Component Regression

³ Principal Component Analysis

⁴ Multiple Linear Regression

⁵ Beebe

⁶ Haaland

⁷ Thomas

⁸ Classical Least Squares

⁹ Inverse Least Squares

الگوریتم PLS مفید است. در این مقاله روش‌هایی برای انتخاب تعداد بردارهای بار^۱ بهینه برای مدل PLS و PCR با کمترین مقدار بیش برازش^۲ ارائه شده است [۱۲].

در سال ۱۹۹۰ هالند و توomas روش‌های کالیبراسیون چند متغیره را برای تجزیه کمی طیف‌ها با یکدیگر مقایسه کردند. طبق بررسی‌های انجام شده در این مقاله از آنجا که کالیبراسیون چند متغیره توانسته است دقت و کاربرد تجزیه‌های کمی را بالا ببرد در تجزیه طیف‌ها مفید است [۱۳].

در سال ۱۹۹۳ کوالسکی و همکارانش کاربرد روش‌های کالیبراسیون چند متغیره در شیمی را مورد بررسی قرار دادند [۱۴]. در همان سال جانگ^۳ الگوریتم‌های PLS متفاوتی را با یکدیگر مقایسه و الگوریتم PLS^۴ را به جای SIMPLS^۵ ارائه کرد [۱۵].

در سال ۱۹۹۵ مقایسه‌ای کلی توسط ماسارت^۶ و همکارانش روی الگوریتم‌های قوی^۷ و نیمه قوی^۸ انجام شد که در آن سه الگوریتم قوی PLS با هم مقایسه شده است [۱۶]. گوستاسون^۹ در سال ۲۰۰۱ با پیشنهاد الگوریتمی مشتق از روش PLS، الگوریتم PLS را بهبود بخشید، استفاده از این الگوریتم در مواردی که چند پاسخ عمومی داشته باشیم مفید است و دیگر نیازی به استفاده از رابطه داخلی نیست [۱۷].

۱-۲-۲ آنالیز فاکتوری^{۱۰}

امروزه کمومتریکس در جنبه‌های مختلف شیمی مورد استفاده قرار گرفته است که برخی از آن‌ها عبارتند از: پردازش سیگنال، طراحی آزمایش‌ها، بهینه کردن شرایط، دسته‌بندی، تجزیه و تحلیل نتایج و شناخت

¹ Loading

² Over fit

³ Jong

⁴ SIMPLS: an alternative approach to partial least squares regression

⁵ Massart

⁶ Reweighted

⁷ Biweighte mean

⁸ Gustasson

⁹ Factorial analysis

الگوها^۱ [۱۸و۱۹] در بین روش‌های مختلف کمومتریکس، روش‌های آنالیز فاکتوری جزء مهمترین روش‌ها هستند. این روش‌ها در ابتدا توسط دانشمندان علوم رفتاری بوجود آمدند. حل مسائل با استفاده از روش‌های آنالیز فاکتوری در سال‌های اولیه با شکست مواجه شد که علت آن استفاده از یکسری تقریب‌ها و ساده‌سازی‌های مربوط به دوران ما قبل اطلاعات الکترونیکی و رایانه بود پیشرفت در زمینه علوم رایانه ای سبب حذف تقریب‌ها و تحقق روش‌های آنالیز فاکتوری در همه علوم گردید.

از بین تعریف‌های مختلفی که برای آنالیز فاکتوری وجود دارد، تعریف زیر می‌تواند در برگیرنده اهداف این روش باشد: آنالیز فاکتوری یک روش چند متغیره برای کاهش ابعاد داده‌ها به حداقل ابعاد ممکن است. کاهش ابعاد از طریق تبدیل فضای اولیه داده‌ها به فضایی با فاکتورهای اوتونوگونال صورت می‌گیرد بطوری‌که فاکتورهای این فضا طی فرآیند تبدیل به متغیرهای قابل شناسایی از سیستم تبدیل می‌شوند.

آنالیز فاکتوری به ما کمک می‌کند که به یکسری سوالات بنیادی اعم از اینکه پاسخ ثبت شده از چند گونه ناشی شده و یا اینکه پارامتر مربوط به این گونه‌ها از نظر فیزیکی دارای مقادیر معنی داری هستند یا خیر، پاسخ دهیم. داده‌هایی که دارای پیچیدگی بالایی هستند، با استفاده از این روش‌ها قابل بررسی می‌باشند زیرا آنالیز فاکتوری روشی چند متغیره است و توانایی بررسی پاسخ‌هایی را که تحت تاثیر تعداد زیادی فاکتور هستند را بطور همزمان دارا می‌باشد و در مورد سیستم‌هایی که اطلاعات اولیه ما از آن‌ها بسیار اندک است با اعتبار خوبی قابل بکارگیری می‌باشند. روش‌های آنالیز فاکتوری نه تنها به شرح سیستم کمک می‌کنند، بلکه نحوه ذخیره و جمع‌آوری اطلاعات را نیز تعیین می‌کنند. در همه روش‌هایی که براساس آنالیز فاکتوری هستند دو هدف عمده دنبال می‌شود که این اهداف عبارتند از:

الف) تحلیل مولفه‌های اصلی (PCA)

بوسیله این روش آرایه داده‌ها به بردارهای ویژه و مقادیر ویژه تفکیک می‌شوند.

^۱ *Pattern recognition*

ب) برقراری ارتباط بین گونه اصلی و مفاهیم شیمیایی: این مرحله که از مهمترین مراحل آنالیز فاکتوری می باشد شامل تبدیل فاکتورهای اصلی به مفاهیم فیزیکی و شیمیایی است این کار می تواند از طریق ضرب کردن فاکتورها در یک آرایه یا بردار تبدیل و چرخش فاکتورها در فضا انجام شود [۲۰-۲۳].

۱-۱-۳ مراحل مختلف در روش‌های آنالیز فاکتوری

۱-۱-۳-۱ آماده سازی داده‌ها

در این مرحله داده‌های اولیه در یک ساختار مستطیل شکل بصورت یک آرایه^۱ مرتب می‌شوند، بطوریکه یک آرایه حاوی یک سری اطلاعات در راستای افقی (سطرها) و عمودی (ستون‌ها) می باشد.

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1e} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{r1} & \dots & x_{re} \end{pmatrix} \quad (1-1)$$

انواع مختلفی از آرایه‌ها را می‌توان طراحی کرد:

- ۱ - آرایه variable-object: مقادیر جذب در طول موج‌های مختلف برای محلول‌های مختلف
- ۲ - آرایه object-object: داده‌های کروماتوگرافی مربوط به گونه‌های مختلف در حلال‌های مختلف
- ۳ - آرایه variable-variable : مانند طیف جذب و نشر فلورسانس یک گونه کمیتی که در راستای سطر یک آرایه تغییر می‌کند، باید نسبت به کمیتی که در راستای ستون‌های همان آرایه در حال تغییر است، دارای خاصیت استقلال خطی^۲ باشد. چنین خاصیتی در آرایه‌های دوبعدی (که دارای دو متغیر مستقل در حال تغییر هستند) خاصیت bilinearity نامیده می‌شود.

¹ matrix

² Linearity

برقراری چنین خاصیتی، شرط لازم برای تحقق روش‌های آنالیز فاکتوری بوده و به شخص این امکان را می‌دهد که پارامتر مورد نظر را در امتداد سطر و یا ستون، بطور مستقل از هم تغییر دهد. آرایه‌هایی که به ترتیب ذکر شده، تشکیل می‌شوند، در راستای سط्रی و ستونی دارای مفاهیم مشخصی هستند اندازه آرایه‌ها نیز دارای اهمیت است معمولاً برای سیستم‌های ناشناخته سعی می‌شود، بزرگ‌ترین آرایه که حاوی بیشترین اطلاعات از سیستم است را ثبت کرد. در این مرحله ممکن است در صورت لزوم، بسته به نوع روشی که برای آنالیز استفاده می‌شود، یکسری عملیات اولیه روی آرایه انجام شود. عنوان مثال استاندارد کردن برای حالتی به کار می‌رود که داده‌های سطرهای و یا ستون‌های مختلف بزرگی‌های متفاوتی داشته باشند. یا به عبارت دیگر دارای دیمانسیون‌های مختلف باشند و یا هنگامی که لگاریتم یک کمیت با کمیت دیگر رابطه خطی داشته باشد ناگزیر از تبدیل لگاریتمی هستیم. سایر روش‌ها شامل نرمال کردن، محاسبه کوواریانس^۱ آرایه و انتقال میانگین به مرکز نیز ممکن است در موقع لزوم بکار گرفته شوند.

کوواریانس آرایه: حاصلضرب ترانهاده یک آرایه در آرایه اولیه، آرایه کوواریانس نامیده می‌شود که آرایه ای مربع است در حالی که ممکن است آرایه اولیه مربع نباشد. اگر آرایه اولیه دارای ابعاد $r \times c$ باشد آرایه کوواریانس دارای ابعاد $c \times c$ خواهد بود. ترانهاده یک آرایه (X^T) از تبدیل سطرهای یک آرایه به ستون-هاییش بدست می‌آید.

$$Z = X^T X \quad (2-1)$$

حاصلضرب آرایه در ترانهاده اش نیز همان مفهوم آرایه کوواریانس را دارد، با این تفاوت که ابعاد آرایه حاصل $R \times R$ بوده و مفهوم استخراج شده از چنین آرایه‌ای، با آرایه قبلی تفاوت خواهد داشت [۲۰-۲۳].

$$Z = X X^T \quad (3-1)$$

¹ Covariance

۱-۳-۲ فرآوری داده‌ها

فرآوری داده‌ها یک روش کاملاً ریاضی بوده بطوریکه از اطلاعات شیمیایی مربوط به گونه‌ها استفاده نمی‌شود. این بخش شامل دو مرحله است: مرحله اول یافتن مولفه‌ها و مرحله دوم تعیین تعداد مولفه‌های اصلی و حذف مولفه‌های کم اهمیت که سهم مهمی در تولید پاسخ ثبت شده ندارند. تعیین مولفه‌های اصلی براساس تجزیه و تحلیل های ویژه‌مقداری است که منجر به محاسبه ویژه‌مقدارها و ویژه‌بردارها می‌شود. ویژه‌مقدار مربع واریانس است. این بردارهای ویژه یکسری بردارهای اورتونرمال هستند. معروفترین روش‌هایی که توانایی استخراج ویژه‌بردارها و ویژه‌مقدارها را دارا می‌باشند، به این شرح است:

۱- روش جاکوبی^۱

۲- تجزیه مقادیر تکینه^۲ (SVD)

۳- نیپالس^۳

البته ممکن است ترکیبی از روش‌های فوق نیز برای بدست آوردن مولفه‌های اصلی بکار گرفته شود مثلًا استفاده از الگوریتم NIPALS با استفاده از الگوریتم SVD روشنی قدرتمند برای تحقق هدف یاد شده می‌باشد. نام دیگر تجزیه و تحلیل ویژه‌مقداری، تحلیل مولفه‌های اصلی (PCA) و یا تحلیل فاکتورهای اصلی^۴ (PFA) است که چون فاکتور در شیمی دارای معنی خاصی است نام دوم یعنی تحلیل فاکتورهای اصلی (PFA) توصیه نمی‌شود.

اگر داده‌های اولیه بدون خطای تجربی باشند، تعداد مولفه‌های اصلی بدست آمده از PCA و یا هر یک از روش‌های مشابه برابر با تعداد گونه‌های شیمیایی تولید کننده پاسخ ثبت شده در آرایه می‌باشد. الگوریتم PCA بردارهای ویژه را محاسبه می‌کند همچنین می‌توان اهمیت نسبی هر کدام از بردارهای ویژه را با توجه به مقادیر ویژه آنها تخمین زد

¹ Jacobi Method

² Singular Value Decomposition

³ NIPALS

⁴ Principal Factor Analysis