بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه الزهراء (س)

دانشکده فیزیک شیمی

پایان نامه

جهت اخذ درجه دکتری

رشته فیزیک

عنوان

بررسی اثر افت و خیز بار غبار بر امواج در پلاسمای غباری

استاد راهنما

دکتر محمود رضا روحانی

دانشجو

مینا جمشیدی

دی ۱۳۹۳

دانشگاه الزهراء (س)

دانشکده فیزیک شیمی

پایان نامه

جهت اخذ درجه دکتری

رشته فیزیک

عنوان

بررسی اثر افت و خیز بار غبار بر امواج در پلاسمای غباری

استاد راهنما

دکتر محمود رضا روحانی

استاد مشاور

دکتر حسین حکیمی پژوه

دانشجو

مینا جمشیدی

دی ۱۳۹۳

کلیه دستاوردهای این تحقیق متعلق به
دانشگاه الزهرا(س) است.

چکیده

با استفاده از نظریه ی جنبشی، اثر افت و خیز بار غبار بر امواج پلاسمای غباری همگن مورد بررسی قرار می گیرد. بار اولیه ی غبار منفی و تابع توزیع سرعت ذرات پلاسما در حالت تعادل ماکسولی در نظر گرفته می شود. در پلاسمای غباری، نوسان موج منجر به افت و خیز بار غبار می گردد که بر امواج پلاسما تاثیر گذار است. در نظر گرفتن برخورد های ناکشسان ذرات پلاسما به ذرات غبار سبب می شود که امواج متاثر از افت و خیز ناشی از برخورد ناکشسان باشند. ثابت می شود که افت و خیز بار غبار ناشی از نوسان موج موجب میرایی امواج غبار یون صوت در حد طول موج های بلند، رشد آن ها در حد طول موج های کوتاه و رشد امواج لانگمیر می شود. همچنین افت و خیز ناشی از برخورد ناکشسان باعث میرایی امواج لانگمیر و غبار یون صوت می گردد. در پلاسمای مغناطیده، دو مد الکترومغناطیسی منتشر شده در راستای میدان مغناطیسی خارجی با فرکانس کم تر از فرکانس سیکلوترونی یونی تولید می شوند. افت و خیز ناشی از نوسان موج تاثیری بر این دو مد ندارد و افت و خیز ناشی از برخورد های ناکشسان موجب میرایی آن ها می گردد. افزایش اندازه ی غبار و نسبت چگالی بار غبار به چگالی الکترون ها باعث می شود که اثرات افت و خیز بار غبار بر امواج پلاسمای غباری نیز افزایش یابد. همچنین با استفاده از چگالی طیفی افت و خیزها به بررسی افت و خیز های طبیعی ذرات و افت و خیز بار غبار پرداخته می شود. با بررسی چگالی طیفی افت و خیزها ، مد های ویژه سیستم مشخص می شوند به طوری که به ازا این مد های ویژه، چگالی طیفی افت و خیزها دارای بیشترین مقدار است و حضور ذرات غبار موجب کاهش دامنه ی آن می گردد.

فهرست مطالب

فصل ۱

مقدمه ۱

فصل۲

تابع همبستگی فضایی-زمانی ۳

۲-۱ پلاسمای نا همسانگرد ۵

۲-۲ پلاسمای همسانگرد ۷

فصل۳

افت و خیز بار غبار ۱۰

۳-۱ افت و خیز بار غبار ناشی از نوسان موج ۱۱

۳-۱-۱ پلاسمای غیر مغناطیده ۱۴

۳-۱-۲ پلاسمای مغناطیده ۱۶

۳-۲ افت و خیز بار غبار ناشی از برخورد ناکشسان ذرات پلاسما به ذرات غبار ۱۸

۳-۲-۱ پلاسمای غیر مغناطیده ۲۲

۳-۲-۲ پلاسمای مغناطیده ۲۳

فصل۴

۴-۱ افت و خیز بار غبار ناشی از نوسان موج ۲۷

۴-۱-۱ اثر افت و خیز بار غبار ناشی از نوسان موج بر امواج غبار یون صوت در پلاسمای یون-الکترون ۲۹
۴-۱-۲ اثر افت و خیز بار غبار ناشی از نوسان موج بر امواج غبار یون صوت در پلاسمای یون-الکترون-پوزیترون ۳۶
۴-۱-۳ اثر افت و خیز بار غبار ناشی از نوسان موج بر امواج لانگمیر در پلاسمای یون-الکترون ۴۳
۴-۲ افت و خیز بار غبار ناشی از برخورد ناکشسان ذرات پلاسما به ذرات غبار ۴۷
۴-۲-۱ اثر افت و خیز بار غبار ناشی از برخورد ناکشسان بر امواج غبار یون صوت ۴۸
۴-۲-۲ اثر افت و خیز بار غبار ناشی از برخورد ناکشسان بر امواج لانگمیر ۵۰
۴-۳ توزیع طیفی افت و خیز چگالی بار با در نظرگرفتن افت و خیز بار غبار ۵۲
۴-۴ اثر افت و خیز بار غبار بر امواج الکترومغناطیس در پلاسمای مغناطیده ۵۹
۴-۴-۱ افت و خیز بار غبار ناشی از نوسان موج ۶۰
۴-۴-۲ افت و خیز ناشی از برخورد ناکشسان ۶۴
۴-۴-۳ توزیع طیفی افت و خیز میدان الکتریکی در پلاسمای مغناطیده ۷۱
فصل۵
نتیجه گیری و پیشنهادات ۷۵
فهرست منابع و مآخذ ۷۸
پیوست ۸۱

فهرست شکل ها

شکل ۴-۱ ..... ۳۳

شکل ۴-۲ ..... ۳۴

شکل ۴-۳ ..... ۳۵

شکل ۴-۴ ..... ۳۵

شکل ۴-۵ ..... ۳۹

شکل ۴-۶ ..... ۴۰

شکل ۴-۷ ..... ۴۱

شکل ۴-۸ ..... ۴۲

شکل ۴-۹ ..... ۴۳

شکل ۴-۱۰ ..... ۴۶

شکل ۴-۱۱ ..... ۴۶

شکل ۴-۱۲ ..... ۵۰

شکل ۴-۱۳ ..... ۵۲

شکل ۴-۱۴ ..... ۵۵

شکل ۴-۱۵ ..... ۵۵

شکل ۴-۱۶ ..... ۵۷

شکل ۴-۱۷ ..... ۵۷
شکل ۴-۱۸ ..... ۵۸
شکل ۴-۱۹ ..... ۵۸
شکل ۴-۲۰ ..... ۶۹
شکل ۴-۲۱ ..... ۷۰
شکل ۴-۲۲ ..... ۷۳
شکل ۴-۲۳ ..... ۷۳
شکل ۴-۲۴ ..... ۷۴

فصل ۱

مقدمه

حضور ذرات غبار در پلاسما، محیطی را بوجود می آورد که پلاسمای غباری نامیده می شود و در محیط های مختلف فضایی از جمله فضای بین سیاره ای، ستاره ی دنباله دار، حلقه های سیارات، اتمسفر زمین و ... و همین طور در دستگاه های آزمایشگاهی و فرآیند های صنعتی یافت می شود. وجود ذرات غبار در محیط پلاسما سبب باردار شدن این ذرات می گردد؛ ذرات غبار بر اثر فرآیند های متفاوتی باردار می شوند، از جمله ی این فرآیند ها، جریان های پلاسمایی است که به سطح غبار می رسند و پس از مدت زمانی که وابسته به دما و چگالی ذرات پلاسما و مشخصات غبار است، بار غبار به تعادل می رسد. تفاوت پلاسمای غباری با پلاسمای چند مولفه ای در این است که بار غبار می تواند افت و خیز کند. در بررسی برخی از پدیده های پلاسمای غباری، زمان تحلیل پدیده کوتاه تر از زمان به تعادل رسیدن بار روی غبار است. بنابراین افت و خیز بار غبار نیز باید در نظر گرفته شود. تغییرات بار غبار یا ناشی از تغییر پتانسیل روی غبار بر اثر نوسان موج است که سبب تغییر بار روی غبار می گردد و یا ناشی از برخورد ناکشسان ذرات پلاسما به ذرات غبار می باشد. در نظر گرفتن تغییرات بار غبار بر امواج پلاسمای غباری می تواند تاثیر گذار باشد.

در هر محیط فیزیکی، ذراتی که حرکات کاتوره ای دارند، حول مقدار میانگینشان افت و خیز می کنند که با استفاده از توزیع طیفی افت و خیز ها، میزان این افت و خیز ها را می توان بررسی نمود. با تحلیل توزیع طیفی در محیط مورد بررسی می توان تشخیص داد که بیشترین مقدار افت و

خیز ها تحت چه عواملی اتفاق می افتد. تحقیقات نشان می دهند که بیشترین میزان افت و خیز در مد های ویژه ی سیستم وجود دارد و هر چه عوامل موثر بر میرایی مد کمتر باشد، دامنه ی توزیع طیفی مقدار بیشتری دارد. در پلاسمای غباری با در نظر گرفتن تغییرات بار ذرات غبار با استفاده از توزیع طیفی علاوه بر افت و خیز طبیعی ذرات پلاسما، افت و خیز بار غبار را نیز می توان بررسی نمود.

در این پایان نامه در پلاسمای غباری همگن با صرف نظر کردن از برخوردهای ذرات پلاسما با یکدیگر و با ذرات خنثی، اثر افت و خیز بار غبار بر امواج پلاسما با استفاده از نظریه ی جنبشی مورد بررسی قرار می گیرد. پلاسما در دو حالت غیر مغناطیده و مغناطیده فرض می شود. تانسور دی الکتریک پلاسما با در نظر گرفتن افت و خیز های بار غبار مورد تحلیل قرار می گیرد. با استفاده از توزیع طیفی، افت و خیز طبیعی سیستم و همین طور افت و خیز بار غبار بررسی می شوند. در فصل ۲، توزیع طیفی افت و خیز ها معرفی می شود و روابط مربوط به پلاسمای همسانگرد و ناهمسانگرد بدست می آیند. روابط کلی مربوط به اثرات افت و خیز بار غبار بر امواج الکتروستاتیک و الکترومغناطیس در پلاسماهای غباری مغناطیده و غیر مغناطیده در فصل ۳ بدست می آیند. در فصل ۴، اثر افت و خیز بار غبار بر امواج لانگمیر، غبار یون صوت و آلفن مورد تحلیل قرار می گیرد. فصل ۵ شامل نتیجه گیری و پیشنهادات است.

فصل ۲

تابع همبستگی فضایی-زمانی

در حالت تعادل هر کمیت فیزیکی از مقدار میانگینش می تواند منحرف شود. این انحراف از مقدار میانگین، افت و خیز کمیت فیزیکی نامیده می شود. بنابراین حرکات کاتوره ای ناشی از سرعت حرارتی ذرات پلاسما سبب ایجاد افت و خیز ها در محیط پلاسما می گردد. برای بررسی این افت و خیز ها از تابع همبستگی فضایی-زمانی[۱] استفاده می شود که با میانگین گیری آنسامبلی بدست آمده است. اگر محیط همگن در فضا و زمان باشد، تابع همبستگی فضایی- زمانی کمیت ها را به صورت زیر می توان محاسبه نمود[۲] (به عنوان نمونه، تابع همبستگی فضایی- زمانی افت و خیزهای چگالی جریان در نظر گرفته شده است)،

$$\left\langle J_i\, J_j \right\rangle_{t,\vec{r}} = \left\langle J_i\left(t_1, \vec{r}_1\right) J_j\left(t_2, \vec{r}_2\right)\right\rangle \qquad (۱-۲)$$

که در آن $t = t_2 - t_1$ اختلاف زمانی و $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ اختلاف مکانی هستند، $J(\vec{r}, t)$ حقیقی فرض شده است ولی مقدار میانگینش صفر می باشد. $\langle \ldots \rangle$ میانگین گیری آنسامبلی است.

---

[1] A space-time correlation function

[2] Akhiezer, I. A., Polovin, R. V., Sitenko, A. G., and Stepanov, K. N. (1975). *Plasma Electrodynamics*, New York: Pergamon Press.

Alexandrov, A.F., Bogdankevich, L.S., and Rukhadze, A.A. (1984). " *Principles of Plasma Electrodynamics"*. Springer- New York

Sitenko, A. G. (1989) *Fluctuation and Non-Linear Wave Interactions in Plasmas,* Oxford: Preg Press, Chap. 6.

به علت این که پلاسما همگن فرض شده است، از تبدیل فوریه می توان استفاده کرد و چگالی طیفی تابع همبستگی[1] را توصیف نمود.

$$\left\langle J_i\, J_j \right\rangle_{\omega,\vec{k}} = \int dt\, dr\, e^{i\omega t - i\vec{k}.\vec{r}} \left\langle J_i\, J_j \right\rangle_{t,\vec{r}} \qquad (۲-۲)$$

که ω فرکانس و $\vec{k}$ بردار موج هستند. کمیت $\left\langle J_i\, J_j \right\rangle_{\omega,\vec{k}}$ چگالی طیفی افت و خیز های[2] چگالی جریان نیز نامیده می شود. این جریان افت و خیز کننده سبب تولید میدان الکتریکی خود سازگار $\vec{E}$ می شود که از طریق رابطه ی زیر قابل محاسبه است.

$$\left[k^2\, \delta_{ij} - k_i\, k_j - \frac{\omega^2}{c^2}\, \varepsilon_{ij}(\omega,k) \right] E_j(\omega,k) = \Lambda_{ij}(\omega,k) E_j(\omega,k) = \frac{4\pi i \omega}{c^2} \sum_{\alpha} J_i^{\alpha 0}(\omega,k) \qquad (۳-۲)$$

که ε_{ij} تانسور دی الکتریک پلاسما، δ_{ij} دلتای کرونکر و c سرعت نور هستند. بنابراین چگالی طیفی افت و خیز های میدان الکتریکی در سیستم با برهمکنش مرتبه ی اول برابر می شود با

$$\left\langle E_i\, E_j \right\rangle_{\omega,\vec{k}} = \frac{16\pi^2\omega^2}{c^4} \Lambda^{*-1}_{ik}(\omega,\vec{k}) \Lambda^{-1}_{jl}(\omega,\vec{k}) \sum_{\alpha} \left\langle J_k^{\alpha}\, J_l^{\alpha} \right\rangle^0_{\omega,\vec{k}} \qquad (۴-۲)$$

که $\left\langle J_k^{\alpha}\, J_l^{\alpha} \right\rangle^0$ چگالی طیفی افت و خیز چگالی جریان در سیستم غیر برهمکنشی است. چگالی جریان در سیستم با برهمکنش مرتبه ی اول $J_i^{\alpha} = J_i^{\alpha 0} + J_i^{sc}$ را نیز می توان بدست آورد که $J_i^{\alpha 0}$ ناشی از افت و خیز ها است و به عنوان جریان خارجی در معادله ی (۲-۳) قرار داده شده است و J_i^{sc} جریان خود سازگار می باشد که از طریق رابطه ی زیر به میدان الکتریکی خود سازگار مرتبط است.

[1] a spectral density of the correlation function
[2] a spectral density of the fluctuations

$$J_i^{sc} = \frac{\omega}{4\pi i}(\varepsilon_{ij} - \delta_{ij})E_j \qquad (۵-۲)$$

بنابراین J_i^{α} برابر می شود با

$$J_i^{\alpha} = J_i^{\alpha 0} + \frac{\omega^2}{c^2}(\varepsilon_{ij} - \delta_{ij})\Lambda_{j\mu}^{-1}\sum_{\beta} J_{\mu}^{\beta 0} \qquad (۶-۲)$$

این رابطه نشان می دهد که با استفاده از چگالی جریان سیستم غیر برهمکنشی، چگالی جریان سیتم با برهمکنش مرتبه ی اول را می توان محاسبه نمود.

۲-۱ پلاسمای نا همسانگرد

حضور میدان مغناطیسی خارجی در پلاسما سبب می شود که پلاسما ناهمسانگرد شود. چگالی طیفی افت و خیز چگالی بار $\left\langle \rho^2 \right\rangle_{\omega,\vec{k}}^0$ و چگالی جریان $\left\langle J_i J_j \right\rangle_{\omega,\vec{k}}^0$ برای ذرات غیر برهمکنشی در پلاسمای نا همسانگرد برابر هستند با[1]

$$\left\langle \rho^{\alpha^2} \right\rangle_{\omega,\vec{k}}^0 = 2\pi q_{\alpha}^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int dp^3 f_{\alpha 0}(p) J_n\left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_{c\alpha}}\right) \delta(\omega - n\omega_{c\alpha} - k_z v_z) \qquad (۷-۲)$$

$$\left\langle J_i^{\alpha} J_j^{\alpha} \right\rangle_{\omega,\vec{k}}^0 = 2\pi q_{\alpha}^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int dp^3 f_{\alpha 0}(p) \Pi_{ij}^n \delta(\omega - n\omega_{c\alpha} - k_z v_z) \qquad (۸-۲)$$

که $f_0(p)$ تابع توزیع سرعت و q بار الکتریکی ذرات می باشند. میدان مغناطیسی ثابت خارجی B_0 در جهت محور $\hat{z}$ در نظر گرفته شده است (منظور از علامت $\perp$، عمود بر میدان مغناطیسی

[1] Alexandrov, A.F., Bogdankevich, L.S., and Rukhadze, A.A. (1984). " *Principles of Plasma Electrodynamics"*. Springer- New York

است). $\omega_c = eB_0/mc$ فرکانس سیکلوترونی می باشد و J_n تابع بسل مرتبه ی n است. Π_{ij}^{n} از رابطه ی زیر بدست می آید،

$$\Pi_{ij}^{(n)} = \begin{bmatrix} \frac{v_\perp^2 n^2}{b_\alpha^2} J_n^2 & \frac{iv_\perp^2 n}{b_\alpha} J_n J_n' & \frac{v_\perp v_z n}{b_\alpha} J_n^2 \\ -i\frac{v_\perp^2 n J_n J_n'}{b_\alpha} & v_\perp^2 J_n'^2 & -iv_\perp v_z J_n J_n' \\ \frac{v_\perp v_z n}{b_\alpha} J_n^2 & iv_\perp v_z J_n J_n' & v_z^2 J_n^2 \end{bmatrix} \qquad (۹-۲)$$

که در آن ضریب b_α برابر است با

$$b_\alpha = \frac{k_\perp v_\perp}{\omega_{c\alpha}} \qquad (۱۰-۲)$$

با توجه به رابطه ی قسمت پاد هرمیتی تانسور دی الکتریک

$$\varepsilon_{ij}^{\alpha a}\left(\omega,\vec{k}\right) = \frac{i}{\omega T_\alpha} 4\pi^2 q^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int dp^3 f_{\alpha 0}(p) \Pi_{ij}^{n} \delta\left(\omega - n\omega_c - k_z v_z\right) \qquad (۱۱-۲)$$

می توان نتیجه گرفت که چگالی طیفی افت و خیز چگالی جریان متناسب با قسمت پاد هرمیتی تانسور دی الکتریک پلاسما است.

$$\left\langle J_i^\alpha J_j^\alpha \right\rangle_{\omega,\vec{k}}^{0} = -\frac{i\omega T_\alpha}{2\pi} \varepsilon_{ij}^{\alpha a}\left(\omega,\vec{k}\right) \qquad (۱۲-۲)$$

که در آن T_α انرژی حرارتی ذره ی نوع α می باشد. با استفاده از رابطه ی (۲-۴) چگالی طیفی افت و خیز های میدان الکتریکی در پلاسمای ناهمسانگرد را می توان بدست آورد.

$$\left\langle E_i E_j \right\rangle_{\omega,\vec{k}} = i\frac{4\pi\omega T}{c^2}\left[\Lambda_{ij}^{*-1} - \Lambda_{ji}^{-1}\right] \qquad (۱۳-۲)$$

بنابراین چگالی طیفی افت و خیز های چگالی بار و چگالی جریان از روابط زیر بدست می آیند،

$$\left\langle \rho^2 \right\rangle_{\omega,\vec{k}} = \frac{\omega T}{2\pi c^2} \operatorname{Im} \sum_{i,j} k_i \Lambda^{*-1}_{ij} k_j \qquad (۱۴-۲)$$

$$\left\langle J_i J_j \right\rangle_{\omega,\vec{k}} = i \frac{c^2 T}{4\pi\omega} \Lambda^0_{iv} [\Lambda^{-1}_{v\mu} - \Lambda^{*-1}_{\mu v}] \Lambda^0_{\mu j} \qquad (۱۵-۲)$$

که Λ^0_{ij} برابر است با

$$\Lambda^0_{ij} = k^2 \delta_{ij} - k_i k_j - \frac{\omega^2}{c^2} \delta_{ij} \qquad (۱۶-۲)$$

به دلیل این که Λ^{-1}_{ij} متناسب با عکس رابطه ی پاشندگی Λ است،

$$\Lambda = \left| k^2 \delta_{ij} - k_i k_j - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) \right| \qquad (۱۷-۲)$$

چگالی طیفی افت و خیز ها به ازا $\Lambda = 0$ بیشترین مقدار را دارد. یعنی در ویژه مد های سیستم، بیشترین مقدار افت و خیز وجود دارد.

۲-۲ پلاسمای همسانگرد

در پلاسمای همسانگرد جهت ارجعی در فضا وجود ندارد، در نتیجه هر کمیت را به مؤلفه های طولی و عرضی می توان تقسیم نمود.

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) = \frac{k_i k_j}{k^2} \varepsilon^{lo}(\omega, \vec{k}) + \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \varepsilon^{tr}(\omega, \vec{k}) \qquad (۱۸-۲)$$

$$\Lambda_{ij}(\omega, \vec{k}) = -\frac{\omega^2}{c^2} \frac{k_i k_j}{k^2} \varepsilon^{lo}(\omega, \vec{k}) + \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon^{tr}(\omega, \vec{k}) \right) \qquad (۱۹-۲)$$

که $\varepsilon^{lo}(\omega, \vec{k})$ و $\varepsilon^{tr}(\omega, \vec{k})$ به ترتیب گذردهی دی الکتریک طولی و عرضی هستند.

چگالی طیفی افت و خیز های چگالی بار $\left\langle \rho^2 \right\rangle^0_{\omega,\vec{k}}$ و چگالی جریان $\left\langle J_i\, J_j \right\rangle^0_{\omega,\vec{k}}$ برای ذرات غیر برهمکنشی در پلاسمای همسانگرد از روابط زیر بدست می آیند،

$$\left\langle \rho^{\alpha^2} \right\rangle^0_{\omega,\vec{k}} = 2\pi q_\alpha^2 \int dp^3\, f_{\alpha 0}(p)\delta\left(\omega - \vec{k}.v\right) \qquad (۲۰\text{-}۲)$$

$$\left\langle J_i^\alpha\, J_j^\alpha \right\rangle^0_{\omega,\vec{k}} = 2\pi q_\alpha^2 \int dp^3 v_i\, v_j\, f_{\alpha 0}(p)\delta\left(\omega - \vec{k}.v\right) \qquad (۲۱\text{-}۲)$$

در پلاسمای همسانگرد نیز مانند پلاسمای ناهمسانگرد، چگالی طیفی افت و خیز های چگالی جریان متناسب با قسمت پاد هرمیتی تانسور دی الکتریک پلاسما است.

$$\left\langle J_i^\alpha\, J_j^\alpha \right\rangle^0_{\omega,\vec{k}} = -\frac{i\omega T_\alpha}{2\pi}\varepsilon_{ij}^{\alpha a}\left(\omega,\vec{k}\right) \qquad (۲۲\text{-}۲)$$

که قسمت پاد هرمیتی تانسور دی الکتریک در پلاسمای غیر مغناطیده برابر است با

$$\varepsilon_{ij}^{\alpha a}\left(\omega,\vec{k}\right) = i\pi\frac{4\pi q_\alpha^2}{\omega T_\alpha}\int dp^3 v_i\, v_j\, f_{\alpha 0}(p)\delta\left(\omega - \vec{k}.v\right) \qquad (۲۳\text{-}۲)$$

بدین ترتیب چگالی طیفی افت و خیز های میدان الکتریکی برای پلاسمای همسانگرد بدست می آید.

$$\left\langle E_i\, E_j \right\rangle_{\omega,\vec{k}} = \frac{8\pi T}{\omega}\Bigg[\frac{k_i\, k_j}{k^2}\frac{\mathrm{Im}\left\{\varepsilon^{lo}\left(\omega,\vec{k}\right)\right\}}{\left|\varepsilon^{lo}\left(\omega,\vec{k}\right)\right|^2} + \left(\delta_{ij} - \frac{k_i\, k_j}{k^2}\right)\frac{\mathrm{Im}\left\{\varepsilon^{tr}\left(\omega,\vec{k}\right)\right\}}{\left|\frac{k^2 c^2}{\omega^2} - \varepsilon^{tr}\left(\omega,\vec{k}\right)\right|^2}\Bigg] \qquad (۲۴\text{-}۲)$$

چگالی طیفی افت و خیز های چگالی بار را نیز می توان یافت.

$$\left\langle \rho^2 \right\rangle_{\omega,\vec{k}} = \frac{k^2}{16\pi^2}\left\langle \left(E^{lo}\right)^2 \right\rangle_{\omega,\vec{k}} = \frac{k^2 T}{2\pi\omega}\left[\frac{\mathrm{Im}\left\{\varepsilon^{lo}\left(\omega,\vec{k}\right)\right\}}{\left|\varepsilon^{lo}\left(\omega,\vec{k}\right)\right|^2}\right] \qquad (۲۵-۲)$$

اگر قسمت موهومی از قسمت حقیقی خیلی کوچکتر باشد، طبق رابطه ی

$$\frac{\mathrm{Im}\left\{\varepsilon^{lo}\left(\omega,\vec{k}\right)\right\}}{\left|\varepsilon^{lo}\left(\omega,\vec{k}\right)\right|^2} = \pi\,\delta\left[\mathrm{Re}\left\{\varepsilon^{lo}\left(\omega,\vec{k}\right)\right\}\right] \qquad (۲۶-۲)$$

چگالی طیفی افت وخیز های چگالی بار به صورت زیر خواهد شد (δ تابع دلتای دیراک است).

$$\left\langle \rho^2 \right\rangle_{\omega,\vec{k}} = \frac{k^2 T}{2\omega}\,\delta\left[\mathrm{Re}\left\{\varepsilon^{lo}\left(\omega,\vec{k}\right)\right\}\right] \qquad (۲۷-۲)$$

یعنی اگر رابطه ی پاشندگی برقرار باشد $\mathrm{Re}\left\{\varepsilon^{lo}\left(\omega,\vec{k}\right)\right\}=0$ (ویژه مد های سیستم)، تابع همبستگی باریک تر و مقدار افت و خیز ها بیشتر است.

فصل ۳

افت و خیز بار غبار

افت و خیز بار غبار به دو علت می تواند بوجود بیاید؛ افت و خیز ناشی از تغییرات پتانسیل روی غبار که ناشی از نوسان حرکت موج می باشد و منجر به تغییر بار غبار می گردد و همین طور افت و خیز ناشی از برخورد ناکشسان بین ذرات غبار و ذرات پلاسما. اگر زمان بررسی پدیده کوتاه تر از زمان برخورد ناکشسان باشد، از برخورد های ناکشسان می توان صرف نظر نمود. در نتیجه افت و خیز بار غبار به علت تغییر پتانسیل روی غبار ناشی از نوسان موج می باشد. در غیر این صورت، برخورد ذرات پلاسما به ذرات غبار منجر به افت و خیز بار غبار می گردد.

در فرآیند باردار شدن ذرات غبار، نوع ذرات احاطه کننده ی غبار حائز اهمیت است. اگر ذرات غبار توسط یون ها و الکترون های پلاسما احاطه شوند و اندازه ی ذرات غبار کمتر از طول دبای پلاسما باشد، الکترون های پلاسما به علت سرعت گرمایی بیش تر آن ها نسبت به یون ها، سریع تر به سطح غبار می رسند و پتانسیل سطح غبار را منفی می کنند؛ غباری که توسط جریان الکترونی، بار منفی پیدا کرده است، یون های پلاسما را جذب می کند و جریان یونی به سمت غبار ایجاد می شود. این فرآیند زمانی متوقف می شود که جریان های الکترونی و یونی با یکدیگر برابر شوند و بار غبار مقدار ثابتی پیدا کند ($\sum_{\alpha=e,i} I_{\alpha 0} = 0$ که $I_{\alpha 0}$ جریان تعادلی است). جریان ذرات پلاسما که به سطح غبار می رسند از رابطه ی زیر قابل محاسبه است[1].

[1] Shukla, P. K., Mamun, A. A. (2002) Introduction to Dusty Plasma Physics. Institute of Physics, Bristol

$$I = \sum_{\alpha} q_{\alpha} \int_{v_{\alpha}^{min}}^{\infty} v \sigma_{\alpha}^{d}(q_d, v) f_{\alpha} \, d^3p \qquad (۱-۳)$$

که در آن m_α، q_α، $f_\alpha(v)$ به ترتیب جرم، بار، سرعت و تابع توزیع ذرات نوع α پلاسما هستند. σ_α^d سطح مقطع برخورد ذرات به غبار است و از رابطه ی زیر بدست می آید.

$$\sigma_{\alpha}^{d}(q_d, v) = \pi a_d^2 \left(1 - \frac{2 q_\alpha \Phi_d}{m_\alpha v^2}\right) \qquad (۲-۳)$$

که در آن a_d شعاع غبار و Φ_d پتانسیل سطح غبار است که برابر با $\Phi_d = q_d / a_d$ می باشد و q_d بار غبار است. v_α^{min} کمترین مقدار سرعت مورد نیاز ذرات پلاسما برای رسیدن به سطح غبار است. اگر $q_j \Phi_d < 0$ باشد (یعنی بار ذره پلاسما با بار سطح غبار ناهمنام است)، $v_\alpha^{min} = 0$ است. ولی اگر $q_j \Phi_d > 0$ باشد (یعنی بار ذره پلاسما با بار سطح غبار همنام است)، $v_\alpha^{min} = \sqrt{|2 q_\alpha \Phi_d| / m_\alpha}$ است.

۳-۱ افت و خیز بار غبار ناشی از نوسان موج

اعمال موج تخت با دامنه ی کوچک و با فاز $e^{i(\vec{k}.\vec{r}-\omega t)}$ به عنوان اختلال به پلاسمای غباری سبب تغییر سطح مقطع برخورد ذرات پلاسما به ذرات غبار $\sigma_\alpha^d(q_d, v) = \sigma_v^d(q_{d0}, v) + \sigma_\alpha^d(q_{d1}, v)$ و تغییر تابع توزیع سرعت ذرات $f_\alpha(\vec{r}, \vec{v}, t) = f_{\alpha 0}(v) + f_{\alpha 1}(\vec{r}, \vec{v}, t)$ می شود که q_{d0} بار غبار در حالت تعادل و q_{d1} بار غبار اختلالی هستند $(q_{d0} >> q_{d1})$. f_0 تابع توزیع تعادلی و f_1 تابع توزیع اختلالی می باشند