بسمه تعالی

جلسه دفاع از پایان‌نامه کارشناسی ارشد

طرح‌های همسایه - متعادل مدور بهینه و کارا برای مشاهدات همبسته

سخنران: منصوره مطلبی فشارکی

زمان: شنبه ۲۵ /۶ /۹۲ ساعت ۱۷ عصر

مکان: سالن خوارزمی دانشکده علوم ریاضی

هیئت داوران

۱- دکتر سعید پولادساز

۲- دکتر سروش علیمرادی

۳- دکتر هوشنگ طالبی (دانشگاه اصفهان)

۴- دکتر غلامرضا امیدی

چکیده

در این پایان نامه طرح‌های بلوکی همسایه-متعادل با خطاهای همبسته مورد مطالعه قرار گرفته است. در این طرح‌ها هر تیمار به گونه‌ای به هر واحد آزمایش اختصاص داده می‌شود که هر تیمار به تعداد دفعات یکسان در همسایگی تیمارهای دیگر قرار می‌گیرد. ابتدا با توجه به تعریف معیار بهینگی عمومی روشی برای به دست آوردن طرح‌های بهینه معرفی می‌شود که اساس این روش ماکسیمم کران بالایی است که برای اثر ماتریس اطلاع در نظر گرفته می‌شود. بنابراین یافتن طرح بهینه به یک مسأله‌ی ماکسیمم سازی تبدیل می‌شود.

تحت این روش بهینگی طرح‌های همسایه-متعادل مدور تحت مدلی با اثرهای همسایه‌ی یک طرفه وقتی که خطاها همبسته هستند مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین کارایی این طرح‌ها برای تمامی طرح‌های بلوکی با اندازه‌های یکسان تحت حالت‌های خاص مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

روشی برای ساخت طرح‌های بلوکی ناقص همسایه-متعادل ارائه و فاکتور کارایی آن‌ها برای ساختارهای مختلف همبستگی به دست آورده می‌شود.

کد رده‌بندی: ۶۲Kxx ، ۶۲K۱۵ ، ۶۲K۱۰

کلمات کلیدی: فرآیند اتورگرسیو، کارایی، خطاهای همبسته، ماتریس اطلاع، مدل تداخلی، طرح‌های همسایه، بهینگی عمومی.

دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده علوم ریاضی

طرح‌های همسایه - متعادل مدور بهینه و کارا برای مشاهدات همبسته

پایان نامه کارشناسی ارشد آمار اقتصادی و اجتماعی

منصوره مطلبی فشارکی

استاد راهنما

دکتر سعید پولادساز

شهریور ۱۳۹۲

دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده علوم ریاضی

پایان نامه کارشناسی ارشد آمار اقتصادی و اجتماعی خانم منصوره مطلبی فشارکی
تحت عنوان

طرح‌های همسایه - متعادل مدور بهینه و کارا برای مشاهدات همبسته

در تاریخ ۲۵ /۶ /۹۲ توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تأیید نهایی قرار گرفت.

۱- استاد راهنما	دکتر سعید پولادساز
۲- استاد مشاور	دکتر سروش علیمرادی
۳- استاد داور۱	دکتر هوشنگ طالبی (دانشگاه اصفهان)
۴- استاد داور۲	دکتر غلامرضا امیدی
سرپرست تحصیلات تکمیلی دانشکده	دکتر حمیدرضا ظهوری زنگنه

سپاس از
خدایی که خویشتن را به ما شناساند و درهای علم را بر ما گشود.
مقدس‌ترین در لغت نامه‌ی دلم مادر مهربانم که زندگی‌ام را مدیون مهر و عطوفت آن می‌دانم. پدر مهربان، بردبار و حامی
و
همه کسانی که خدمت خالصانه آن‌ها به نوعی مرا در به انجام رساندن این مهم یاری نمود.

شهریور ۱۳۹۲

کلیه حقوق مادی مترتّب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و نوآوری‌های ناشی از تحقیق موضوع این پایان‌نامه متعلّق به دانشگاه صنعتی اصفهان است.

فهرست مطالب

فصل ۱ مقدمه ۱

۱.۱ طرح‌های همسایه ۳

فصل ۲ مفاهیم و تعاریف ۷

۱.۲ طرح‌های بلوکی ناقص متعادل ۷

۲.۲ اثرهای لبه‌ای ۹

۱.۲.۲ انواع اثرهای لبه‌ای ۹

۲.۲.۲ روش‌های رفتار با اثرهای لبه‌ای ۱۰

۳.۲ طرح‌های مرزی ۱۲

۴.۲ مربع های لاتین ۱۳

۵.۲ فاکتور کارایی ۱۴

۶.۲ معیارهای بهینگی ۱۷

فصل ۳ طرح‌های بلوکی همسایه-متعادل ۲۱

۱.۳ مدل طرح ۲۲

۱.۱.۳ برآورد حداقل مربعات معمولی (OLS) ۲۳

۲.۱.۳ برآورد حداقل مربعات تعمیم یافته (GLS) ۲۶

فصل ۴ بهینگی و کارایی طرح‌ها تحت اثرهای مستقیم ۳۰

۱.۴ روش یافتن طرح بهینه ۳۰

۲.۴ بهینگی طرح‌های همسایه-متعادل در فاصله‌های ۱ و ۲ ..... ۴۰
۳.۴ طرح‌های بهینه با بلوک‌ها با اندازه‌ی کوچک ۴۸
۴.۴ کارایی طرح دودویی برای $k = ۵$ و بعضی مقادیر a ۵۰

فصل ۵ بهینگی و کارایی طرح‌ها تحت کل اثرات ۵۳

۱.۵ بهینگی عمومی طرح‌های $CNBD$ برای کل اثرات ۵۳
۲.۵ کارایی طرح $CNBD(۲)$ برای کل اثرات ۵۷
۱.۲.۵ کلاس‌های معادل از دنباله‌های بهینه برای $k = ۳, ۴$ ۶۰
۲.۲.۵ ویژگی‌های کلاس‌های معادل دنباله‌های بهینه برای $k \geq ۵$ ۶۱
۳.۲.۵ کارایی $CNBD(۲)$ با بلوک‌های با اندازه‌ی $۵ \leq k \leq ۱۱$ ۶۶

فصل ۶ طرح‌های کارا ۷۰

۱.۶ روش ساختن طرح‌های بلوکی ناقص همسایه-متعادل ۷۰
۲.۶ کارایی طرح‌های بلوکی ناقص برای اثرهای تداخلی ۷۶

فصل آ جبر ماتریس‌ها ۸۳

آ.۱ اثر و رتبه‌ی یک ماتریس ۸۳
آ.۲ مقدار ویژه و بردار ویژه ۸۴
آ.۳ معکوس تعمیم یافته ۸۴
آ.۴ ماتریس‌های معین ۸۵
آ.۵ ماتریس جایگشت ۸۶
آ.۶ ماتریس قطری متعادل ۸۶
آ.۷ ضرب کرونکر ۸۶

فصل ب آشنایی با سری‌های زمانی ۸۸

ب.۱ ایستایی ۸۸
ب.۲ فرآیندهای میانگین متحرک ۸۹
ب.۱.۲ فرآیندهای میانگین متحرک مرتبه اول، $MA(۱)$ ۸۹

۲.۲.ب فرآیندهای میانگین متحرک مرتبه دوم، $MA(۲)$ ۹۰
۳.ب فرآیندهای اتورگرسیو ۹۰
۱.۳.ب فرآیند اتورگرسیو مرتبه اول، $AR(۱)$ ۹۰
۴.ب الگوهای مرکب ۹۱
۱.۴.ب فرآیند اتورگرسیو-میانگین متحرک مرتبه $(۱,۱)$ ، $ARMA(۱,۱)$ ۹۱

فصل پ میدان‌های متناهی **۹۲**

۱.پ میدان گالوا ۹۲

فصل ت فهرست اسامی **۹۸**

مراجع **۱۰۰**

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی **۱۰۳**

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی **۱۰۶**

چکیده

در این پایان نامه طرح‌های بلوکی همسایه-متعادل با خطاهای همبسته مورد مطالعه قرار گرفته است. در این طرح‌ها هر تیمار به گونه‌ای به هر واحد آزمایش اختصاص داده می‌شود که هر تیمار به تعداد دفعات یکسان در همسایگی تیمارهای دیگر قرار می‌گیرد. ابتدا با توجه به تعریف معیار بهینگی عمومی روشی برای به دست آوردن طرح‌های بهینه معرفی می‌شود که اساس این روش ماکسیمم کران بالایی است که برای اثر ماتریس اطلاع در نظر گرفته می‌شود. بنابراین یافتن طرح بهینه به یک مسأله‌ی ماکسیمم سازی تبدیل می‌شود.

تحت این روش بهینگی طرح‌های همسایه-متعادل مدور تحت مدلی با اثرهای همسایه‌ی یک طرفه وقتی که خطاها همبسته هستند مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین کارایی این طرح‌ها برای تمامی طرح‌های بلوکی با اندازه‌های یکسان تحت حالت‌های خاص مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

روشی برای ساخت طرح‌های بلوکی ناقص همسایه-متعادل ارائه و فاکتور کارایی آن‌ها برای ساختارهای مختلف همبستگی به دست آورده می‌شود.

کد رده‌بندی: ۶۲Kxx ، ۶۲K۱۵ ، ۶۲K۱۰

کلمات کلیدی: فرآیند اتورگرسیو، کارایی، خطاهای همبسته، ماتریس اطلاع، مدل تداخلی، طرح‌های همسایه، بهینگی عمومی.

فصل ۱

مقدمه

پژوهشگران برای شناخت پدیده‌ها، معمولاً آزمایش‌هایی انجام می‌دهند تا به کشف حقیقتی در مورد آن پدیده دست یابند. در واقع به آزمایش می‌توان به عنوان قسمتی از فرآیندهای علمی برای شناخت این‌که سیستم چگونه کار می‌کند، نگاه کرد. پژوهشگر هنگام رویارویی با یک فرآیند، معمولاً حدس‌هایی راجع به چگونگی عملکرد آن فرآیند در ذهن خود دارد. او حدس‌های خود را در قالب چند فرضیه سازمان دهی نموده و با انجام هر آزمایش در صدد است که با به کار گیری نتیجه‌ی به دست آمده فرضیه خود را در مورد آن فرآیند آزمون نماید.

در حقیقت آزمایش‌های طرح شده، یک آزمون یا دنباله‌ای از آزمون‌ها است که در تغییرات مورد نظر در متغیرهای ورودی فرآیند اعمال می‌شوند تا با استفاده از آن‌ها بتوان روابط بین متغیرها و تاثیر آن‌ها بر یکدیگر و نیز تغییرات خروجی را بررسی و علل آن را مشخص نمود.

انجام هر آزمایش با صرف هزینه و زمان همراه است، از این رو محققان به دنبال آزمایش‌هایی هستند که با صرف کمترین زمان و هزینه، بیشترین اطلاعات را در اختیار داشته باشد. به طور کلی، هدف از یک آزمایش، مقایسه تیمارها براساس مقادیر پیش بینی شده پاسخ واحدهای آزمایش است. تکنیک‌های مختلفی برای اختصاص تیمارها به واحدهای آزمایش وجود دارد که این تکنیک‌ها اولین بار توسط فیشر (۱۹۳۰) مطرح گردید.

چگونگی اختصاص تیمارها به واحدهای آزمایش، طرح آزمایش‌ها نامیده می‌شود. روش‌های طرح آزمایش در بسیاری از علوم کاربرد وسیعی دارد. طرح‌های آزمایش به عنوان ابزاری برای مهندسین و محققین رشته‌های مختلف جهت استفاده به منظور طرح تولید و توسعه، فرآیند توسعه و فرآیند اصلاح از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در دنیای مهندسی، طرح آزمایش‌ها ابزار فوق العاده‌ای برای اصلاح عملکرد فرآیندهای تولید است و همچنین کاربرد وسیعی در بسط فرآیندهای جدید دارد.

سه اصل پایه طرح آزمایش، تکرار، تصادفی کردن و بلوکی کردن است.

منظور از تکرار، تکرار آزمایش اصلی است. هرچند کوشش آماردانان اصولاً به مسائل مربوط به نمونه‌های کوچک اختصاص داشته است، با این حال استفاده از روش‌های آماری امکان نخواهد داشت مگر آن که تکرار کافی از داده‌ها برای مشخص کردن جامعه مورد مطالعه وجود داشته باشد. برای مثال، فرض کنید یک مهندس مواد

به مطالعه اثر دو فرآیند مختلف سختی سازی یک آلیاژ آلومینیوم، فرونشانی با روغن و فرونشانی با آب نمک علاقه‌مند باشد. در این‌جا هدف آزمایشگر تعیین محلول فرونشانی است که برای این آلیاژ خاص، حداکثر سختی را ایجاد می‌کند. مهندس تصمیم می‌گیرد که تعدادی از نمونه‌های این آلیاژ را با هر محلول فرونشانی کرده و بعد از فرونشانی میزان سختی آن‌ها را اندازه بگیرد. در این مثال تکرار عبارت است از فرونشانی چندین بار آلیاژ با روغن و فرونشانی چندین بار آلیاژ با آب نمک.

منظور از تصادفی کردن، آن است که تخصیص ابزار آزمایش و ترتیبی که با آن، اجراهای فردی یا امتحان‌های آزمایش انجام می‌شوند به تصادف انتخاب شده باشند. با تصادفی کردن درست آزمایش، به خارج کردن متوسط اثرهای عوامل خارجی کمک می‌شود. مثلاً در آزمایش بالا، فرض کنید نمونه‌ها از نظر ضخامت متفاوت باشند و اثر محلول فرونشانی تحت تاثیر ضخامت نمونه‌ها قرار گیرد. اگر تمام نمونه‌های فرونشانی شده با روغن ضخیم‌تر از آن‌هایی باشند که با آب نمک فرونشانی شده‌اند، آن‌گاه ممکن است به غلط اثر یک محلول فرونشانی را بر دیگری برتری دهیم. تخصیص تصادفی نمونه‌ها در فرونشانی این مسئله را از بین می‌برد.

یکی از قواعد کلی در طرح آزمایش‌ها، کاهش خطای آزمایش به حداقل مقدار ممکن است. از طرفی در هر آزمایش ممکن است یک یا چند پارامتر مزاحم وجود داشته باشد که آزمایشگر علاقه‌ای به بررسی آن‌ها ندارد ولی تغییرات آن‌ها می‌توانند در نتیجه آزمایش تاثیرگذار باشد. در چنین شرایطی آزمایش باید به گونه‌ای طراحی شود که تغییرپذیری ناشی از منابع مزاحم را بتوان به صورت سیستماتیک کنترل کرد. استفاده از ابزار بلوک‌بندی یکی از تکنیک‌های مهم در حذف منابع مزاحم است که کاربرد گسترده‌ای در صنعت دارد. در واقع بلوکی کردن یکی از راه‌های جداسازی واحدهای آزمایش ناهمگن در مجموعه‌های همگن‌تر است. بسته‌های مواد خام، اشخاص و زمان نیز منابع مزاحم معمولی تغییرپذیری در یک آزمایش هستند که می‌توان آن‌ها را به طور سیستماتیک با بلوکی کردن کنترل کرد. برای مثال، فرض کنید بخواهیم اثر ۳ محلول متفاوت شست‌وشو برای مطالعه اثر آن‌ها در کند شدن رشد باکتری در ظروف ۵ گالنی شیر را با هم مقایسه کنیم. تحلیل در یک آزمایشگاه انجام می‌شود و در هر روز تنها سه آزمایش را می‌توان اجرا کرد. به دلیل اینکه زمان (روز) می‌تواند منبع بالقوه تغییرپذیری باشد می‌توان از تکنیک بلوک‌بندی در جدول ۱.۱ استفاده کرد.

جدول ۱.۱: *طرح بلوکی کامل برای اثرهای متفاوت محلول‌ها*

	روزها			
محلول	۱	۲	۳	۴
۱	۱۳	۲۲	۱۸	۳۹
۲	۱۶	۲۴	۱۷	۴۴
۳	۵	۴	۱	۲۲

در این طرح روزها به ۴ بلوک تقسیم شده است و در هر روز ۳ محلول مورد بررسی قرار می‌گیرد. این طرح، یک طرح بلوکی تصادفی است. یکی از متداول‌ترین طرح‌های آزمایش طرح بلوکی کامل تصادفی شده است که در آن‌ها هر تیمار دقیقاً یک‌بار در هر بلوک ظاهر می‌شود. وضعیت‌های بسیاری وجود دارند که برای آن‌ها طرح بلوکی کامل تصادفی شده مناسب است و به سهولت در عمل آشکار می‌شوند.

در بعضی از آزمایش‌ها با استفاده از طرح‌های بلوکی تصادفی شده امکان اجرای کلیه ترکیب‌های تیماری در هر بلوک وجود ندارد. چنین وضعیت‌هایی معمولاً به دلیل کمبود وسایل آزمایشی یا اندازه فیزیکی بلوک پیش می‌آید. در این نوع مسائل ممکن است از طرح‌های بلوکی تصادفی شده‌ای استفاده کرد که وجود هر ترکیب تیماری در هر بلوک امکان‌پذیر نباشد، این طرح‌ها را طرح‌های بلوکی ناقص تصادفی شده می‌نامند. طرح‌های بلوکی ناقص متعادل اولین بار توسط یتس (۱۹۳۶) به منظور حذف ناهمگنی در یک گستره‌ی بزرگ از طرح‌های بلوکی تصادفی و مربع لاتین وقتی که تعداد تیمارها زیاد است، معرفی شد. بوس (۱۹۴۲ ، ۱۹۳۹) و فیشر (۱۹۴۰) ساختار و نحوه‌ی ساختن طرح‌های بلوکی ناقص متعادل را مورد توجه قرار دادند. این طرح‌ها به دلیل استفاده‌ی گسترده آن‌ها مورد توجه بسیاری از محققان بوده است. در این پایان نامه نیز طرح های بلوکی ناقص در نظر گرفته می‌شوند.

۱.۱ طرح‌های همسایه

بلوکی کردن واحدهای آزمایش می‌تواند در حذف ناهمگنی در مواد آزمایش بسیار مؤثر باشد و حساسیت تحلیل داده‌ها را افزایش دهد. این روش در تحقیقات علمی و بهبود کیفیت محصول عمومیت بسیار دارد. هدف بسیاری از مؤلفان، مطالعه عمیق بهینگی طرح‌های بلوکی و روش‌های ساختن آن‌ها است. جزئیات بیشتر در متون مربوط به طرح آزمایش‌ها در دی (۱۹۸۶) ، پوکلشیم (۱۹۹۳) ، وو و هامادا (۲۰۰۰) و باکس و همکاران (۲۰۰۵) مورد بحث قرار گرفته است.

در بسیاری از این آزمایش‌ها ممکن است مقدار پاسخ یک تیمار در هر واحد آزمایش تحت تأثیر تیمار موجود در واحدهای همسایه قرار گیرد. در چنین آزمایش‌هایی طرح‌های بلوکی کلاسیک به دلیل وجود وابستگی متقابل بین واحدهای آزمایش عملکرد کارایی نخواهد داشت، به همین دلیل، در این شرایط از طرح‌هایی موسوم به طرح‌های همسایه تحت یک مدل خطی با اثرهای همسایه استفاده می‌شود که وابستگی متقابل بین واحدهای آزمایش، اثر همسایه یا اثر تداخلی نامیده می‌شود. اثرهای همسایه‌ی هر تیمار متفاوت از اثرهای همسایه‌ی سایر تیمارها است و درک ساختار این اثرها می‌تواند در کاهش اریبی تیمارها مؤثر باشد. اثرهای مانده‌ای در طرح‌های تقاطعی حالت خاصی از یک اثر تداخلی است. به طور مشابه در طرح‌های تقاطعی، مقدار پاسخ یک تیمار در یک دوره‌ی معین ممکن است تحت تأثیر اثر به جا مانده از تیمارهای به کار برده شده در آن واحد در دوره‌های قبلی قرار گیرد.

به طور کلی یک طرح همسایه با پارامترهای v، b، k، rو λ ترتیبی از r تکرار v تیمار مختلف در b بلوک هر یک با اندازه‌ی k است که هر جفت از تیمارهای مختلف به عنوان همسایه در مجموعه b بلوک، دقیقاً λ بار ظاهر می‌شوند. هر طرح همسایه را به صورت $ND(v,k,\lambda)$ می‌توان نشان داد. شرایط لازم برای وجود یک $ND(v,k,\lambda)$ به صورت زیر است،

$$\lambda(v-1) \equiv 0 \text{ (پیمانه ۲)}$$
$$v\lambda(v-1) \equiv 0 \text{ (پیمانه } 2k \text{)}$$
اگر $k = 2$ باشد، آن‌گاه (پیمانه ۲) $\lambda \equiv 0$
اگر $v = 2$ باشد، آن‌گاه (پیمانه ۲) $k \equiv 0$

مطالعه تداخل بین واحدهای همسایه تحت شرایط آزمایشگاهی با کار روی طرح‌های همسایه توسط ریس (۱۹۶۷) در مطالعات مربوط به ویروس‌ها و آماده سازی آن‌ها آغاز گردید. در این گونه آزمایش‌ها، آنتی‌ژن‌های مختلف در صفحه‌های مدور در اطراف یک آنتی سرم قرار داده می‌شوند به طوری که آنتی‌ژن‌های مجاور در هر صفحه از ویروس‌های متفاوتی تهیه شده باشند و هر جفت از آنتی‌ژن‌ها در مجموعه‌ی تمام صفحه‌ها به تعداد یکسانی رخ دهند. ریس در این آزمایش‌ها از طرح‌های ناقص همسایه با $k < v$ استفاده کرد. برای چنین آزمایش‌هایی، محققان طرح‌های همسایه مدور را معرفی کردند و روش‌های ساختن برخی از آن‌ها را بیان نمودند که از جمله می‌توان به لالس (۱۹۷۱)، هووانگ (۱۹۷۳)، روزا و هانگ (۱۹۷۵)، هووانگ و لین (۱۹۷۷)، برموند و همکاران (۱۹۷۸) از جمله محققینی بودند در زمینه‌ی ساختن طرح‌های همسایه در دهه‌ی هفتاد فعالیت نمودند. برخی از طرح‌های همسایه نیز توسط میزرا و نوتان (۱۹۹۱) و جکروکس (۱۹۹۸) ارائه شدند. اخیراً میشرا (۲۰۰۷)، آی و همکاران (۲۰۰۷)، احمد و اختر (۲۰۰۸ ، ۲۰۰۹ ، ۲۰۱۱)، اختر و احمد (۲۰۰۹)، احمد و همکاران (۲۰۰۹)، آی و همکاران (۲۰۰۹) و اختر و همکاران (۲۰۱۰)، روش‌های ساختن و ویژگی‌هایی از طرح‌های همسایه را ارائه کردند و نشان دادند که تداخل بین جفت تیمارهایی که در همسایگی یک واحد آزمایش قرار دارند، از تداخل بین جفت تیمارهایی که در همسایگی مراتب بالاتر از آن واحد قرار می‌گیرند بیشتر است.

برخی رفتارها در آزمایش‌های کشاورزی، پرورش گل‌وگیاه و جنگل‌داری اغلب نشان دهنده‌ی اثرهای تداخلی است. در این گونه از آزمایش‌ها، زمانی که تیمارها متفاوت هستند، اثرهای همسایه ممکن است به دلیل تفاوت در ارتفاع، میزان نفوذ ریشه یا مدت زمان جوانه زدن بویژه در واحدهای کوچک به وجود آیند. از طرف دیگر، تیمارهای به کاربرده شده برای رشد محصول مانند آبیاری، کودپاشی و اسپری کنترل آفات نیز ممکن است از یک واحد به واحدهای اطراف منتقل شوند. در این آزمایش‌ها، گاهی مواقع، متغیر پاسخ خود می‌تواند موجب ایجاد اثرهای همسایه شود. مثال‌هایی در این زمینه‌ها توسط اسپیکل و همکاران (۱۹۸۷) و لانگ‌تن (۱۹۹۰) ارائه شده است.

مدل‌های آماری وابسته به این قبیل آزمایش‌ها، مدل‌های تداخلی یا رقابتی مدور با اثرهای همسایه یا مانده‌ای است. ویژگی‌های آماری طرح‌های پیشنهادی مانند بهینگی، به مدل انتخابی وابسته است. جدا از حالت خاص

طرح‌های تقاطعی، نتایج بهینگی محدودی برای مدل‌های تداخلی کلی در نظر گرفته می‌شود که بیشتر این نتایج برای مشاهدات ناهمبسته و همسایه‌های مجاور است و اغلب این طرح‌ها، طرح‌ها با واحدهای مرزی هستند. بعلاوه نتایج بهینگی همواره برای اثرهای همسایه یا اثرهای تیماری به طور جداگانه بیان می‌شوند.

گیل (۱۹۹۳) نشان داد که برای اثرهای همسایه‌ی یک طرفه، یک طرح بلوکی کامل همسایه-متعادل با واحدهای مرزی بهینه‌ی عمومی برای اثرهای مستقیم تیماری است. مثال‌هایی از طرح‌های همسایه-متعادل که در آن‌ها هیچ تیماری در همسایگی خود حضور ندارد در آزایس وهمکاران (۱۹۹۳) ارائه شده است. آن‌ها یک گروه از طرح‌های همسایه-متعادل مدور کارا با v بلوک با اندازه‌ی $v-1$ و تعداد $v-1$ بلوک با اندازه‌ی v که v تعداد تیمارها است، بیان کردند. این طرح‌ها در بسیاری از آزمایش‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. همسایگی یکسان در این طرح‌ها اشاره بر این دارد که تعداد تکرارها بر $v-1$ بخش پذیر است و آزمایش‌ها به ندرت برای $2(v-1)$ تکرار یا بیشتر به کاربرده می‌شوند. آزایس و درایهت (۱۹۹۷) نتایج بهینگی را برای برآوردگرهای تیماری اریب در حضور اثرهای همسایه‌ای که در تحلیل‌ها نادیده گرفته می‌شوند مورد بررسی قرار دادند. درایهت (۱۹۹۹) نشان داد که طرح‌های همسایه-متعادل مدور با مدل اثرهای همسایه ثابت، بهینه عمومی است. او همچنین نشان داد که طرح‌های همسایه-متعادل مدور در فاصله‌های ۱ و ۲ بهینه‌ی عمومی برای اثرهای مستقیم تیماری در میان تمامی طرح‌های بلوکی دودویی است، اما زمانی که تعداد بلوک‌ها کم است، برخی از این طرح‌ها، بهینه‌ی عمومی در میان تمام طرح‌های مدور هستند.

کانرت و مارتین (۲۰۰۰) یک روش برای یافتن طرح‌های کارا یا بهینه، برای طرح‌ها بدون واحدهای حفاظتی با خطاهای ناهمبسته و تعداد زیاد از بلوک‌ها ارائه دادند که این روش تعمیمی از روش کوشنر (۱۹۹۷) است. آن‌ها همچنین نشان دادند که طرح‌های بهینه نظری ممکن است برای هر تعداد متناهی از بلوک‌ها در دسترس نباشند و طرح‌های همسایه-متعادل با کارایی بالا برای تعداد معینی از بلوک‌ها وجود داشته و ساختار آن‌ها یک طرح تقریبی مناسبی برای حالت‌های دیگر باشد. کانرت و همکاران (۲۰۰۳) دو مدل تداخلی در نظر گرفتند و نشان دادند که با استفاده ازطرح‌های بهینه‌ی مربوط به یک مدل می‌توان طرح‌های بهینه‌ی مربوط به مدل دیگر را به دست آورد. بیلی (۲۰۰۳) به مطالعه‌ی طرح‌هایی با اثرهای همسایه‌ی یک طرفه پرداخت. فیلی‌پک و مارک‌وایز (۲۰۰۳ ، ۲۰۰۷) بهینگی عمومی طرح‌های همسایه-متعادل مدور در فاصله‌های ۱ و ۲ را تحت مدل تداخلی با اثرهای همسایه‌ی تصادفی به دست آوردند. علاوه بر این فیلی‌پک و مارک‌وایز (۲۰۰۵) بهینگی عمومی این طرح‌ها را تحت مدل تداخلی با اثرهای همسایه‌ی یک طرفه و مشاهدات همبسته مطابق با فرآیند اتورگرسیو مدور بررسی کردند. مارتین و اکلستون (۲۰۰۴) طرح‌های واریانس- متعادل را تحت تداخل مشاهدات مستقل ارائه نمودند. تومار و همکاران (۲۰۰۵) روش‌هایی برای ساختن طرح‌های بلوکی ناقص متعادل کلی برای اثرهای رقیب به دست آوردند. این طرح‌های همسایه-متعادل تحت فرضیه‌ی مشاهدات ناهمبسته درون هر بلوک گسترش داده شدند.

بعضی مواقع یکی از اهداف آزمایش، یافتن یک تیمار یا متغیر تکی است که در ناحیه‌ی بزرگتر یا دوره‌های زمانی طولانی‌تر مورد استفاده قرار گیرد. برای مثال، یک نوع گندم در تمامی زمین‌های کشاورزی یک منطقه می‌روید،

یک دارو برای کاهش علائم بیماری آسم مزمن استفاده می‌شود و یک نوع غذا به تمامی گاوهای یک محل داده می‌شود. زمانی که از یک تیمار انتخابی استفاده می‌شود، تنها همسایه‌های آن تیمار خود آن تیمار هستند. از این رو، اثری که دارای بیشترین اهمیت است برابر با مجموع اثرهای مستقیم و اثرهای همسایه‌ی یکسان با آن تیمار است. مجموع اثرهای مستقیم و اثرهای همسایه‌ی یک تیمار صرف نظر از ناحیه‌ی کاربرد آن کل اثرات نامیده می‌شود. برای برآورد کل اثرات، بیلی ودرایهت (۲۰۰۴) مسأله‌ی بهینگی را تحت مدل تداخلی با اثرهای همسایه‌ی چپ و راست مورد مطالعه قرار دادند و همچنین آی و همکاران (۲۰۰۷) این نتایج را به مدلی با اثرهای همسایه چپ تا فاصله‌ی $(k-1)$ تعمیم دادند. همچنین آی و همکاران (۲۰۰۹) برای برآورد کل اثرات، بهینگی عمومی طرح‌های همسایه-متعادل مدور با همسایه‌ها در فاصله‌های ۲ و ۳ در کلاسی از طرح‌ها، تحت مدل‌ها با اثرهای همسایه‌ی یک طرفه و دو طرفه و مشاهدات همبسته مطابق با فرآیند اتورگرسیو مدور به دست آوردند.

مبنای کار این پایان‌نامه طرح‌های همسایه در حالت متعادل در قالب یک طرح بلوکی و یافتن بهینگی و کارایی برای آن‌ها است. پس از ارائه‌ی مفاهیم و تعاریف مورد نیاز در فصل دوم، در فصل سوم مدل‌های ریاضی مناسب برای طرح‌های بلوکی همسایه-متعادل برای مقایسه‌ی تیمارهای آزمایش ارائه می‌شود و پارامترهای مدل به طور هم‌زمان براساس روش حداقل مربعات تعمیم‌یافته برآورد می‌شوند و ماتریس‌های اطلاع مناسب بیان می‌گردد. در فصل چهارم چگونگی انتخاب یک طرح بهینه از بین طرح‌های موجود بیان می‌شود. در فصل پنجم براساس روش ارائه شده در فصل چهارم، طرح‌های بهینه و کارا تحت کل اثرات مشخص می‌شوند و در فصل ششم روشی برای ساختن طرح‌های همسایه-متعادل بیان نموده و طرح‌های کارا براساس ساختارهای همبستگی تعیین می‌شود.

فصل ۲

مفاهیم و تعاریف

برای سهولت در روند این پایان نامه، از این پس برای یک طرح d ، از نمادهای زیر استفاده می‌شود.

v: تعداد تیمارهای آزمایش

b: تعداد بلوک‌ها

k: اندازه‌ی بلوک

n: تعداد کل مشاهدات که برابر $b \times k$ است.

I_a: یک ماتریس همانی از اندازه‌ی a

$\mathbf{1}_a$: یک بردار با a مؤلفه‌ی یک

J_a: یک ماتریس $a \times a$ با مؤلفه‌های یک

همچنین، یک ماتریس مربعی A از مرتبه‌ی m را که مؤلفه‌های روی قطر اصلی آن با هم برابر و مؤلفه‌های خارج قطر اصلی آن نیز با هم برابر باشند، ماتریس کاملاً متقارن گفته می‌شود. یعنی ماتریس A را می‌توان به صورت $\alpha I_m + \beta J_m$ نوشت که در آن α و β اعداد ثابتی هستند.

۱.۲ طرح‌های بلوکی ناقص متعادل

زمانی که تمام مقایسه‌های تیماری دارای اهمیت یکسان هستند، باید انتخاب ترکیب‌های تیماری که در هر بلوک به کار می‌روند به روش متعادل باشد، یعنی به گونه‌ای باشد که هر جفت تیمار با هم به اندازه‌ی تعداد دفعات جفت‌های تیماری دیگر در بلوک‌ها رخ دهد. بنابراین یک طرح بلوکی ناقص متعادل (BIB) یک طرح بلوکی ناقص است که هرجفت تیماری به تعداد دفعات یکسان با هم در بلوک‌ها ظاهر می‌شوند. اولین بار یتس (۱۹۳۶) برای ساختار طرح‌های بلوکی ناقص، استفاده از طرح‌های BIB را پیشنهاد کرد. یک طرح BIB طرحی با ویژگی‌های زیر است،

۱. در هر بلوک هیچ تیماری بیش از یک بار ظاهر نمی‌شود.

۲. هر تیمار دقیقا $r = \frac{bk}{v}$ مرتبه تکرار می‌شود.

۳. هر جفت تیمار در $\lambda = \frac{bk(k-۱)}{v(v-۱)}$ بلوک با هم ظاهر می‌شوند.

در این طرح‌ها، r و λ به ترتیب تعداد تکرار تیمار و تعداد تلاقی طرح نامیده می‌شوند. پارامترهای یک طرح BIB مقادیر صحیح مثبت و وابسته‌ای به صورت k, r, b, v و λ می‌باشند و طرح متناظر را به صورت $BIB(v, b, k, r, \lambda)$ یا به طور مختصر به صورت $BIB(v, b, k)$ می‌توان نشان داد.
طرح‌های BIB علاوه بر سه ویژگی بالا، دارای ویژگی‌های مهم دیگری نیز هستند. از جمله مهم‌ترین آن‌ها، دقت یکسان در برآورد تمام مقایسه‌های تیماری است. در واقع باتوجه به ویژگی (۳)، چون تمام جفت‌های تیماری به تعداد یکسان در بلوک‌ها ظاهر می‌شوند، دقت برآورد تمام مقایسه‌های تیماری برابر است. ویژگی دیگر این نوع طرح‌ها، کاملاً متقارن بودن ماتریس اطلاع و ماتریس تلاقی آن است. کیفر (۱۹۷۵) از این ویژگی‌ها استفاده کرد و بهینه‌ی عمومی بودن طرح BIB را در کلاس طرح‌های بلوکی ناقص نتیجه گرفت. بنابراین، برای ساختن بهترین طرح در کلاس طرح‌های بلوکی ناقص، معمولاً سعی می‌شود تا در صورت امکان طرح BIB یافت شود. اما اصولاً این نوع طرح‌ها تنها برای تعدادی از ساختار طرح‌های بلوکی، قابل دسترس هستند و در بعضی ساختارها، ساختن چنین طرح‌هایی غیر ممکن است. برای ساختن طرح $BIB(v, b, k)$ نیاز به $b = \binom{v}{k}$ بلوک، $r = \binom{v-۱}{k-۱}$ تکرار و تعداد تلاقی $\lambda = \binom{v-۲}{k-۲}$ است. این مقادیر ممکن است بسیار بزرگ باشند به طوری که امکان ساختن طرحی با این مقادیر پارامتری، وجود نداشته باشد. یک طرح BIB وجود ندارد مگر اینکه دو عدد صحیح مثبت r و λ وجود داشته باشند که در روابط زیر صدق کنند،

$$bk = vr \tag{۱.۲}$$

$$r(k-۱) = \lambda(v-۱) \tag{۲.۲}$$

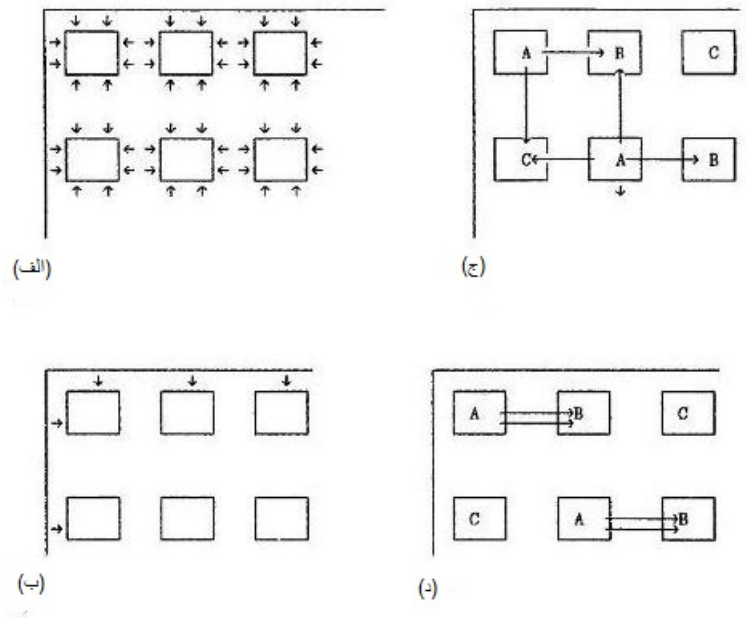
روابط (۱.۲) و (۲.۲) شرایط لازم برای وجود طرح BIB در ساختار (v, b, k) است. به طور مثال، هیچ طرحی برای $v = b = ۶$ و $r = k = ۳$ وجود ندارد، چون با توجه به رابطه‌ی(۱.۲)، $\lambda = \frac{۶}{۵}$ یک عدد غیر صحیح است. به علاوه، این‌ها شرایط کافی برای وجود یک طرح نیستند. حتی اگر هر دو رابطه برقرار باشند نمی‌توان نتیجه گرفت که چنین طرحی وجود دارد. برای مثال، هیچ طرح BIB برای $b = ۲۱, k = ۵, r = ۷, v = ۱۵$ و $\lambda = ۲$ وجود ندارد در صورتی که شرایط بالا برقرار است.

۲.۲ اثرهای لبه‌ای

در آزمایش‌های کشاورزی انتظار می‌رود که رشد گیاهان در واحدهای آزمایشی کوچک مشابه با رشد گیاهان در یک ناحیه بزرگ، روی یک زمین کشاورزی باشد. به علاوه، تفاوت‌های بدیهی در مقیاس بین واحدهای آزمایش و زمین کشاورزی خود می‌تواند نقض کننده‌ی فرضیه اولیه باشد. زیرا لبه‌های یک واحد مکرراً نرخ متفاوتی از رشد گیاهان نسبت به مرکز واحد را نشان می‌دهد و لبه‌ی یک واحد کوچک اصولاً نسبت بزرگی از ناحیه کلی آن واحد را تشکیل می‌دهد. وجود اثرهای لبه‌ای در آزمایش‌های کشاورزی و جنگل‌داری بسیار قابل توجه بوده است و تاکنون تلاش‌های بسیاری برای بازبینی موضوع و یا پیشنهادهای موضوعی برای آن صورت گرفته است. دلایل بسیاری برای اهمیت این موضوع در مطالعات جنگل‌داری وجود دارد. در مواجه با این اثرها، ابتدا هدف کشف این اثرها و سپس حذف آن‌ها و در نهایت بررسی آزمایش‌های قبلی با محصول یکسان در همان مکان با آزمایش جدید است. اما این امکان همواره برای آزمایش‌های جنگل‌داری در دسترس نیست. به این دلیل که در این گونه آزمایش‌ها، پژوهشگران با سیستم‌هایی کار خواهند کرد که امکان مطالعات قبلی برای آن‌ها فراهم نیست. با توجه به اهمیت این اثرها و نحوه‌ی برخورد با آن‌ها، بسیاری از کتاب‌های مربوط به طرح آزمایش، بخش اندکی از خود را به نیاز اساسی برخی از طرح‌ها به سطرهای حفاظتی برای برطرف کردن اثرهای لبه‌ای اختصاص داده‌اند. لانگ تن (۱۹۹۰) اثرهای لبه ای را برای مطالعات جنگل داری بیان کرد و روش های رفتار با آن ها را معرفی کرد.

۱.۲.۲ انواع اثرهای لبه‌ای

عبارت اثر لبه‌ای برای توصیف هر مکانی به کار می‌رود که لبه‌ی یک واحد الگوی متفاوتی از رشد را نسبت به مشاهدات در مرکز یک واحد بسیار بزرگ نشان می‌دهد. اگر اثر لبه‌ای بوسیله‌ی تیمار به کاربرده شده در واحدهای آزمایش ایجاد شود، اثر همسایه نامیده می‌شود. اثرهای مرزی، نوع دیگری از اثرهای لبه‌ای می‌باشند که ممکن است برای مثال، به دلیل حضور راه‌های باریک بین واحدها ایجاد شوند و تمامی واحدها را تحت تاثیر خود قرار دهند مانند، شکل ۱.۲ قسمت (الف) و یا ممکن است تنها برخی از واحدها را تحت تاثیر قرار دهند مانند، شکل ۱.۲ قسمت (ب). اثرهای همسایه ممکن است در تمامی جهت‌ها عمل کنند مانند شکل ۱.۲ قسمت (ج) و یا ممکن است تنها به صورت مستقیم عمل نمایند مانند شکل ۱.۲ قسمت (د). در حالت کلی، اثرهای مرزی به آسانی قابل تشخیص می‌باشند و کمیت آن‌ها نسبت به اثرهای همسایه آسان‌تر مشخص می‌شود و آزمایشگر می‌تواند جزئیات کافی از آن‌ها را ثبت کند. اما اثرهای همسایه یا اثرهای رقابتی به دلیل این که شامل تداخل دو واحد آزمایش هستند، ضرورتاً پیچیده‌تر هستند و با سختی بیشتری برآورد می‌شوند. برخی از آن‌ها را تنها زمانی می‌توان تشخیص داد که آزمایش دارای بیشترین تکرار هر تیمار نسبت به حالت معمول باشد.
ناحیه حفاظتی عبارت دیگری است که تعاریف متفاوتی دارد. در این پایان نامه، یک ناحیه‌ی حفاظتی ناحیه‌ای است که در لبه‌ی یک واحد قرار می‌گیرد و تیمار یکسانی متناسب با واحد آزمایش موجود در مجاورت خود



شکل ۱.۲: *نمایش برخی از گونه‌های مختلف اثرهای لبه‌ای*

دریافت می‌کند، اما اندازه‌گیری نمی‌شود. همچنین ناحیه‌های حفاظتی تیمار نشده وجود دارند که هیچ تیمار یا مداخله کننده‌ای دریافت نمی‌کنند. یک ناحیه‌ی حفاظتی معمولی بخشی از یک واحد آزمایش را تشکیل می‌دهد در صورتی که یک ناحیه‌ی حفاظتی تیمار نشده، بین یک واحد و واحدهای همسایه قرار می‌گیرد.

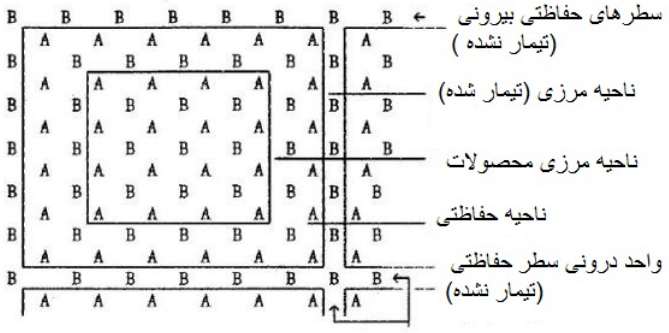
۲.۲.۲ روش‌های رفتار با اثرهای لبه‌ای

استفاده از ناحیه های حفاظتی

زمانی که اثرهای همسایه قبل از شروع آزمایش قابل پیش‌بینی باشند، آن‌ها را می‌توان اصلاح کرد. یک راه روشن، استفاده از ناحیه‌های حفاظتی بزرگ بین واحدهای آزمایش است. نتایج و یادداشت‌های میدانی از آزمایش‌های قبلی با یک سیستم یکسان، می‌تواند در تعیین اثرهای لبه‌ای احتمالی مؤثر باشد و براساس نتایج این آزمایش‌ها می‌توان اندازه‌ی ناحیه‌های حفاظتی را مشخص کرد. در زیر یک مثال از چگونگی رفتار واحدهای حفاظتی و عملکرد آن‌ها در هر موقعیت ارائه می‌شود.

سیستم نشان داده شده در شکل ۲.۲ را در نظر بگیرید. این سیستم دارای دو نوع درخت A و B است که براساس یک الگوی شطرنجی رشد کرده‌اند. هر واحد آزمایش شامل ۳۶ درخت از نوع A و ۲۵ درخت از نوع B است. بین واحدها و لبه‌های بیرونی آن‌ها یک ناحیه‌ی حفاظتی از نوع B قرار داده شده است. بیرونی‌ترین سطر از نوع A به طور قطع یک سطر حفاظتی است که نیازی به اندازه‌گیری آن نیست. هسته مرکزی شامل ۱۶ درخت نوع A و ۹ درخت نوع B است که واحد محصولی اولیه را تشکیل می‌دهند. اما ۱۶ درخت نوع B در ناحیه‌ی حفاظتی به عنوان ناحیه‌ی محصول محاسبه شده و اندازه‌گیری می‌شوند اگر از اثرهای لبه‌ای قابل توجه آزاد باشند. این

تنها یک مثال فرضی برای توضیح بیشتر این اصول است. اگر تیمارها به طور ریشه‌ای از یکدیگر متفاوت باشند، این تیمارها تحت تاثیر اندازه‌ی ناحیه‌ی حفاظتی خواهند بود و در این صورت به سطرهای حفاظتی بیشتری نیاز است.



شکل ۲.۲: *مثالی از کاربرد ناحیه‌های حفاظتی*

استفاده از طرح‌های سیستماتیک

زمانی که یکی از فاکتورهای تیماری یک متغیر کمی است، مانند نرخ‌های متفاوتی از کاربرد کود در زمین‌های کشاورزی، احتمال حضور اثرهای همسایه وجود دارد. در این صورت طرح‌های سیستماتیک می‌تواند این اثرها را برای سطرهای حفاظتی درونی حذف کند. در این گونه طرح‌ها تکرار کافی ضروری است و ناحیه‌های آزمایش باید برتری نسبی نسبت به واحدهای مورد استفاده شده در آزمایش‌های قبلی داشته باشند، بنابراین می‌توان ناهمگنی بیش از اندازه را حذف کرد. تحلیل آزمایش‌های سیستماتیک در پیرس و همکاران (۱۹۸۸) مورد بحث قرار گرفته است.

استفاده از عبارت همسایه

گاهی اوقات وجود اثرهای لبه‌ای زمانی آشکار می‌شود که نتایج تحلیل شده اند. در این وضعیت گاهی بهبود اثرهای لبه‌ای ممکن است به سادگی و با در نظر گرفتن شرایط ویژه‌ای در تجزیه و تحلیل داده‌ها برای این اثرها انجام گیرد. معمولاً با در نظر گرفتن یک متغیر کمکی ساختگی در تحلیل واریانس داده‌ها، می‌توان این شرایط خاص را به دست آورد. برای مثال، اگر اثرهای مرزی بر روی همه‌ی واحدهای آزمایش در یک سمت آزمایش وجود داشته باشد، می‌توان یک متغیر کمکی با مقدار ۱ برای این واحدهای آزمایش و مقدار صفر برای سایر واحدهای آزمایش تعریف کرد. بنابراین در تحلیل این آزمایش، میانگین مربعات و میانگین‌های تیماری برای متغیرهای کمکی تعدیل می‌شوند و نتایج بهتری نسبت به قبل به دست می‌آید.