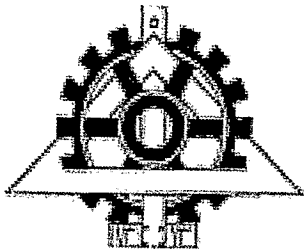


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



## دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی  
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

عنوان:

بهبود عملکرد روش‌های غیرخطی  
برای کاهش بعد تصاویر

نگارش:

سید محمدرضا خوئی

استاد راهنما:

دکتر فریبا بهرامی

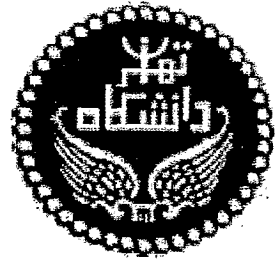
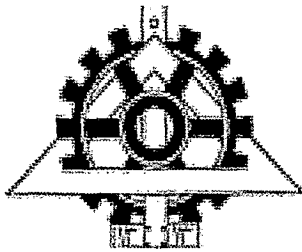
۱۳۸۷ / ۲ / ۱۷

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته

مهندسی پزشکی گرایش بیوالکتریک

اسفند ۱۳۸۶

۹۴۰۱۹



## دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی پزشکی، گرایش بیوالکترونیک

عنوان: بهبود عملکرد روش‌های غیرخطی برای کاهش بعد تصاویر

نگارش: سید محمدرضا خوئی

این پایان‌نامه در تاریخ ۱۳۸۶/۱۲/۸ در مقابل هیات داوران دفاع گردید و مورد تصویب قرار گرفت.



معاون آموزشی و تحصیلات تکمیلی پردیس دانشکده‌های فنی: دکتر جواد فیض

رئیس دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر: دکتر پرویز جبه‌دار مارالانی  
۸۷۱۲۱۴

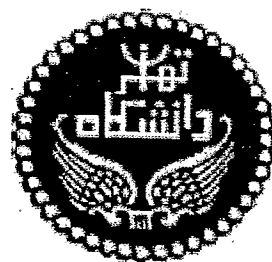
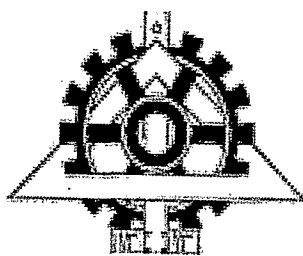
معاون پژوهشی و تحصیلات تکمیلی دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر: دکتر سعید نادراصفهانی

استاد راهنما: دکتر فریبا بهرامی

عضو هیات داوران: دکتر حمید سلطانیان زاده

عضو هیات داوران: دکتر سید کمال‌الدین ستاره‌دان

عضو هیات داوران: دکتر محمدباقر شمس‌الهی



## تعهدنامه اصالت اثر

اینجانب سیدمحمد رضا خوئی تأیید می‌کنم که مطالب مندرج در این پایان‌نامه حاصل کار پژوهشی اینجانب است و به دستاوردهای پژوهشی دیگران که در این نوشته از آنها استفاده شده است طبق مقررات ارجاع گردیده است. این پایان‌نامه قبلاً برای احراز هیچ مدرک هم‌سطح یا بالاتر ارائه نشده است.  
کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به دانشکده فنی دانشگاه تهران است.

نام و نام خانوادگی دانشجو: سیدمحمد رضا خوئی

امضای دانشجو:

تقدیم به:

پدر و مادرم که جز محبت و مهربانی از ایشان ندیدم، و هر کلامی را در  
تقدیر زحمات آنان قاصر می یابم.

تقدیم به:

خواهر مهربانم که هیچ گاه مرا از الطاف خویش بی نصیب نگذاشته  
است.

با تشکر و قدردانی از استاد ارجمند سرکار خانم دکتر فریبا بهرامی که در تهیه و تدوین این پایان‌نامه نهایت لطف و مساعدت را فرموده، و در این راه از هیچ کوششی دریغ ننمودند.

\*\*\*

با سپاس فراوان از اساتید محترم، جناب آقای دکتر حمید سلطانیان زاده، جناب آقای دکتر سید کمال‌الدین ستاره‌دان، و جناب آقای دکتر محمدباقر شمس‌الهی که زحمت داوری این پایان‌نامه را به عهده گرفتند، و مرا از راهنمایی‌های ارزنده خود بهره‌مند نمودند.

## چکیده

روش‌های طیفی در کاهش غیرخطی ابعاد به عنوان روش‌هایی در یادگیری بدون نیاز به سرپرستی شناخته شده‌اند. از این دیدگاه انتظار می‌رود تا روش‌های مذکور علاوه بر ارائه نمایش بعدپایینی از داده‌های ورودی بعد بالا، تخمین‌های قابل قبولی را از بعد واقعی مانیفلد داده‌ها بدست دهند. روش‌های طیفی کاهش بعد را می‌توان به دو دسته روش‌های محلی و روش‌های سراسری تقسیم‌بندی نمود. روش‌های محلی در مقایسه با روش‌های سراسری از حجم محاسباتی کمتری برخوردارند، اما برخلاف روش‌های سراسری قابلیت آنرا ندارند که تخمین دقیقی از بعد واقعی مانیفلد داده‌ها را بدست دهند. گذشته از این، برخی روش‌های محلی که قادر به محاسبه خروجی‌هایی با اعوجاج حداقل هستند نیاز به آن دارند که مقدار دقیق بعد محلی مانیفلد داده‌ها را به عنوان یک پارامتر ورودی دریافت نمایند. هدف از پروژه حاضر ارائه چارچوبی است که ضمن دارا بودن مزایای محاسباتی روش‌های محلی، توانایی ارائه تخمین‌های دقیقی از بعد واقعی مانیفلد را نیز داشته باشد. این هدف با توسعه روش محلی تطبیق فضاهاى مماسی محلی یا *LTSA* محقق شده است. برای این منظور، ضمن معرفی اصلاحی در تابع هزینه الگوریتم *LTSA*، نیازمندی این روش به دریافت بعد محلی مانیفلد از میان می‌رود. پس از انجام این اصلاح، با ارائه دو پیشنهاد متفاوت روش‌هایی جهت محاسبه طیف واریانسی داده‌ها در فضای بعدپایین خروجی و تخمین بعد واقعی مانیفلد ارائه شده است. برای نشان دادن کارایی ساختار معرفی شده، از مجموعه گوناگونی از آزمون‌ها که بر روی داده‌های مصنوعی و همچنین تصاویر واقعی به عمل آمده استفاده به عمل آمده است. در نهایت از الگوریتم توسعه یافته به منظور دسته‌بندی الگوهای مربوط به تصاویر عنیبه بهره گرفته شده، و بدین ترتیب تصویر روشنی از مزیت‌های ایجاد شده توسط آن بدست آمده است.

## فهرست مطالب

۱	فصل اول- مقدمه‌ای بر مسئله کاهش غیرخطی ابعاد.....
۲	۱-۱- آشنایی.....
۴	۲-۱- روش‌های سنتی کاهش ابعاد.....
۵	۳-۱- روش‌های غیرخطی طیفی برای کاهش ابعاد.....
۹	۴-۱- خلاصه فصل.....
۱۰	فصل دوم- مروری بر روش‌های طیفی مطرح در کاهش ابعاد.....
۱۱	۱-۲- مسئله یادگیری مانیفلد.....
۱۳	۲-۲- روش‌های خطی.....
۱۴	۱-۲-۲- تحلیل مولفه‌های اساسی ( $PCA$ ).....
۱۵	۲-۲-۲- مقیاس‌بندی چندبعدي متریک ( $MDS$ متریک).....
۱۶	۳-۲- روش‌های مبتنی بر گراف.....
۱۸	۱-۳-۲- ایزومپ.....
۲۱	۲-۳-۲- تاگشایی با واریانس بیشینه ( $MVU$ ).....
۲۳	۳-۳-۲- فرونشانی به طور محلی خطی ( $LLE$ ).....
۲۶	۴-۳-۲- نگاشت‌های ویژه لاپلاسین.....
۲۸	۵-۳-۲- $Hessian LLE$ .....
۳۱	۶-۳-۲- تطبیق فضاهاى مماسی محلی ( $LTSA$ ).....
۳۳	۴-۲- توسعه روش‌های سراسری.....
۳۴	۱-۴-۲- ایزومپ با نقاط لندمارک.....
۳۵	۲-۴-۲- $MVU$ با نقاط لندمارک.....
۳۸	۵-۲- خلاصه فصل.....



۳۹.....	فصل سوم- ارائه پیشنهاداتی جهت رفع کاستی‌های موجود در روش محلی <i>LTSA</i>
۴۰.....	۱-۳- مقدمه
۴۳.....	۲-۳- حذف وابستگی روش <i>LTSA</i> به دریافت بعد محلی داده‌ها
۴۴.....	۱-۲-۳- اصلاح تابع هزینه
۴۶.....	۲-۲-۳- نتایج محاسباتی
۴۷.....	۳-۳- تخمین طیف واریانس در فضای کاهش بعد یافته
۴۸.....	۱-۳-۳- تغییر در مسئله مقدار ویژه
۵۲.....	۲-۳-۳- وارد نمودن اطلاعات متریک و ارتقای برازش‌های محلی در <i>LTSA</i>
۶۰.....	۴-۳- خلاصه فصل
۶۲.....	فصل چهارم- دسته‌بندی و شناسایی تصاویر عنیبه به کمک روش <i>LTSA</i> توسعه‌یافته
۶۳.....	۱-۴- مقدمه
۶۴.....	۲-۴- استخراج ویژگی‌ها و شکل‌دهی فضای بعدبالای اولیه
۶۴.....	۱-۲-۴- تعیین مرزهای عنیبه
۶۵.....	۲-۲-۴- فرایند نرمالیزاسیون
۶۵.....	۳-۲-۴- استخراج ویژگی
۶۶.....	۳-۴- آزمایش
۶۷.....	۴-۴- خلاصه فصل
۶۸.....	فصل پنجم- جمع‌بندی و بحث
۷۱.....	فهرست مراجع

## فهرست شکل ها

- شکل ۱-۱-۱ مسئله‌ای از کاهش غیر خطی ابعاد در زمینه درک بصری..... ۳
- شکل ۱-۲-۱ گیرافتادن الگوریتم‌های "از بالا به پایین" در دام کمینه‌های محلی..... ۴
- شکل ۱-۳-۱ نگاشت تصاویر چهره به فضای بعد پایین توسط روش *LLE*..... ۶
- شکل ۲-۳-۱ چینش کلمات در یک فضای معنایی پیوسته..... ۷
- شکل ۳-۳-۱ فرونشانی دوبعدی محاسبه شده توسط *MVU* برای تصاویر یک قوری دوار..... ۸
- شکل ۲-۱-۱ داده‌های نمونه‌برداری شده از روی یک *Swiss Role*..... ۱۳
- شکل ۱-۲-۲ نتیجه اعمال روش *MDS* بر روی داده‌های نمونه‌برداری شده از یک *Swiss Role*..... ۱۵
- شکل ۱-۳-۲ نمایش عملکرد الگوریتم ایزومپ..... ۱۹
- شکل ۲-۳-۲ نتیجه اعمال روش ایزومپ بر روی داده‌های نمونه‌برداری شده از یک *Swiss Role*..... ۲۰
- شکل ۳-۳-۲ پیشنهاد شدن واریانس توسط *MVU*..... ۲۱
- شکل ۴-۳-۲ نتیجه آزمایش الگوریتم *MVU* بر روی نقاط نمونه‌برداری شده از یک *Swiss hole*..... ۲۳
- شکل ۵-۳-۲ ایده‌های اصلی موجود در پس *LLE*..... ۲۵
- شکل ۶-۳-۲ نتیجه آزمایش الگوریتم *LLE* بر روی نقاط نمونه‌برداری شده از یک *Swiss hole*..... ۲۶
- شکل ۷-۳-۲ نتیجه آزمایش الگوریتم نگاشت‌های ویژه لاپلاسیان بر روی نقاط *Swiss hole*..... ۲۷
- شکل ۸-۳-۲ نتیجه آزمایش الگوریتم *Hessian LLE* بر روی نقاط *Swiss hole*..... ۳۰
- شکل ۹-۳-۲ نتیجه آزمایش الگوریتم *LTSA* بر روی نقاط نمونه‌برداری شده از یک *Swiss hole*..... ۳۳
- شکل ۱-۴-۲ نتایج بدست آمده از الگوریتم *L - Isomap*..... ۳۵
- شکل ۲-۴-۲ نتایج بدست آمده از الگوریتم *LSDE*..... ۳۷
- شکل ۱-۲-۳ نتیجه اعمال گام اول روش پیشنهادی بر روی *Swiss Role*..... ۴۶
- شکل ۲-۲-۳ نتیجه اعمال گام اول روش پیشنهادی بر روی *Punctured Sphere*..... ۴۷
- شکل ۳-۲-۳ نتیجه اعمال گام اول روش پیشنهادی بر روی *Toroidal Helix*..... ۴۷

- شکل ۱-۳-۳ نتایج بدست آمده از اعمال الگوریتم توسعه یافته LTSA بر روی *Swiss Role*..... ۴۹
- شکل ۲-۳-۳ نتایج بدست آمده از اعمال الگوریتم توسعه یافته LTSA بر روی *Trefoil*..... ۵۰
- شکل ۳-۳-۳ نتایج بدست آمده از اعمال الگوریتم توسعه یافته LTSA بر روی تصاویر یک قوری دوار..... ۵۱
- شکل ۴-۳-۳ نتیجه محاسبه شده توسط روش توسعه یافته LTSA برای تصاویر چهره..... ۵۲
- شکل ۵-۳-۳ نتیجه اعمال مرحله دوم توسعه پیشنهادی برای LTSA بر روی *Swiss Role*..... ۵۹
- شکل ۶-۳-۳ نتیجه اعمال مرحله دوم توسعه پیشنهادی برای LTSA بر روی تصاویر چهره..... ۶۰
- شکل ۱-۱-۴ تصویری از مجموعه داده CASIA..... ۶۳

## فهرست جداول

جدول ۱-۳-۴ نتیجه حاصل از آموزش SVM های خطی در دسته‌بندی تصاویر مجموعه داده CASIA ..... ۶۷

## فهرست علائم و اختصارات

d	Intrinsic dimensionality of data
GTM	Generative topographic mapping
LLE	Locally linear embedding
$\ell$ SDE	Landmark semidefinite embedding
LTSA	Local tangent space alignment
m	Dimensionality of input space
MDS	Multi-dimensional scaling
MVU	Maximum variance unfolding
PCA	Principal component analysis
SDP	Semidefinite programming
SOM	Self organizing map
SVD	Singular value decomposition
SVM	Support vector machine

# فصل اول

مقدمه‌ای بر

مسئله کاهش غیرخطی ابعاد

## ۱-۱- آشنایی

کاهش ابعاد<sup>۱</sup> و به طور خاص استخراج ساختارهای بعدپایین<sup>۲</sup> از درون مشاهدات بعدبالا<sup>۳</sup> یکی از چالش‌های اساسی مطرح در یادگیری ماشین و شناسایی الگو است. هدف از این فرایند آنست که نمایش‌های موثری از داده‌های بعدبالا را به گونه‌ای محاسبه نمود که انجام سایر فرایندهای پردازشی همچون دسته‌بندی، کاهش نویز، درون‌یابی و یا تشخیص داده‌های برون افتاده<sup>۴</sup> با موفقیت بیشتری همراه باشد. داده‌های بعدبالا می‌توانند صورت‌های متنوعی داشته باشند؛ از مجموعه‌های کتابخانه‌ای تصاویر دیجیتال گرفته تا ریزآرایه‌های مشخصات ژنی<sup>۵</sup>، از فعالیت‌های مجموعه‌های نرونی تا سری‌های زمانی اقتصادی [۱] و [۲].

مسئله مشابه در تحلیل شناخت‌های ادراکی مطرح می‌شود؛ این که چگونه می‌توان اطلاعات موثر و جامعی را از میان مجموع دریافت‌های حسی استخراج نمود. ساختار منسجم و همسان جهان پیرامون به همبستگی نیرومندی میان ورودی‌ها می‌انجامد که باعث می‌شود مشاهدات صورت گرفته بر روی مانیفلد‌هایی هموار<sup>۶</sup> با بعدی پایین قرار گیرند. منظور از مانیفلد بعدپایین داده‌ها عبارت است از یک فضای هندسی در حالت کلی غیرخطی که مجموعه مشاهدات از روی آن نمونه‌برداری شده‌اند. اگرچه ممکن است که داده‌ها به تنهایی در یک فضای ورودی بعد بالا تعریف شوند، اما مانیفلد داده‌ها می‌تواند به طور محلی با یک فضای اقلیدسی با بعد بسیار محدودتر معادل باشد. برای مقایسه و دسته‌بندی مشاهدات صورت گرفته و یا یافتن نتایج موثر در رابطه با محیط پیرامون کاملاً ضرورت دارد که هندسه غیرخطی این مانیفلد‌های بعدپایین مدل شود. بر این اساس، هدف در الگوریتم‌های یادگیری مانیفلد<sup>۷</sup> آن است که مجموعه‌ای از داده‌های بعد بالا به مجموعه مناسبی از نمایش‌ها در فضایی جایگزین با بعد پایین نگاشته شوند [۳].

در شکل ۱-۱-۱ مسئله اساسی کاهش ابعاد در زمینه درک بصری به تصویر کشیده شده است. ورودی‌ها شامل تصاویر متعددی از صورت یک شخص هستند که بدون رعایت ترتیبی خاص از زوایای گوناگون و تحت شرایط مختلف نورپردازی مشاهده شده است. مشاهدات مذکور را می‌توان به عنوان نقاطی در یک فضای بعدبالای ورودی در نظر گرفت که در آن هر بعد ورودی با روشنایی یک پیکسل از تصویر متناظر است. علی‌رغم آن که بعد ورودی می‌تواند کاملاً بالا باشد (مانند 4096 برای این تصاویر 64 پیکسل در 64 پیکسل) ساختارهای ادراکی معنادار که در مجموعه این تصاویر وجود دارد از درجات آزادی کاملاً کمتری برخوردار است؛ همه تصاویر 4096 بعدی مشاهده شده بر روی یک مانیفلد با بعد ذاتی سه قرار می‌گیرند که می‌توان آنرا با دو متغیر مربوط به موقعیت سر به علاوه یک متغیر مربوط به زاویه تابش نور پارامتریزه کرد. هدف از یادگیری

<sup>1</sup> Dimensionality reduction

<sup>2</sup> Low dimensional

<sup>3</sup> High dimensional

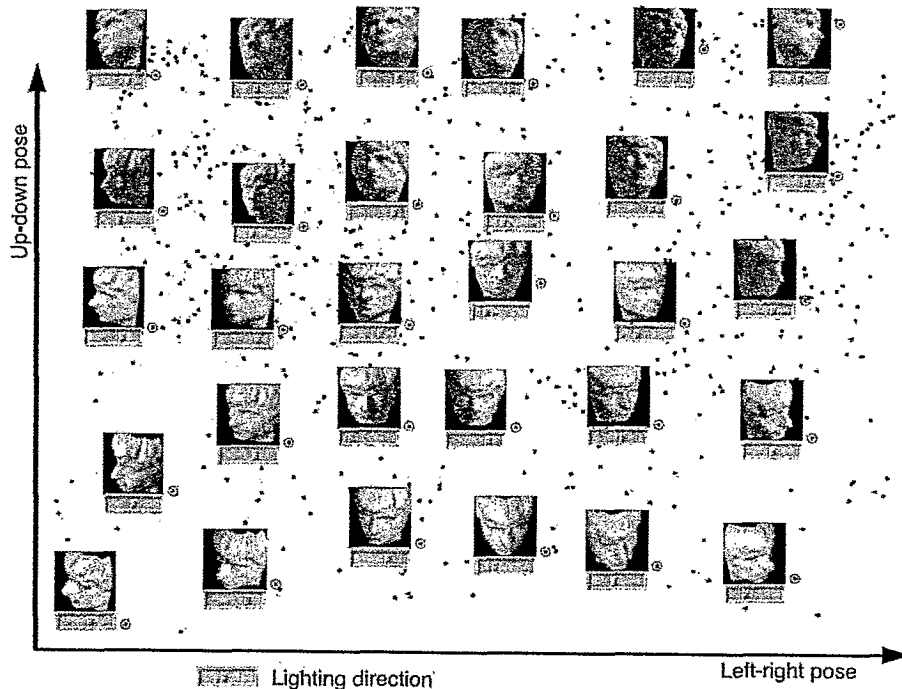
<sup>4</sup> Outlier detection

<sup>5</sup> Gen expression microarrays

<sup>6</sup> Smooth manifolds

<sup>7</sup> Manifold learning algorithms

مانیفلد در اینجا آنست که با در اختیار داشتن مجموعه نامرتبی از مشاهدات، نمایش‌های بعدپایینی از داده‌ها بگونه‌ای یافته شود که همانند شکل ۱-۱-۱ راستاهای مختصاتی در آنها با درجات آزادی ذاتی مجموعه داده متناظر باشند [۴].



شکل ۱-۱-۱ مسئله‌ای از کاهش غیر خطی ابعاد در زمینه درک بصری. ورودی‌ها شامل دنباله‌ای از بردارهای 4096 بعدی هستند که روشی 64 × 64 پیکسل از تصاویر مربوط به یک چهره را در خود جای داده‌اند. تصاویر از زوایای گوناگون و تحت شرایط نورپردازی متفاوت ساخته شده‌اند. فرونشانی نشان داده شده با اعمال روش ایزومپ<sup>۸</sup> بر روی  $N = 698$  تصویر خام بدست آمده است. ایزومپ توانسته است که یک فرونشانی سه‌بعدی از داده‌ها را بیاموزد که دو راستای اصلی آن نمایش داده شده‌است. چند نمونه از داده‌های ورودی (دایره‌های قرمز رنگ) که بر روی مجموعه تمام نقاط داده (آبی رنگ) واقع شده‌اند به همراه پیمایشگرهای افقی (زیر تصاویر) که نشان دهنده بعد سوم فرونشانی هستند نیز در شکل مشخص شده است. هر یک از محورهای مختصاتی در فرونشانی با یکی از درجات آزادی واقعی موجود در مجموعه داده‌ها به میزان فراوانی همبستگی دارد: حرکت از چپ به راست چهره (محور  $x$  با همبستگی 0.99)، حرکت از بالا به پایین (محور  $y$  با همبستگی 0.90) و راستای تابش نور (موقعیت پیمایشگر با همبستگی 0.92) [۴].

از آنجا که مشاهداتی که از جهت مفهومی با یکدیگر اشتراک دارند عموماً ساختارهایی به شدت غیرخطی را بوجود می‌آورند، یادگیری مانیفلدهای مرتبط با این مشاهدات می‌تواند با پیچیدگی‌های خاصی همراه باشد. شکل ۱-۲-۱ صورت ساده‌ای از این

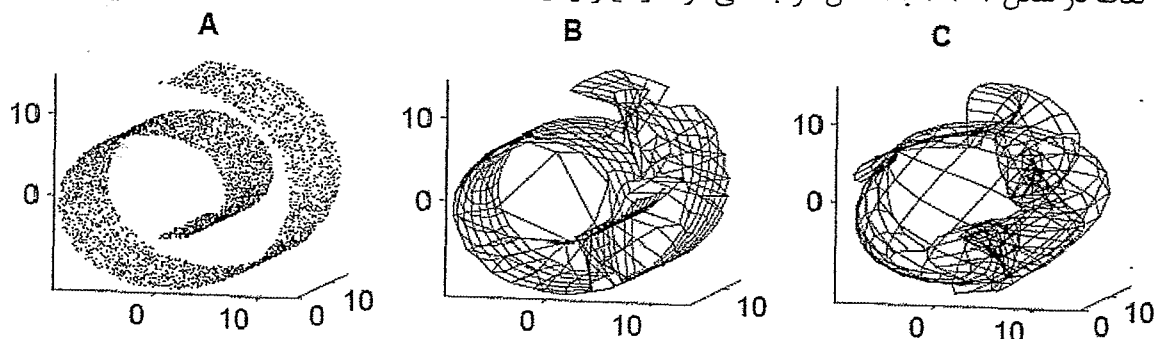
<sup>8</sup> Isomap



مسئله را به تصویر کشیده است. یک مانیفولد دوبعدی محلا تخت به صورت غیرخطی در فضای سه‌بعدی مشاهده گسترده شده است<sup>۹</sup>، و انتظار می‌رود که بتوان تاخوردگی<sup>۱۰</sup> آنرا طی فرایند یادگیری از میان برد.

## ۱-۲- روش‌های سنتی کاهش ابعاد

برای مانیفولدهایی که در فضای ورودی به طور خطی گسترده شده‌اند، این تضمین وجود دارد که روش تحلیل مولفه‌های اساسی<sup>۱۱</sup> یا *PCA* و یا مقیاس‌بندی چندبعدی متریک<sup>۱۲</sup> (*Metric MDS*) بتوانند بعد واقعی مانیفولد را بازنمایی نمایند. این روش‌ها به آسانی قابلیت پیاده‌سازی داشته و از نظر محاسباتی نیز کم‌هزینه می‌باشند. در فرونشانی<sup>۱۳</sup> بعدپایین ارائه شده توسط *PCA*، سعی می‌شود تا حد امکان واریانس که در فضای ورودی برای داده‌ها اندازه‌گیری می‌شود دست‌نخورده باقی می‌ماند. در روش *MDS* نیز یک فرونشانی به گونه‌ای جستجو می‌شود که فواصل دوبدوی نقاط حتی الامکان بدون تغییر باقی بماند. در صورتی که در *MDS* از فواصل اقلیدسی اندازه‌گیری شده در فضای ورودی استفاده شود، عملکرد این روش با عملکرد *PCA* مشابه خواهد بود. با این وجود در بسیاری از داده‌ها ساختارهای غیرخطی مهمی وجود دارد که برای *PCA* و *MDS* ناپیدا می‌مانند. به عنوان مثال هر دوی این روش‌ها در شناسایی درجات آزادی واقعی مجموعه تصاویر شکل ۱-۱-۱ و یا حتی مجموعه نقاط در شکل ۱-۲-۱ با اشکال مواجه می‌شوند [۴] و [۵].



شکل ۱-۲-۱ یک مانیفولد دوبعدی که به صورت غیر خطی در فضای سه‌بعدی ورودی گسترده شده است می‌تواند سبب گیرافتادن الگوریتم‌های<sup>۱۱</sup> از بالا به پایین<sup>۱۲</sup> در دام کمینه‌های محلی شود. (A) داده‌های خام. (B) بهترین برازش بدست آمده از *SOM*. (C) بهترین برازش بدست آمده از *GTM*. [۵]

نمونه‌برداری شده  $[0, 15]$   $z_2 \in [3\pi/2, 9\pi/2]$   $z_1 \in [3\pi/2, 9\pi/2]$   $x_1 = z_1 \cos(z_1)$   $x_2 = z_1 \sin(z_1)$   $x_3 = z_2$  با فرمول *Swiss Role* مجموعه داده از روی یک<sup>۹</sup> است.

<sup>۱۰</sup>Folding

<sup>۱۱</sup>Principal component analysis

<sup>۱۲</sup>Metric multi dimensional scaling

<sup>۱۳</sup>Embedding

کاهش غیرخطی ابعاد و یا جستجو برای یافتن ساختارهایی ذاتا بعدپایین که به طور غیرخطی در فضاهای بعدبالا گسترده شده‌اند از دیرباز موضوع تحقیق در مطالعات یادگیری محاسباتی بوده است. روش‌های غیرخطی با سابقه‌تر مانند  $SOM$ <sup>14</sup>،  $GTM$ <sup>15</sup> و یا شبکه‌های عصبی خودانجمنی<sup>16</sup> تلاش می‌کنند که عملکرد  $PCA$  را با جستجو برای یافتن یک مدل غیرخطی بعدپایین از مشاهدات تعمیم بخشند. به عنوان مثال، علی‌رغم وجود یک ساختار مشخص در شکل 1-2-1-A، هیچ یک از دو روش  $SOM$  (شکل 1-2-1-B) و  $GTM$  (شکل 1-2-1-C) نمی‌توانند تا این مانیفلد را بازای گستره وسیعی از پارامترها به طور موفقیت‌آمیز مدل نمایند. هر دوی این روش‌ها تلاش می‌کنند تا یک شبکه با هندسه از پیش تعریف شده (به طور عمومی دوبعدی) را با مجموعه داده‌ها مطابقت دهند. این فرایند با استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی حریص<sup>17</sup> به انجام می‌رسد که در آن نخست ساختار بزرگ‌مقیاس (خطی) داده برازش شده و پس از آن اصلاحات (غیرخطی) کوچک‌مقیاس افزوده می‌شود. هندسه کلی مجموعه‌های تاخوردی<sup>18</sup> مانند آنچه در شکل 1-2-1 نشان داده شده سبب می‌شود تا ساختار غیرخطی آنها از دید بهینه‌سازیهای حریص پنهان ماند، و در نتیجه نگاشت‌های از بالا به پایین بکارگرفته شده در این الگوریتم‌ها در دام پاسخ‌های به شدت غیربهینه بیافتد [5].

### 1-3- روش‌های غیرخطی طیفی برای کاهش ابعاد

در سالیان اخیر، روش‌های طیفی<sup>19</sup> به عنوان ابزارهای توانمندی برای کاهش غیر خطی ابعاد و یادگیری مانیفلد شناخته شده‌اند. این روش‌ها قادر هستند که ساختارهای بعدپایین موجود در داده‌های بعد بالا را آشکار نمایند. در الگوریتم‌های طیفی یادگیری مانیفلد بجای آن که تلاش شود تا نگاشتی از پیش تعریف شده بر روی مانیفلد برازش شود، از الگویی از پایین به بالا بهره گرفته می‌شود. در این الگوریتم‌ها نخست هندسه ذاتی مانیفلد آموخته شده، و در گام بعدی فرونشانی بعدپایین بگونه‌ای ارائه می‌شود که این هندسه را به بهترین صورت ممکن برآورده نماید. در این روش‌ها به منظور دست یافتن به نمایشی قابل قبول از داده‌هایی که بر روی یک مانیفلد بعدپایین قرار گرفته‌اند، ماتریس‌های مخصوصی بر اساس گراف‌های وزن‌دار اسپارس<sup>20</sup> ساخته می‌شود. در این گراف‌ها راس‌ها نشان‌دهنده داده‌های ورودی و لبه‌ها مشخص‌کننده روابط همسایگی<sup>21</sup> می‌باشند. محاسبات اصلی در این الگوریتم‌های یادگیری مانیفلد مبتنی بر بهینه‌سازی‌هایی است که قابل تعقیب بوده و پیچیدگی آنها از نظر زمانی از مرتبه چندجمله‌ای است، مانند مسئله پیدا کردن

<sup>14</sup>Self-organizing map

<sup>15</sup>Generative topographic mapping

<sup>16</sup>Autoassociative neural networks

<sup>17</sup>Greedy

<sup>18</sup>Folded

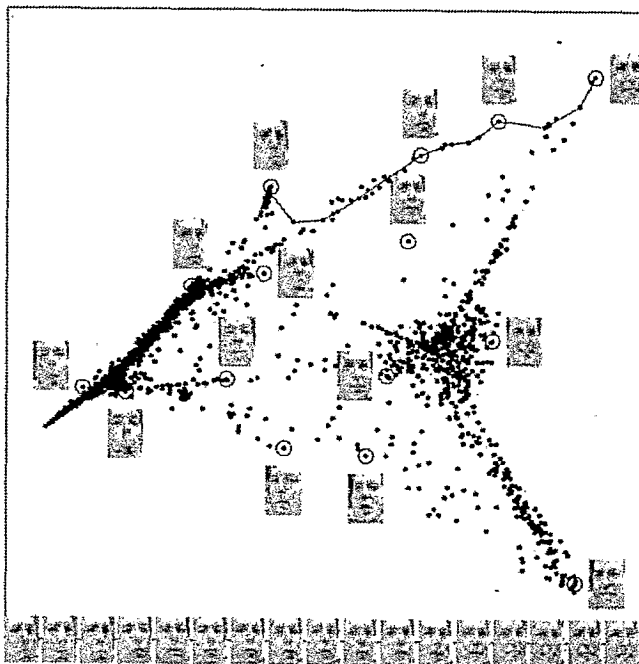
<sup>19</sup>Spectral methods

<sup>20</sup>Sparse

<sup>21</sup>Neighborhood relations

کوتاه‌ترین مسیر میان نقاط گراف، برازش‌های مبتنی بر حداقل مربعات،  $PCA$  های محلی، برنامه‌ریزی شبه‌معین<sup>۲۲</sup> و یا قطری‌سازی ماتریس<sup>۲۳</sup>. الگوریتم‌های مذکور را می‌توان به عنوان روش‌هایی در یادگیری بدون سرپرستی<sup>۲۴</sup> نیز در نظر گرفت. بر اساس این دیدگاه انتظار می‌رود که این روش‌ها قادر باشند علاوه بر ارائه نمایش قابل قبولی از ورودی‌ها، تخمین دقیقی را از بعد ذاتی داده‌ها ارائه دهند [۱] و [۵].

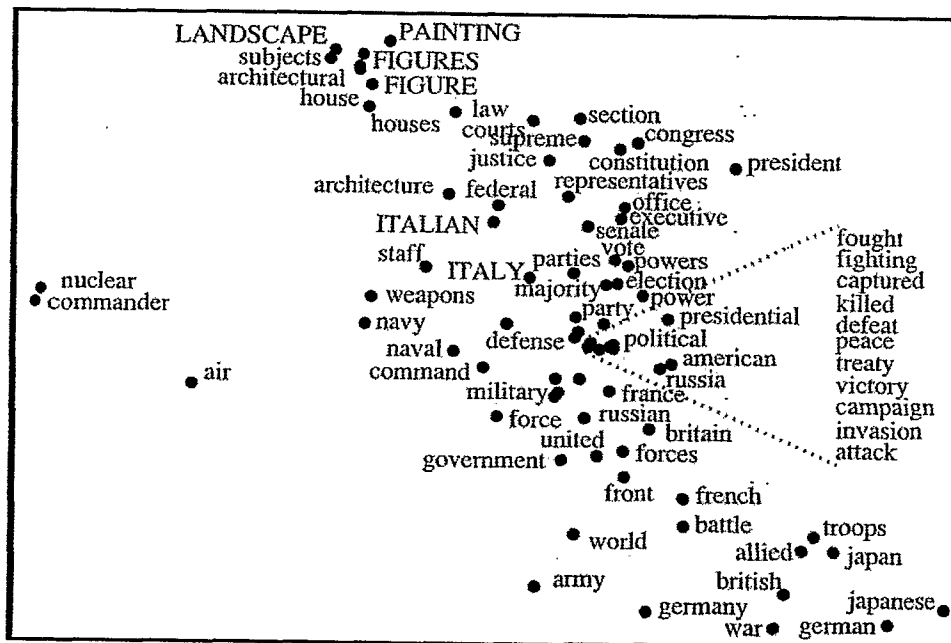
روش‌های طیفی یادگیری مانیفلد را می‌توان به دو دسته اصلی تقسیم‌بندی نمود؛ روش‌های سراسری مانند ایزومپ [۴] و تاگشایی با واریانس بیشینه<sup>۲۵</sup> ( $MVU$ ) [۶] و روش‌های محلی مانند فرونشانی به طور محلی خطی<sup>۲۶</sup> ( $LLE$ ) [۳]، نگاشت‌های ویژه لاپلاسی<sup>۲۷</sup> [ $\gamma$ ]  $Hessian LLE$  [۸] و تطبیق فضاهای محلی مماسی<sup>۲۸</sup> ( $LTSA$ ) [۹].



شکل ۱-۳-۱ تصاویری که به یک چهره در حالات احساسی گوناگون و نیز وضعیت‌های متفاوت قرارگیری سر مربوط می‌شوند به فضای بعد پایینی که توسط روش  $LLE$  محاسبه شده است نگاشته شده‌اند. در شکل دو راستای مختصاتی اصلی محاسبه شده به نمایش درآمده است. تصویرهای نمونه در کنار نقاطی که با دایره احاطه شده‌اند نشان داده شده‌اند. تصاویر زیرین به نقاطی مربوط هستند که در مسیر پررنگ در قسمت (بالا-راست) تصویر قرار گرفته‌اند که یک درجه آزادی خاص را در تغییرات مربوط به حالت چهره نشان می‌دهد [۳].

- <sup>22</sup> Semidefinite programming
- <sup>23</sup> Matrix diagonalization
- <sup>24</sup> Unsupervised learning algorithms
- <sup>25</sup> Maximum variance unfolding
- <sup>26</sup> Locally linear embedding
- <sup>27</sup> Laplacian eigenmaps
- <sup>28</sup> Local Tangent Space alignment

یکی از تفاوت‌های موجود میان این دو دسته آنست که در الگوریتم‌های محلی عموماً نیازمندی‌های محاسباتی بسیار کمتری نسبت به روش‌های سراسری وجود دارد. از سوی دیگر روش‌های سراسری این توانایی را دارند که تخمین‌های قابل قبولی از بعد واقعی مجموعه داده‌ها بدست دهند، حال آن‌که روش‌های محلی در حالت کلی نمی‌توانند اطلاعات روشنی از بعد واقعی مانیفلد را در اختیار گذارند که این تا حدی با ماهیت بدون سرپرستی روش‌های طیفی یادگیری مانیفلد تعارض دارد. مختصات محاسبه شده توسط روش‌های مبتنی بر گراف امکان آنرا فراهم می‌آورد که مشاهدات بعدبالا را به آسانی به کمک درجات آزادی ذاتی آنها تحلیل کرده و مولفه‌های اصلی موجود را به خوبی از یکدیگر تمیز داد. شکل ۱-۱-۱ نتیجه اعمال الگوریتم ایزومپ را بر روی مجموعه‌ای از تصاویر مصنوعی نشان می‌دهد. همانطور که پیداست ایزومپ توانسته است به خوبی درجات آزادی واقعی این مجموعه را استخراج نماید. در شکل ۱-۳-۱ و شکل ۲-۳-۱ نتیجه اعمال الگوریتم *LLE* بر روی مجموعه‌ای از تصاویر صورت و نیز بردارهای مربوط به شمارش‌های کلمه-سند نشان داده شده است. همانطور که پیداست مختصات نقاط در این فضاها بعدپایین با ویژگی‌های مفهومی مانند حالت چهره و وضعیت قرارگیری سر و نیز ارتباطات معنایی کلمات به خوبی ارتباط پیدا می‌کنند.



شکل ۱-۳-۲ چینش کلمات در یک فضای معنایی<sup>۲۹</sup> پیوسته. هر کلمه ابتدائاً به صورت یک بردار بعدبالا که شامل تعداد دفعات تکرار کلمه در مقاله‌های مختلف دائره‌المعارف است نمایش داده شده است. *LLE* بر روی مجموعه این بردارهای شمارش‌های کلمه-سند اعمال شده است و در نتیجه آن، برای هر کلمه یک موقعیت مختصاتی محاسبه شده است. همانطور که پیداست *LLE* توانسته است کلمات با معانی نزدیک به هم را در موقعیت‌های مکانی مجاور بنگارد [۳].

<sup>29</sup> Semantic space