دانشگاه آزاد اسلامي
واحد تهران مركزي
دانشكده علوم پايه- گروه فيزيك

پايان نامه براي اخذ درجه كارشناسي ارشد

عنوان:

بررسي افت و خيزهاي كوانتمي در كيهان شناسي تورمي

استاد راهنما:

دكتر مجيد محسن زاده گنجي

استاد مشاور:

دكتر محمدوحيد تكوك

پژوهشگر:

فاطمه خطيب

تابستان89

تقدیم به

مادرم

بخاطر همه خوبیهایش

با تشکر فراوان از استادم دکتر محسن زاده
و همه اساتیدي که براي این نوشته یاریم کردند.

بسمه تعالی

تعهد نامه اصالت پایان نامه کارشناسی ارشد

اینجانب فاطمه خطیب دانشجوی کارشناسی ارشد رشته فیزیک نجوم با شماره دانشجویی 87000252100 اعلام می کنم که کلیه مطالب مندرج در این پایان نامه با عنوان بررسی های افت و خیزهای کوانتمی در کیهان شناسی تورمی، حاصل کار پژوهشی خود بوده و چنانچه دستاوردهای پژوهشی دیگران را مورد استفاده قرار داده باشم، طبق ضوابط و رویه های جاری، آن را ارجاع داده و در فهرست مراجع ذکر نمودم. علاوه بر آن تأکید می نمایم که این پایان نامه تا کنون برای احراز هیچ مدرک هم سطح، بالاتر یا پائین تر ارائه نشده و چنانچه در هر زمان خلاف آن ثابت شود، بدینوسیله متعهد می شوم در صورت ابطال مدرک تحصیلی ام توسط دانشگاه، بدون کوچک ترین اعتراض بپذیرم.

تاریخ

بسمه تعالی

در تاریخ 89/5/31
دانشجوی کارشناسی ارشد فاطمه خطیب از رساله خود دفاع نموده و با نمره به حروف و با درجه مورد تصویب قرهر گرفت.

فهرست عناوين:

پیش گفتار

اشتیاق براي درك جهان تقریبا به قدمت هوشیاري انسان است. شاید بتوان تاریخ علم را با تمام فراز و نشیب هایش به صورت زنجیري در نظر گرفت که با پیشرفت علم بر حلقه هاي آن افزوده شده است.
بنابراین هم اکنون باید رشته ی بلندي در دست بشر باشد. ولي مسئله مهم اینست که چه وقت به آخرین حلقه این زنجیر دست یابیم. و اینکه آیا آخرین حلقه اي وجود دارد؟ و شاید مهم ترین سوال اینکه با یافتن آخرین حلقه زنجیر در حقیقت چه چیزي در دست داریم؟ و.... . با وجود همه این ابهامات بشر دست از

تلاش بر نداشته و هم چنان در تلاش براي يافتن حلقه هاي ناپيداي اين زنجير است.

حتي يك قدم هم عقب نمي گذاريم! ما به دنبال شناخت همه جهان هستيم. و به قول هاوكينگ *هدف ما چيزي كمتر از آن نيست كه توجيه كاملي از جهاني كه در آن زندگي مي كنيم بدست آوريم.*

فصل اول
مروري بر كيهان شناسي

مقدمه

همه ما تاكنون درباره سوالاتي مثل "جهان چگونه بوجود آمده؟"، "قبل از آن چه بوده؟" با چه سازوكاري به حياتش ادامه مي دهد؟" "آيا شكل كنوني آن ابدي است ؟" و ... فكر كرده ايم. پاسخ به اين سؤالات در حوزه كيهان شناسي قرار مي گيرد. اين علم در واقع به بررسي سيستمي به بزرگي جهان مي پردازد. فقط براي اين كه بتوانيم تصور كنيم آنچه به مطالعه اش مي پردازيم چقدر بزرگ است، به اين مثال توجه كنيد:

صفحه سفيدي را در نظر بگيريد با نوك قلم اثري روي آن بگذاريد. نسبت اين نقطه كه به سختي ديده مي شود به كل صفحه مانند نسبت زمين به منظومه شمسي است! نسبت منظومه شمسي به كهكشان راه شيري از اين نقطه كوچك تر

است و نیز نسبت کهکشان راه شیري به کل عالم بسیار کوچك تر از نسبت این نقطه به صفحه کاغذ است.

حال این سؤال پیش مي آید براي بررسي سیستمي به این عظمت از چه ابزاري مي توان استفاده کرد. در حال حاضر بسیاري از دانسته هایمان را در مورد جهان مدیون پیشرفت هاي فناوري خصوصاً در قرن گذشته هستیم. بسیاري از فرضیات و اصول کیهان شناسي را از طریق مشاهده جهان با تلسکوپ هاي پیشرفته استنباط کرده ایم. در این فصل سعي مي کنیم نگاهي گذرا به این اصول کیهان شناسي داشته باشیم.

1-1) همگني و همسانگردي

فرض مشترکي که تمام مدل هاي کیهان شناسي بر آن استوار است، این است که در مقیاس هاي بزرگ، جهان براي یك زمان خاص یکسان است. این اصل که به اصل کپرنیك معروف است، مبتني بر دو ویژگي زیر است:

الف) همگني (*homogeneity*)

ب) همسانگردي (*isotropy*)

منظور از همگني این است که عالم از هر نقطه یکسان به نظر مي رسد، یا به عبارتي هیچ نقطه اي بر سایر نقاط برتري ندارد و همسانگردي به این معناست که جهان از هر جهتي یکسان به نظر مي رسد یعني هیچ جهتي بر جهات دیگر برتري ندارد. اگرچه همگني و همسانگردي ممکن است جدا از هم اتفاق بیفتد ولي اگر بخواهیم براي همه نقاط همگني داشته باشیم، باید همسانگردي نیز داشته باشیم و بالعکس. این مسئله را *اصل کیهان شناسي* مي نامیم.

یادآور مي شويم كه در مقياس هاي كوچك تر، ناهمگني هاي زيادي مثل ستاره و كهكشان ها وجود دارد و نيز شواهدي در دست است كه در مقياس هاي خيلي بزرگ تر، عالم به طور محسوس ناهمگن است.

2-1) انبساط عالم

يكي از جالب ترين و شگفت انگيزترين مسائل درباره عالم اين است كه همه چيز در جهان در حال دور شدن از هم است، *عالم در حال گسترش است*. البته اين انبساط در حد ابعاد بين كهكشاني است و در مقياس هاي كوچك تر درون كهكشاني فاصله ها ثابت است.

سرعت دورشدن كهكشان ها را از طريق پديده ی *انتقال به قرمز* (*Redshift*) اندازه گيري مي كنيم، همانطور كه مي دانيم براي مشاهده كهكشان ها بايد نور از آن ها به ما برسد. وقتي كهكشاني از ما دور مي شود، فاصله امواج ساتع شده از آن و در واقع طول موجش زياد شده به سمت طول موج هاي قرمز مي رود. اين پديده را انتقال به قرمز مي ناميم. اين پديده در حقيقت نتيجه اثر دوپلر است و بصورت زير نمايش داده مي شود:

$$z = \frac{\lambda_{\circ} - \lambda_e}{\lambda_e} \qquad (1-1)$$

كه λ_eطول موج ساتع شده از كهكشان و $\lambda_{\circ}$طول موج دريافتي است.

نكته قابل توجه ديگر اين كه هرچه فاصله كهكشان ها از ما بيشتر باشد، با سرعت بيشتري از ما دور مي شوند. رابطه بين r فاصله كهكشان ها از ما، و سرعت دور شدن كهكشان ها v را بصورت زير نمايش مي دهيم:

$$v = Hr \qquad (2-1)$$

که H *ثابت هابل* است. این رابطه *قانون هابل* (*Hubbles law*) نام دارد. قانون هابل همیشه و براي همه کهکشان ها درست نیست ولي در هر صورت براي بیان میانگین سرعت کهکشان ها، رابطه مناسبي است.

از آنجا که فاصله کهکشان ها r در حال تغییر است، مي توانیم این تغییرات را بصورت زیر نمایش دهیم:

$$r = a(t)x \qquad (3-1)$$

x کمیتي با یکاي طول و ثابت بوده و *مختصه همراه* (*commoving coordinate*) نام دارد. $a(t)$ کمیتي بدون بعد و تابع زمان است که تغییرات فاصله را برحسب زمان بیان مي کند و *ضریب مقیاس* (*scale factor*) نام دارد .

حال مي توان رابطه (1-1) را بصورت زیر بازنویسي کرد:

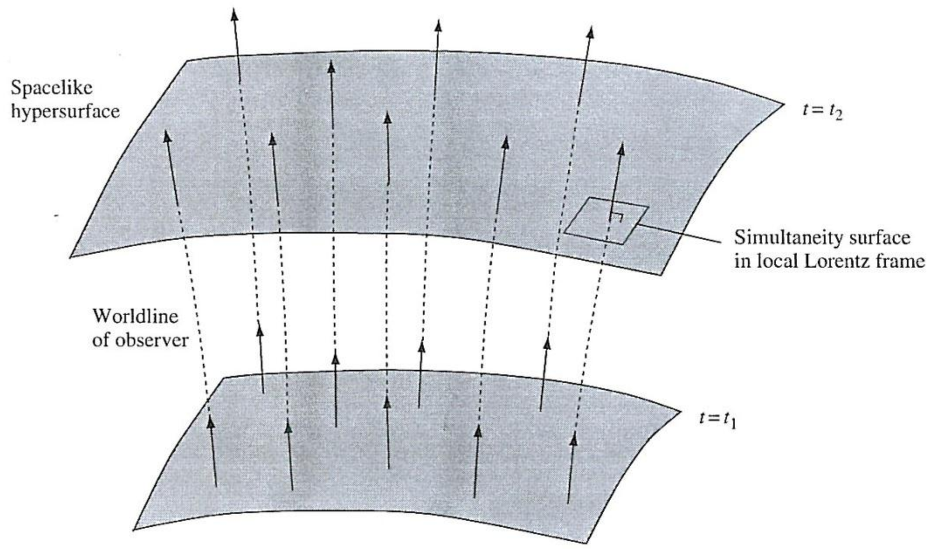
$$z + 1 = \frac{\lambda(t_\circ)}{\lambda(t_e)} = \frac{v_\circ}{v_e} = \frac{a(t_\circ)}{a(t_e)} \qquad (4-1)$$

از آنجا که جهان در حال گسترش است، فاصله کهکشان ها با گذشت زمان افزایش مي یابد. این بدان معني است که در گذشته جهان کوچك تر بوده و اگر در زمان به اندازه کافي عقب برویم، همه عالم در نقطه اي با شعاع صفر متمرکز بوده است.

(3-1) هندسه فریدمن- رابرتسون- واکر (FRW geometry)

سوالي که در مورد اصل کیهان شناسي مي توان مطرح کرد، اینست که چگونه مي توان یك زمان ویژه معتبر جهاني تعریف کرد در حالیکه هیچ چهارچوب ساکن جهاني وجود ندارد. در نسبیت عام براي تعریف زمان جهاني،

بـايـد فـضـا- زمـان را بـا بـرش هـاي زمـانـي بـطـوريـكـه هـر بـرش شـامـل يـك ابـرسـطـح فـضـا گـونـه اسـت، تـقـسـيـم كـرد (شـكـل 1-1) [4] . بـنـابـرايـن مـي تـوان ايـنـطـور اظـهـار داشـت كـه جـهـان در زمـان هـاي مـخـتـلـف بـه بـرش هـاي فـضـاگـونـه مـجـزا از هـم تـقـسـيـم شـده كـه در هـر بـرش هـمـگـنـي و هـمـسـانـگـردي حـكـمـفـرمـاسـت.



شـكـل 1-1

از آنـجـا كـه در هـرابـرسـطـح، زمـان ثـابـت اسـت و بـنـابـرايـن بـر جـهـان خـط هـا عـمـودنـد، مـي تـوان بـراي آن سـنـجـه اي بـصـورت زيـر تـعـريـف كـرد:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - g_{ij} dx^i dx^j \qquad (5-1)$$

الـبـتـه ايـن سـنـجـه هـنـوز نـمـي تـوانـد شـرط هـمـگـنـي و هـمـسـانـگـردي را بـرقـرار كـنـد. اصـل كـيـهـان شـنـاسـي را ايـنـطـور وارد مـي كـنـيـم كـه هـمـه نـقـاط دريـك ابـرسـطـح يـكـسـانـنـد. از نـظـر ريـاضـي ايـن بـدان مـعـنـاسـت كـه در تـانـسـور سـنـجـه جـمـلـه dt^2 ام مـقـدار ثـابـتـي اسـت و نـيـز هـمـه جـهـات در يـك ابـرسـطـح يـكـسـانـنـد يـعـنـي جـمـلات $dtdx^i$ در تـانـسـور سـنـجـه صـفـر اسـت.

اگر فاصله دو کهکشان را در زمان t و در يك ابرسطح بصورت $d\sigma^2 = g_{ij}\Delta x^i \Delta x^j$ نشان دهيم، براي زمان هاي بعدي اين فاصله بزرگ تر مي شود بدون اينكه جهت آن تغييري بكند. انگار كه اين فاصله را در يك عامل بزرگ كننده كه تنها تابع زمان است ضرب كنيم. بنابراين شكل سنجه به شكل زير درخواهد آمد:

$$ds^2 = c^2dt^2 - s^2(t)h_{ij}dx^i dx^j \qquad (6-1)$$

كه h_{ij} تابعي از سه بعد فضا و $s(t)$ تابعي از زمان است.

از آنجا كه ابرسطح در سه بعد گسترده است، تانسور انحنا در اين سه بعد، شش مؤلفه غيروابسته دارد كه هركدام تابعي از مختصات است. مي توانيم با مشخص كردن اين شش تابع، خواص هندسي اين سه بعد را بيابيم. با بررسي اين تانسور مي توانيم نشان دهيم [پيوست 1] :

$$ds^2 = c^2dt^2 - s^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2)\right] \qquad (7-1)$$

K ثابتي است كه نوع هندسه عالم را مشخص مي كند بعبارتي ديگر هندسه عالم به اين بستگي دارد كه K مثبت، منفي يا صفر باشد. با فرض $K \neq 0$ متغير k را بصورت زير تعريف مي كنيم:

$$k =: K/|K| \qquad (8-1)$$

بنابراين (7-1) را بصورت زير مي توان نوشت:

$$ds^2 = c^2dt^2 - \frac{s^2(t)}{|k|}\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2)\right] \qquad (9-1)$$

k انحنا نام دارد و مي تواند 1+، 0 يا 1- باشد.

با تعريف:

$$a(t)\begin{cases}\dfrac{s(t)}{|K|^{\frac{1}{2}}} & K \neq \circ \quad \text{اگر} \\ s(t) & K = \circ \quad \text{اگر}\end{cases} \qquad (10-1)$$

که $a(t)$ ضریب مقیاس عالم است. حال مي توان شکل عمومي سنجه FRW را به صورت زیر نوشت:

(11-1)

$$ds^2 = c^2dt^2 - a^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2)\right]$$

4-1) هندسه فضا

همانطور که اشاره کردیم براي یك ابرسطح (ثابت = t) هندسه فضا بستگي به این دارد که k، 1+، صفر یا 1- باشد، در نتیجه سه نوع هندسه مي توان براي عالم متصور شد:

الف) هندسه تخت: این هندسه، هندسه اي است که در تجربه روزانه با آن سرو کار داریم؛ اینکه کوتاه ترین فاصله بین دو نقطه، خط راست است و یا فاصله دو خط موازي همواره ثابت است. نتایج حاصل از این هندسه را مي توان در دو عبارت زیر خلاصه کرد:

- مجموع زوایاي داخلي یك مثلث برابر 180° است.
- محیط یك دایره با شعاع r برابر $2\pi r$ است.

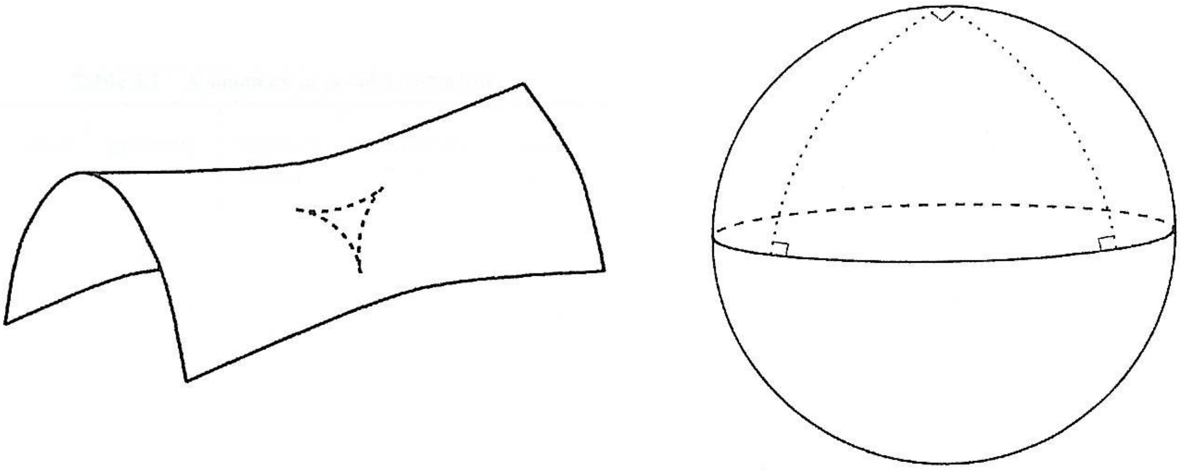
براي برقراري شرط همگني و همسانگردي در این هندسه، جهاني را که با این هندسه تعریف می کنیم باید نامحدود باشد، در غیر این صورت روی مرزها با عدم یکسانی مواجه می شویم.

ب) هندسه کروي: اين نوع هندسه نيز براي ما آشناست. در اين هندسه هرچه به سمت قطب ها حرکت کنيم، فاصله دو خط موازي کمتر مي شود شکل (1-2 الف). هندسه کروي مثل کره زمين محدود است بدون اينکه مرزي داشته باشد بنابراين چنين جهاني را جهان بسته نيز مي نامند. براي تعريف اين هندسه نيز از دو جمله زير استفاده مي کنيم:

- مجموع زواياي داخلي يك مثلث بيشتر از 180° است.
- محيط يك دايره با شعاع r کوچك تر از $2\pi r$ است.

پ) هندسه هيپربوليکي: همانطور که گفتيم اين حالت مربوط به $k = -1$ است که کمتر با آن آشنايي داريم. در اين هندسه با امتداد خطوط، فاصله دو خط موازي بيشتر مي شود. براي برقراري شرط همگني و همسانگردي جهانی را که با اين هندسه توصيف می کنيم نيزبايد نامحدود باشد. چنين جهاني را جهان باز مي ناميم (شکل 1-2 ب). خصوصيات اين هندسه را نيز اينطور خلاصه مي کنيم:

- مجموع زواياي داخلي يك مثلث کمتر از 180° است.
- محيط يك دايره با شعاع r بزرگ تر از $2\pi r$ است.



الف

ب

شکل2-1

5-1) معادلات فریدمن

براي بررسي جهان نياز به معادلاتي داريم كه انبساط و سيرتكاملي آن را توضيح دهد. در حال حاضر معادلاتي كه از آن براي توصيف جهان استفاده مي كنيم، *معادلات فريدمن* (*Friedman's equations*) است [پيوست 1]. اين معادلات را به سادگي مي توان از مكانيك نيوتني استنتاج كرد. در اين جا به بررسي اين معادلات مي پردازيم. ذره اي به جرم m را در نظر بگيريم كه در فاصله r از جرم M قرار گرفته . مي توان نوشت:

$$M = \frac{4\pi r^3}{3}\rho \qquad (12-1)$$

كه ρ چگالي است. با توجه به مكانيك نيوتني ، براي پتانسيل گرانشي داريم:

$$V = \frac{GMm}{r} = -\frac{4\pi G\rho r^2 m}{3} \qquad (13-1)$$

انرژي جنبشي ذره نيز به شكل زير خواهد بود:

$$T = \frac{1}{2} m\dot{r}^2 \qquad (14-1)$$

با توجه به رابطه (3-1) داريم:

$$E = T + V = \frac{1}{2} m\dot{a}^2 x^2 - \frac{4\pi}{3} G\rho a^2 x^2 m \qquad (15-1)$$

كه E انرژي كل ذره است. رابطه بالا را به صورت زير بازنويسي مي كنيم [پيوست 1] :

(16-1)

$$(\frac{\dot{a}}{a})^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{c^2 k}{a^2}$$

كه $k = \frac{-2E}{mx^2c^2}$ همان انحنا است.

از آنجا كه جهان را به صورت يك شاره در نظر گرفته ايم مي توان از قوانين ترموديناميك براي تبيين سير تحولي آن استفاده كرد، طبق قانون اول ترموديناميك، داريم: $dE + pdv = Tds$ (E انرژي، v حجم ، P فشار، T دما و S آنتروپي است).

طبق نسبيت خاص براي جرم m انرژي برابر است با $E = mc^2$. براي حجمي با شعاع همراه واحد *(x=1)* داريم [پيوست 1]:

$$E = \frac{4\pi}{3} a^3 \rho c^2 \qquad (17-1)$$

مشتق زماني E به شكل زير است:

$$\frac{dE}{dt} = 4\pi a^2 \rho c^2 \frac{da}{dt} + \frac{4\pi}{3} a^3 \frac{d\rho}{dt} c^2 \qquad (18-1)$$

با مشتق گيري از رابطه اول ترموديناميك [1] و بازآرايي رابطه به معادله زير مي رسيم [پيوست1]:

(19-1)

$$\dot{\rho}+3\frac{\dot{a}}{a}(\rho+\frac{P}{c^2})=0$$

و در نهايت با مشتق گيري از رابطه (13-1) و جايگذاري آن در (12-1) به رابطه زير مي رسيم [پيوست1]:

$$\frac{\ddot{a}}{a}=-\frac{4\pi G}{3}(\rho+\frac{3P}{c^2}) \qquad (20-1)$$

معادلات (13-1) و (16-1) را معادلات فريدمن مي ناميم كه سيرتكاملي جهان را نشان مي دهند.

6-1) معادلات شاره كيهان شناسي

رابطه (15-1) را مي توان به شكل زير نوشت [پيوست 1]:

$$\frac{d(pa^3)}{dt}=-\frac{3\dot{a}a^2\rho}{c^2} \qquad (21-1)$$

اين معادله را كه مشتقي بر حسب t است را مي توانيم بصورت مشتقي برحسب a بنويسيم:

$$\frac{d(pa^3)}{da}=-\frac{3\rho a^2}{c^2} \qquad (22-1)$$

طبق اين رابطه بدست مي آيد كه [پيوست 1]:

$$P=\omega\rho c^2 \qquad (23-1)$$

كه ω مقدار ثابتي است. بنابراين معادله (22-1) را به شكل زير بازنويسي مي كنيم:

---

1 - $\frac{ds}{dt}=0$