بسم الله الرحمن الرحيم

١٢٧٤٢١

دانشگاه یزد

دانشکده فنی مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

پایان‌نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

مهندسی مکانیک-تبدیل انرژی

کاربرد روش Level Set در شبیه‌سازی عددی جریان‌های با سطح آزاد

استاد راهنما: دکتر شهرام طالبی

استاد مشاور: دکتر محمد سفید

پژوهش و نگارش: مهدی فتحی

۱۳۸۸/۹/۱۱

مرکز اطلاعات و مدارک علمی

اسفند ماه ۱۳۸۷

۱۲۷۴۲۱

تقدیم به

پدر و مادرم

که محبت آنان دریای بیکران است.

سپاس به درگاه خداوند بزرگ که به من توفیق داد این پروژه را با موفقیت به اتمام رسانم. حمایت‌های استاد ارجمند دکتر شهرام طالبی را ارج می‌نهم و بهترین آرزوها را، برای ایشان دارم.

بسمه تعالی

مدیریت تحصیلات تکمیلی	صورتجلسه دفاعیه پایان نامه دانشجوی دوره کارشناسی ارشد	شناسه: ب/ک/۳

جلسه دفاعیه پایان نامه تحصیلی آقای/ خانم: مهدی نعمتی دانشجوی کارشناسی ارشد

رشته/گرایش: تبدیل انرژی

به شماره دانشجویی: ۸۵۰۱۵۲۴

تحت عنوان: کاربرد روش LEVEL SET در شبیه سازی عددی جریان های با سطح آزاد

و تعداد واحد: در تاریخ ۱۳۸۷/۱۲/ ۱۲ باحضور اعضای هیأت داوران (به شرح ذیل) تشکیل گردید.

پس از ارزیابی توسط هیأت داوران، پایان‌نامه با نمره: به عدد ۱۹/- به حروف نوزده تمام

و درجه عالی مورد تصویب قرارگرفت.

عنوان	نام و نام خانوادگی	امضاء
استاد/ استادان راهنما:	دکتر شهرام طالبی	
استاد/ استادان مشاور:	دکتر محمد سفید	
متخصص وصاحبنظر داخلی:	دکتر ولی کلاتر	
متخصص و صاحبنظر خارجی:	دکتر محمدرضا هادیان	

نماینده تحصیلات تکمیلی دانشگاه (ناظر)

نام ونام خانوادگی: دکتر محمدعلی وحدت

امضاء:

چکیده

از آنجا که برای بسیاری از پدیده‌های طبیعی و صنعتی، همانند جریان‌های با سطح آزاد راه حل‌های تحلیلی وجود ندارد، شبیه‌سازی عددی این گونه پدیده‌ها لازم به نظر می‌رسد. کد تهیه شده در حالت تقارن محوری قادر است مسائل با سطح آزاد و به طور غیردائم را تحلیل کند. برای حل عددی معادلات ناویر- استوکس از روش MAC استفاده شده است. برای تعیین موقعیت سطح آزاد، روش لولست به کار رفته است و برای حل عددی معادله لولست از روش WENO مرتبه پنج استفاده شده است. الگوریتم کلی به طور صریح و شبکه حل دکارتی مربعی است. برای مقایسه دوباره مقداردهی عادی و اصلاح شده شکست سد شبیه‌سازی شده است و نتایج بدست آمده نشان داد که بدون دوباره مقداردهی درصد اتلاف جرم ۴۵٪، با دوباره مقداردهی عادی ۱۸٪ و با دوباره مقداردهی اصلاح شده درصد اتلاف جرم ۱۵٪ بدست آمد. بنابراین در کلیه موارد از دوباره مقداردهی اصلاح شده استفاده شده است. بررسی قطره کروی و برخورد دو قطره در میدان بدون گرانش شبیه‌سازی شده‌اند تا اثرات سرعت‌های پارازیتی بررسی شود. در شبیه‌سازی قطره کروی

ساکن در غیاب نیروهای خارجی از جمله میدان سرعت و میدان گرانشی زمین با تعداد سلولهای مختلف بررسی شد و این نتیجه بدست آمد که در روش لولست با افزایش تعداد سلولهای دامنه حل اتلاف جرم کاهش می‌یابد ولی با افزایش تعداد سلولهای دامنه حل زمان حل افزایش می‌یابد، بنابراین در موارد شبیه‌سازی شده سعی شده است بهینه‌ترین مقدار آن برای اتلاف جرم کمتر و زمان حل مناسب انتخاب شود. سقوط یک قطره، چکیدن قطره آویزان و خروج جریان آب از یک شیر، همراه با وزن نیز شبیه‌سازی شده‌اند و در مواردی که حل تحلیلی موجود بود نتایج بدست آمده با نتایج حل تحلیلی مقایسه گردیده است و تطابق خوبی نیز حاصل گردیده است.

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه ۱

فصل دوم: روش‌های عددی شبیه‌سازی جریان با سطح آزاد ۴

۲-۱. مقدمه ---- ۴

۲-۲. روشهای ردیابی سطح ---- ۴

۲-۲-۱. روشهای دنبال‌کننده سطح ---- ۵

۲-۲-۲. روشهای تسخیرکننده سطح ---- ۵

روش فلایر ---- ۶

روش MAC ---- ۷

روش جابجایی پیوسته ---- ۷

روش Vof یا حجم سیال ---- ۷

۲-۳. روش لولست ---- ۸

۲-۳-۱. معادله حرکت ---- ۸

۲-۳-۲. تابع لولست ---- ۱۰

۲-۳-۳. بقای جرم ---- ۱۳

الف) رویه دوباره مقداردهی به تابع لولست ---- ۱۳

رویه دوباره مقداردهی عادی ---- ۱۴

رویه دوباره مقداردهی اصلاح شده ---- ۱۵

ب) رویه تصحیح لولست ---- ۱۷

پ) رویه چنگ ---- ۱۸

۲-۳-۴. کشش سطح ---- ۱۹

۲-۳-۵. الگوریتم حل لولست ---------- ۲۱
۲-۳-۶. کوتاهترین فاصله علامت‌دار از سطح مشترک در زمان اولیه ---------- ۲۱
۲-۳-۷. مساحت، حجم و جرم هر سیال ---------- ۲۲

فصل سوم: مروری بر کارهای انجام شده **۲۳**

فصل چهارم: شرح روش عددی **۳۹**

۴-۱. مقدمه ---------- ۳۹
۴-۲. حل عددی معادلات ناویر- استوکس ---------- ۴۱
۴-۳. حل عددی معادله لولست ---------- ۴۲
۴-۳-۱. روش مرتبه اول بادسو ---------- ۴۲
۴-۳-۲. روش‌های هذلولوی ---------- ۴۳
۴-۳-۳. روش ENO مرتبه دوم ---------- ۴۴
۴-۳-۴. روش WENO مرتبه پنج ---------- ۴۵
۴-۴. حل عددی معادله دوباره مقداردهی ---------- ۴۷
۴-۴-۱. روش اول ---------- ۴۷
۴-۴-۲. روش دوم ---------- ۴۸

فصل پنجم: شبیه‌سازی چند مساله‌ی نمونه **۴۹**

۵-۱. مقدمه ---------- ۴۹
۵-۲. جریان جت ---------- ۵۰
۵-۳. بررسی حل معادله لولست ---------- ۵۴
۵-۴. قطره کروی ساکن ---------- ۵۵

۵-۵. سقوط قطره کروی در اثر وزن خودش ---------- ۵۷
۵-۶. قطره آویزان ---------- ۶۰
۵-۷. برخورد دو قطره ---------- ۶۴
۵-۸. پخش شدن قطره روی دیوار ---------- ۶۷
۵-۹. شکست سد ---------- ۷۰
۵-۱۰. شیر آب ---------- ۷۳

فصل ششم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات **۷۷**

۶-۱. نتیجه‌گیری ---------- ۷۷
۶-۲. پیشنهادات ---------- ۷۸

پیوست **۷۹**

الف. اثبات معادله ناویر- استوکس برای جریان دو فازی ---------- ۷۹
ب. اثبات معادله لولست (معادله همیلتون-ژاکوبی) ---------- ۸۴
پ. فلوچارت الگوریتم لولست ---------- ۸۶
ت. مقداردهی اولیه $\phi(x,t)$ دایره ---------- ۸۷
چ. فلوچارت الگوریتم حل معادلات ناویر-استوکس ---------- ۸۸

مراجع **۸۹**

فهرست شکل‌ها

شکل ۲-۱. تابع طبقه هموار برای $\varepsilon = 0, 0.1, 0.3$ ---------- ۱۲

شکل ۲-۲. ادغام دو حباب ---------- ۱۴

شکل ۲-۳. رویه تصحیح لولست ---------- ۱۸

شکل ۳-۱. حرکت نوسانی همراه با برخورد سربه‌سر دو قطره آب ---------- ۲۵

شکل ۳-۲. مقایسه اتلاف جرم با رویه دوباره مقداردهی عادی و اصلاح شده ---------- ۲۵

شکل ۳-۳. ترکیدن حباب هوا در سطح آب ---------- ۲۶

شکل ۳-۴. حرکت نوسانی قطره آب ---------- ۲۷

شکل ۳-۵. صعود حباب نیوتنی در سیال ---------- ۲۸

شکل ۳-۶. هندسه اولیه مسئله ریختن مذاب با فشار ---------- ۲۹

شکل ۳-۷. نمایش شماتیک گره‌های نزدیک سطح مشترک در رویه دوباره مقداردهی مهارشده- ۳۰

شکل ۳-۸. شکست سد آب ---------- ۳۱

شکل ۳-۹. شکل چپ پیشروی آب در y=۰ و شکل راست ارتفاع دیوار خیس شده در x=۰ --- ۳۱

شکل ۳-۱۰. ارتفاع گذرا صفحه خیس شده در دیوار چپ وراست تانک مستطیلی دارای سیال که به صورت آنی حرکت می‌کند ---------- ۳۲

شکل ۳-۱۱. شکست سد ---------- ۳۴

شکل ۳-۱۲. شبیه‌سازی هیدرودینامیکی کشتی سه بعدی در آب ---------- ۳۵

شکل ۳-۱۳. شبکه‌بندی با روش AMR ---------- ۳۵

شکل ۳-۱۴. سقوط یک قطره کروی آب در یک استخر آب ---------- ۳۶

شکل ۳-۱۵. حرکت نوسانی یک قطره کبالت مایع استوانه‌ای ---------- ۳۷

شکل ۳-۱۶. ضریب گسترش و ارتفاع بی‌بعد مرکز جرم قطره بر حسب زمان بعد از برخورد --- ۳۸

شکل ۴-۱. نمونه شبکه جابجا شده و متغیرهای جریان ---------- ۴۰

شکل ۵-۱. کانتورهای سرعت عمودی در حالت دایم ---------- ۵۳
شکل ۵-۲. کانتورهای سرعت عمودی برای حل تحلیلی ---------- ۵۳
شکل ۵-۳. مولفه عمودی سرعت در محور تقارن ---------- ۵۴
شکل ۵-۴. مولفه عمودی سرعت در انتهای دامنه حل ---------- ۵۴
شکل ۵-۵. حرکت نوار و خروج آن از مرز ---------- ۵۵
شکل ۵-۶. قطره دایره‌ای ساکن در دو زمان مختلف ---------- ۵۷
شکل ۵-۷. درصد اتلاف جرم بر حسب زمان برای مش‌های مختلف ---------- ۵۷
شکل ۵-۸. سقوط قطره کروی ---------- ۵۹
شکل ۵-۹. سرعت قطره در دو حالت تئوری و شبیه‌سازی ---------- ۶۰
شکل ۵-۱۰. درصد اتلاف جرم بر حسب زمان ---------- ۶۰
شکل ۵-۱۱. درصد اتلاف جرم بر حسب زمان ---------- ۶۲
شکل ۵-۱۲. قطره آویزان ---------- ۶۳
شکل ۵-۱۳. مولفه‌ی عمودی سرعت و تابع فاصله بر حسب ارتفاع دامنه حل ---------- ۶۴
شکل ۵-۱۴. مولفه‌ی عمودی سرعت و تابع فاصله را بر حسب شعاع دامنه حل ---------- ۶۴
شکل ۵-۱۵. برخورد دو قطره آب ---------- ۶۶
شکل ۵-۱۶. سرعت در جهت شعاعی و تابع فاصله را بر حسب شعاع دامنه حل ---------- ۶۷
شکل ۵-۱۷. درصد اتلاف جرم بر حسب زمان ---------- ۶۷
شکل ۵-۱۸. پخش شدن قطره روی دیوار ---------- ۶۹
شکل ۵-۱۹. سرعت در جهت شعاعی و تابع فاصله را بر حسب شعاع دامنه حل ---------- ۷۰
شکل ۵-۲۰. درصد اتلاف جرم بر حسب زمان ---------- ۷۰
شکل ۵-۲۱. درصد اتلاف جرم بر حسب زمان بدون دوباره مقداردهی ---------- ۷۱
شکل ۵-۲۲. درصد اتلاف جرم بر حسب زمان با دوباره مقداردهی عادی ---------- ۷۲
شکل ۵-۲۳. درصد اتلاف جرم بر حسب زمان با دوباره مقداردهی اصلاح شده ---------- ۷۲

شکل ۵-۲۴. شکست بند ---------- ۷۳
شکل ۵-۲۵. هندسه اولیه مسئله ---------- ۷۵
شکل ۵-۲۶. سرعت متوسط در مقطع اب در دو حالت برنولی و شبیه‌سازی بر حسب ارتفاع ---۷۵
شکل ۵-۲۷. جریان خروجی آب از شیر ---------- ۷۶
شکل الف-۱. تجزیه حجم کنترل Ω به دو زیر حجم Ω_1 و Ω_2 ---------- ۸۰

فهرست علائم

توضیحات	علائم
کسر حجمی	f
چگالی	ρ
لزجت	μ
مولفه‌ی شعاعی سرعت	u
مولفه‌ی عمودی سرعت	v
شتاب ثقل زمین	g
بردار سرعت	$\vec{V}$
فشار	P
ضریب کشش سطح	σ
انحنا سطح مشترک	k
بردار واحد نرمال سطح مشترک	n
تابع دلتای دیراک	δ
تابع لولست	ϕ
تانسور نرخ تغییر شکل	$\vec{D}$
فاصله	d
سطح مشترک	Γ
تابع طبقه	H
تابع طبقه هموار	H_ε
زمان مجازی	τ
حجم سلول (i,j)	Ω_{ij}

مساحت سلول (i,j) ---------- A_{ij}

ضریب تصحیح ---------- C_{ϕ}

تابع رنگی ---------- $c(x)$

عدد رینولدز ---------- Re

عدد وبر ---------- We

عدد موئینگی ---------- Ca

مقدار اولیه ϕ ---------- ϕ^0

ϕ در مرحله زمانی n ---------- ϕ^n

ϕ در مرحله زمانی $n+1$ ---------- ϕ^{n+1}

کوچکترین مقدار DR و DZ ---------- h

خطا ---------- E

فصل اول

مقدمه

جریانهای با سطح مشترک به آن دسته از جریانهایی گفته می‌شود که دو سیال در یک سطح مشترک با هم در تماس هستند. جریانهای با سطح مشترک مورد توجه بخش بزرگی از مکانیک سیالات است و کاربردهای فراوانی در زمینه‌های مختلف فرایندهای طبیعی و صنعتی دارد. برای مثال جریان داخل رودخانه‌ها و اقیانوس‌ها، آب و هوا در سطح دریا نمونه‌هایی از کاربردهای آن در زمینه‌های فرایندهای طبیعی است. در صنعت نیز نمونه‌های زیادی از جریان با سطح مشترک وجود دارد که از آن جمله می‌توان به فرایند تولید قطره و اسپری اشاره کرد. از کاربردهای اسپری کردن، احتراق سوخت مایع در موتورهای احتراق داخلی، توربین‌های گازی، کوره‌ها، دیگ‌های بخار، رنگ آمیزی، نقاشی، پوشش سطوح فلزی، دستگاههای چاپ و چاپگر، خشک‌کن‌ها، دستگاههای مرطوب کننده هوا، شستشو دهنده‌ها و تمیز کننده‌های صنعتی می‌توان نام برد. نحوه تولید اسپری، توزیع سرعت و اندازه قطرات و مسیر حرکت آنها در بسیاری از موارد در عملکرد

سیستم حائز اهمیت است. به عنوان مثال میزان قطرات در سمپاشی گیاهان، برای کسب نتیجه زیست محیطی بسیار مهم است.

با پیشرفت روش‌های عددی و استفاده روز افزون از این روشها برای شبیه‌سازی، در زمینه جریان با سطح مشترک هم روش‌های عددی مختلفی ارائه شده است. تفاوت این روش‌ها در نحوه ردیابی مرز مشترک دو سیال است، که در فصول بعدی در مورد آن بیشتر توضیح داده شده است. در این پایان‌نامه شبیه‌سازی با روش ردیابی لولست[1] انجام شده است.

در فصل دوم سعی شده است روشهای متداول عددی در زمینه ردیابی سطح به طور مفصل ارائه شود. در این فصل به انواع مختلف روشهای تعیین سطح مشترک و چگونگی اعمال الگوریتم آنها به خصوص روش متداول لولست پرداخته شده است.

در فصل سوم به کارهای انجام شده و نمونه‌های انجام شده با روشهای مختلف تعیین سطح مشترک پرداخته شده است. در این فصل کاربردهای روشهای تعیین سطح مشترک و میزان دقت آنها نشان داده شده است.

فصل چهارم در مورد کد و روش عددی استفاده شده در آن بحث شده است. در این فصل معادلات حاکم و الگوریتم حل به طور کامل بیان شده است. کد تهیه شده، حالت توسعه یافته کد تک فازی است. در ابتدا کدی که معادلات ناویر-استوکس را در حالت تک فازی حل می‌نمود که توسط جیمز[2] نوشته شده بود، استفاده نموده و آن را توسعه داده و نیروی کشش سطح را به معادلات ناویر-استوکس و حل معادله انتقال لولست و حل معادله دوباره مقداردهی را به کد اضافه نمودیم و کد به حالت دوفازی ارتقا پیدا کرد.

فصل پنجم در مورد مسائل حل شده و نتایج بدست آمده است. در این فصل مسائل با کد متقارن محوری تهیه شده حل و مورد تحلیل قرار گرفته است. در انتها نیز پیشنهاداتی برای ادامه کار ارائه شده است که با عمل به آنها می‌توان قدرت این کد را بالا برده و آن را توسعه داد.

---

[1] Level Set
[2] James

هدف از انجام این پروژه، نوشتن و آماده نمودن کدی برای ردیابی سطح مشترک با روش لولست استف به صورتی که بتوان به وسیله آن مسائل تقارن محوری را با رویه‌های مختلف دوباره مقداردهی حل نموده و آنها را مقایسه نمود. کد آماده شده به صورت ابزاری باشد تا محققان دیگر بتوانند با استفاده از پیشنهادات و نتایج بدست آمده در این پروژه و مقاله‌های دیگر، کد را ارتقا داده و سطح‌های آزاد پیچیده‌تر را حل نموده و نتایج بهتری بدست آید.

فصل دوم

روش‌های عددی شبیه‌سازی جریان با سطح آزاد

۲-۱. مقدمه

در این فصل سعی شده است، انواع الگوریتم‌هایی که برای ردیابی سطح به کار می‌روند، به طور مختصر بیان شود و الگوریتم لولست که در این پایان‌نامه به کار رفته به طور مفصل بیان شده است.

۲-۲. روشهای ردیابی سطح

اصولاً الگوریتم‌هایی که برای ردیابی سطح به کار می‌روند به دو نوع عمده تقسیم می‌شوند که در ادامه به آنها اشاره می‌شود.

۲-۲-۱. روشهای دنبال‌کننده سطح[۱]

روشهای دنبال‌کننده سطح[۵-۱]، ماهیتی لاگرانژی دارند و در آنها شبکه حل، متحرک در نظر گرفته شده و برای هر سیال یک شبکه در نظر گرفته می‌شود. سطح مشترک، مرز بین دو ناحیه حل خواهد بود. در این حالت، مرز شبکه روی سطح مشترک بوده و با در نظر گرفتن چند نقطه روی سطح مشترک و ردیابی این نقاط، سطح مشترک ردیابی، و موقعیت جدید دو شبکه حل مشخص می‌شود. در صورت وجود گرادیانهای شدید سرعت، شکل جریان پیچیده خواهد شد و سبب به‌وجود آمدن خطا در روشهای لاگرانژی می‌شود. این بدین معنی است که در حالتی که هندسه سطح پیچیده باشد و یا پدیده‌هایی نظیر شکست[۲] و یا پیوستن[۳] دو سطح اتفاق بیفتد، استفاده از این روشها با مشکلاتی روبروست.

۲-۲-۲. روشهای تسخیرکننده سطح[۴]

روشهای تسخیرکننده سطح، ماهیتی اویلری دارند[۱۵]. در این روشها شبکه حل، ثابت در نظر گرفته می‌شود. یعنی برای کل ناحیه یک دستگاه معادلات حاکم حل می‌شود و سطح مشترک نیز جزء ناحیه حل خواهد بود. در معادلات مومنتم برای ناحیه‌ای که سطح مشترک وجود دارد، نیروی کشش سطح وارد شود. در این روشها، سطح مشترک متحرک خواهد بود و برای تعیین موقعیت سطح مشترک روشهای مختلفی وجود دارد. اساس اکثر روشها استفاده از دو تابع است یکی تابع فاصله که به طور مفصل در روش لولست توضیح داده خواهد شد و دیگری تابع کسر حجمی F که به اختصار در ادامه بیان می‌شود. F یا تابع مشخص کننده فاز[۵]، تابعی است که برای هر فاز سیال یک مقدار تعیین می‌شود. معمولاً برای یک فاز مقدار ۱ و برای فاز دیگر مقدار صفر دارد. از نظر فیزیکی مقدار F برای هر نقطه، فقط صفر یا یک است. ولی از نظر عددی به دلیل وجود سطح مشترک و تفاوت مقدار هر فاز در هر سلول محاسباتی این تابع دارای مقدارهای

---

[۱] Tracking Methods
[۲] Break Up
[۳] Coalescence
[۴] Capturing Methods
[۵] Indicator Phase Function