۱۳۲۸۷۲

دانشگاه بیرجند
دانشکده علوم
(گروه آمار)

پایان نامه کارشناسی ارشد آمار ریاضی

برخی خواص طول عمر سیستم k از n پی در پی

استاد راهنما:

دکتر محمد خنجری صادق

استاد مشاور:

دکتر مجید رضایی

مرکز اطلاعات مدارک علمی
تهیه مدارک
۱۳۸۸/۱۲/۲۶

تهیه و تنظیم:

ندا دانشگر

بهمن ۱۳۸۷

۱۳۳۸۷۸

به نام خدا

فرم شماره ۵

دانشگاه بیرجند
مدیریت تحصیلات تکمیلی

تاریخ : .....
شماره : .....
پیوست : .....

صورتجلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تاییدات خداوند متعال جلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی کارشناسی ارشد **خانم ندا دانشگر**

به شماره دانشجویی: ۸۵۱۳۱۱۰۰۴ رشته: **آمار** دانشکده: **علوم** دانشگاه بیرجند

تحت عنوان : "**برخی خواص طول عمر سیستم k از n پی در پی**"

به ارزش: ۶ واحد درساعت: ۱۶ روز: **شنبه** مورخ: ۸۷/۱۱/۱۲

با حضور اعضای محترم جلسه دفاع و نماینده تحصیلات تکمیلی به شرح ذیل تشکیل گردید :

سمت	نام و نام خانوادگی	رتبه علمی	امضاء
استاد راهنما	**آقای دکتر محمد خنجری صادق**	**استادیار**	
استاد مشاور	**آقای دکتر مجید رضایی**	**استادیار**	
داور اول	**آقای دکتر غلامرضا محتشمی برزادران**	**دانشیار**	
داور دوم	**آقای دکتر حمید رضا نیلی ثانی**	**استادیار**	
نماینده تحصیلات تکمیلی	**آقای دکتر یداله واقعی**	**استادیار**	

نتیجه ارزیابی به شرح زیر مورد تایید قرار گرفت:

☒ قبول (با درجه: عالی و امتیاز: ۱۹/۶۶) ☐ دفاع مجدد ☐ مردود

۱- عالی (۲۰-۱۸) ۲- بسیار خوب (۱۷/۹۹ - ۱۶) ۳- خوب (۱۵/۹۹ - ۱۴) ۴- قابل قبول (۱۳/۹۹ - ۱۲)

کلیه حقوق اعم از چاپ و تکثیر، نسخه برداری، اقتباس و ... از پایان نامه کارشناسی ارشد یا رساله دکتری برای دانشگاه بیرجند محفوظ است.
نقل مطالب با ذکر ماخذ بلا مانع است.

تقدیم این پایان نامه به:

آنهایی که دوستشان دارم. به **پدرم** که گنج محبت و عاطفه بود و دلی داشت به وسعت آسمان های آبی و الفبای انسانیت و مظلومیت را به من آموخت.

و به **مادرم** به خاطر رنجی که کشید در به مقصد رساندن این قافله به راه مانده بعد از پدر در کوره راه زندگی.

و اینک که با اتمام این پایان نامه به خط پایان تحصیل در دوره کارشناسی ارشد آمار می‌رسم گرم ترین اشک های در صدف دل مانده ام را نثار دامان پاک تو می‌کنم **ای مادر**.....

از این رو خالصانه ترین سپاس ها و عاشقانه ترین عواطف را تقدیم شما می کنم مادر.

تقدیم به:

بخش تحصیلات تکمیلی دانشگاه بیرجند

سپاس...

سپاس خدای را عز و جل که طاعتش موجب رحمت است و به شکر اندرش مزید نعمت. هر نفسی که فرو رود ممد حیات است و چون بیرون آید مفرح ذات.

سپاس

از مادر مهربانم که همواره دعای خیرشان بدرقه راهم بوده و به یقین که هر چه بدست آورده ام ثمره وجود ایشان بوده نهایت تشکر را دارم. هرجند که زبان من در تشکر از زحمات ایشان قاصر است.

از خواهران و برادران دلسوزم که با تشویق و تحمل دوری و سختی ها مایه دلگرمیم بودند، صمیمانه سپاسگزارم.

از استاد ارجمندم جناب آقای دکتر محمد خنجری صادق که در طول این مدت با حلم استادانه، مشقات فراوانی متحمل شدند و از رهنمودهای ارزنده شان در مراحل انجام پژوهش بهره برده ام، صمیمانه قدردانی و تشکر می‌کنم.

از استاد مشاور ارجمند جناب آقای دکتر مجید رضایی که زحمت مطالعه پایان نامه را کشیدند کمال تشکر را دارم.

از اساتید گرانقدر آقایان دکتر غلامرضا محتشمی برزادران و دکتر حمیدرضا نیلی ثانی که زحمت داوری این پایان نامه را به عهده گرفتند و با انتقادات و پیشنهادات خود موجب تقویت این پایان نامه گردیدند، کمال تشکر را دارم.

همچنین از دیگر اساتید گروه آمار بالاخص جناب آقای دکتر واقعی که در کلاس درس قانون ایشان شاگرد کوچکی بودم صمیمانه متشکرم.

از جناب آقای مرتضی شایقی راد دانشجوی رشته آمار که در تمام این مدت زحمات بسیاری برای به بار نشستن این پایان نامه کشیدند نهایت تشکر را دارم.

از همکلاسیهایم در دوره کارشناسی ارشد خانمها صادقیان و مجیری ، آقایان اسدی و توکلی که همواره در این دوران دوری از خانواده، کمک حال من بوده اند صمیمانه متشکرم.

از کلیه کارمندان محترم دانشکده علوم خصوصا آقایان کاوه، بصیری، ماندگار، آرگینی، محمدی، خانم احراری، مسئولین کتابخانه مرکزی و واحد کامپیوتر خصوصا آقای بصیری که صمیمانه همکاری داشته اند، تشکر می کنم.

در پایان بر خود لازم می‌دانم که از کلیه اساتید و دوستانی که در طول دوران تحصیل مشوق من بوده اند و از نظرات ایشان بهره برده ام، از صمیم قلب تشکر نمایم.

و من الله توفیق

ندا دانشگر

۲۰ بهمن ۱۳۸۷

چکیده تحقیق

در این پایان نامه برخی از خواص طول عمر سیستم k از n پی‌درپی از نوع خرابی مورد بررسی قرار گرفته‌است. از جمله قابلیت اعتماد، میانگین طول عمر گذشته، میانگین طول عمر باقیمانده و برخی مقایسه‌های احتمالی بین طول عمر سیستم های k از n پی‌درپی از نوع خرابی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. نشان داده شده‌است اکثر خواص ثابت شده قبلی برای تابع میانگین طول عمر گذشته و باقیمانده سیستم موازی وسیستم معمول k از n از نوع خرابی برای سیستم k از n پی‌درپی از نوع خرابی نیز برقرار است. مطالب این پایان نامه در پنج فصل و به شرح زیر تنظیم شده‌اند.

در فصل اول کلیات و مفاهیم اولیه درباره تابع قابلیت اعتماد، تابع نرخ شکست، تابع میانگین طول عمر گذشته، تابع میانگین باقیمانده طول عمر، سیستم منسجم، تابع ساختار سیستم، مجموعه‌های برش کمین و مسیر کمین سیستم، تابع علامت سیستم و ۴ نوع ترتیب تصادفی (ترتیب از نظر احتمالی ، ترتیب از نظر نرخ مخاطره، ترتیب از نظر میانگین باقیمانده و ترتیب از نظر نسبت درستنمایی) آمده‌است. در فصل دوم ابتدا یک سیستم k از n پی‌درپی از نوع خرابی تعریف شده‌است و برخی کاربردهای آن ارائه شده‌است، در ادامه تابع ساختار این سیستم بر اساس مجموعه‌های برش کمین بیان شده‌است. همچنین تابع علامت سیستم بر مبنای الگوریتمی بدست آمده و انواع مقایسه‌های احتمالی ذکر شده با استفاده از تابع علامت برای این نوع سیستم‌ها انجام شده‌است. نشان داده شده‌است که اگر $k_1 < k_2$ آن‌گاه طول عمر سیستم k_1 از n پی‌درپی از نوع خرابی از نظر هر چهار نوع ترتیب احتمالی ذکر شده در بالا کوچکتر از طول عمر سیستم k_2 از n پی‌درپی از نوع خرابی می‌باشد. در فصل سوم خواص تابع میانگین گذشته طول عمر یک سیستم k از n پی‌درپی از نوع خرابی بررسی شده‌است. ابتدا تعریفی از تابع میانگین طول عمر گذشته برای یک سیستم k از n معمولی از نوع خرابی با این شرط که در زمان t همه مؤلفه‌های سیستم از کار افتاده‌اند ارائه شده‌است و سپس آن را به حالتی‌که در

زمان t حداقل r مؤلفه سیستم از کار افتاده‌اند $(r \geq k)$ تعمیم داده‌ایم و سرانجام برای سیستم‌های منسجمی که دارای تابع علامتی به صورت $(0,0,\ldots,0,p_s,p_{s+1},\ldots,p_n)$ است تحت این شرط که در زمان t تمامی مؤلفه‌های سیستم خراب هستند تابع میانگین گذشته طول عمر سیستم بدست آمده است. با استفاده از آن برای یک سیستم k از n پی‌درپی از نوع خرابی نیز که دارای تابع علامت به شکل فوق می‌باشد میانگین طول عمر گذشته سیستم بدست آمده‌است. سپس تابع میانگین طول عمر گذشته برای یک سیستم k از n پی‌درپی با این شرط که در زمان t سیستم از کار افتاده‌است مطالعه و بررسی شده‌است و برخی از خواص آن به صورت حدس بیان شده‌است. فصل چهارم اختصاص به بررسی خواص تابع میانگین باقیمانده طول عمر (MRL) یک سیستم k از n پی‌درپی از نوع خرابی دارد. در این فصل، ابتدا تابع MRL این سیستم با مؤلفه‌های مستقل و هم‌توزیع تحت این فرض که سیستم در زمان t سالم است پیشنهاد شده‌است و برخی از خواص آن بدست آمده‌است، سپس تعریفی برای تابع MRL سیستم با مؤلفه‌های مستقل و هم‌توزیع در حالتی‌که همه مؤلفه‌های سیستم در زمان t سالم هستند ارائه شده‌است و برخی از خواص آن به دست آمده‌است. سرانجام تابع میانگین باقیمانده عمر سیستم هنگامی‌که حداقل $n-r+1$ $(r \leq k)$ مؤلفه سیستم در زمان t سالم هستند تعریف شده‌است و تحت شرایطی رفتار آن نسبت به t بررسی شده‌است. سرانجام در فصل پنجم نتیجه گیری و آینده تحقیق آمده‌است.

نمادها و علائم اختصاری

طول عمر مؤلفه‌های یک سیستم متشکل از n مؤلفه ..... $T_n,\ldots,T_2,T_1$

آماره‌های مرتب متناظر با طول عمرمؤلفه‌های سیستم ..... $T_{1:n},T_{2:n},\ldots,T_{n:n}$

تابع توزیع مشترک طول عمر مؤلفه‌های سیستم ..... $F(x)$

تابع چگالی احتمال مشترک طول عمر مؤلفه‌های سیستم ..... $f(x)$

تابع قابلیت اعتماد (تابع بقا) مؤلفه یا سیستم ..... $R(t)\ \ or\ \ \bar{F}(t)$

تابع نرخ مخاطره در زمان t ..... $r(t)$

نرخ مخاطره صعودی ..... IFR

نرخ مخاطره نزولی ..... DFR

طول عمر سیستم یا مؤلفه ..... T

تابع ساختار سیستم ..... $\phi(x)$

میانگین طول عمر گذشته ..... MPL

میانگین طول عمر باقیمانده ..... MRL

طول عمر یک سیستم k از n پی‌درپی از نوع خرابی ..... T_n^k

تابع قابلیت اعتماد سیستم k از n پی‌درپی از نوع خرابی با مؤلفه های مستقل و هم توزیع..... $h_k(p,n)$

قابلیت اعتماد مشترک مؤلفه های یک سیستم k از n پی‌درپی از نوع خرابی ..... p

میانگین طول عمر گذشته از زمان از کار افتادگی سیستم با طول عمر $T_{k:n}$ با این فرض که همه مؤلفه‌های سیستم در زمانی قبل از t از کار افتاده‌اند ..... $M^n_{n,k}(t)$

میانگین طول عمر گذشته از زمان از کار افتادگی سیستم با طول عمر $T_{k:n}$ با این فرض که حداقل r $(r \geq k)$ مؤلفه سیستم در زمانی قبل از t از کار افتاده‌اند ..... $M^r_{n,k}(t)$

میانگین طول عمر گذشته از زمان از کار افتادگی سیستم با طول عمر T در یک سیستم منسجم با تابع علامتی به صورت $(0,\ldots,0,p_s,p_{s+1},\ldots,p_n)$ با این فرض که همه مؤلفه‌های سیستم در زمانی قبل از t از کار افتاده‌اند ..... $M^s_n(t)$

میانگین طول عمر گذشته از زمان از کارافتادگی سیستم k از n پی‌درپی از نوع خرابی با طول عمر کمتر از t ..... $MP^k_n(t)$

میانگین طول عمر گذشته از زمان از کار افتادگی مؤلفه‌ای با طول عمر $T_{r:n}$ با این فرض که سیستم k از n پی‌درپی از نوع خرابی طول عمر کمتر از t دارد ..... $MP^r_{n,k}(t)$

میانگین طول عمر باقیمانده یک سیستم k از n پی‌درپی از نوع خرابی با این فرض که سیستم طول عمر بزرگتر از t دارد ..... $m^k_n(t)$

میانگین طول عمر باقیمانده یک سیستم k از n پی‌درپی از نوع خرابی وقتی‌که تمام مؤلفه‌های آن در زمان t سالم هستند ..... $\mathfrak{M}^1_{n,k}(t)$

میانگین طول عمر باقیمانده یک سیستم k از n از نوع خرابی وقتی حداقل $n-r+1$ مؤلفه سیستم در زمان t سالم هستند ..... $m^r_{n,k}(t)$

میانگین طول عمر باقیمانده یک سیستم k از n از نوع خرابی با این شرط که در زمان t همه مؤلفه‌های سیستم در حال کار کردن هستند ..... $H_n^k(t)$

میانگین طول عمر باقیمانده یک سیستم با تابع علامتی به صورت $\boldsymbol{p}=(0,\cdots,0,p_s,p_{s+1},\cdots,p_n)$ با این فرض که در زمان t حداقل $(r\le s)n-r+1$ مؤلفه سیستم در حال کارکردن هستند ..... $\mathfrak{M}_{n,s}^r(t)$

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

مقدمه و تاریخچه ۱

تاریخچه رشد مهندسی قابلیت اعتماد ۲

فصل اول: کلیات و مفاهیم اولیه

۱-۱ مقدمه ۹

۱-۲ تابع قابلیت اعتماد و تابع نرخ مخاطره ۹

۱-۳ چند مدل مهم طول عمر ۱۴

۱-۳-۱ مدل خرابی نمایی ۱۴

۱-۳-۲ مدل خرابی گاما ۱۵

۱-۳-۳ مدل خرابی وایبل ۱۶

۱-۴ سیستم‌های منسجم، توابع ساختاری و توابع قابلیت اعتماد ۱۶

۱-۵ مجموعه‌های مسیر و مجموعه‌های برش ۲۳

۱-۶ بیان تابع ساختار بر حسب مجموعه‌های مسیر (برش) کمین ۲۵

۱-۷ تعیین کران برای قابلیت اعتماد سیستم ۲۶

۱-۸ رابطه میان تابع نشانگر و قابلیت اعتماد سیستم ۲۹

۱-۹ آماره‌های ترتیبی ۳۲

۱-۹- ۱ توزیع آماره ترتیبی ۳۲

۱-۹-۲ توزیع توأم دو آماره ترتیبی ۳۳

۱-۱۰ میانگین طول عمر گذشته (*MPL*) و میانگین طول عمر باقیمانده (*MRL*) ۳۴

۱-۱۱ رابطه بین تابع میانگین باقیمانده طول عمر و تابع قابلیت اعتماد ۳۵

۱-۱۲ چند ترتیب تصادفی ۳۶

۱-۱۲-۱ ترتیب احتمالی یک متغیره ۳۶

۱-۱۲-۲ ترتیب نرخ مخاطره ۳۷

۱-۱۲- ۳ ترتیب میانگین باقیمانده طول عمر ۳۹

۱-۱۲-۴ ارتباط بین ترتیب های نرخ مخاطره و احتمالی ۳۹

۱-۱۲-۵ ترتیب نسبت درستنمایی ۴۰

۱-۱۳ علامت یک سیستم منسجم و کاربردش برای مقایسه بین سیستم‌ها ۴۰

۱-۱۳-۱ تابع علامت یک سیستم منسجم ۴۰

۱-۱۳-۲ مقایسه طول عمر سیستم‌ها با توجه به تابع علامت ۴۲

فصل دوم: تابع قابلیت اعتماد و تابع علامت دریک سیستم k از n پی‌درپی

۲-۱ مقدمه ۴۵

۲- ۲ سیستم k از n پی‌درپی از نوع خرابی ۴۵

۲-۲-۱ بیان تابع ساختار سیستم k از n پی‌درپی بر حسب مجموعه‌های برش کمین ۴۷

۲-۳ تابع قابلیت اعتماد سیستم k از n پی‌درپی با مؤلفه‌های مستقل و هم‌توزیع ۴۸

۲-۴ الگوریتمی برای تعیین تابع علامت در سیستم k از n پی‌درپی ۵۲

فصل سوم: میانگین طول عمر گذشته (MPL) مؤلفه‌های یک سیستم k از n پی‌درپی

۳-۱ مقدمه ۶۲

۳-۲ میانگین طول عمر گذشته مؤلفه‌های یک سیستم منسجم ۶۳

۳-۲-۱ تابع MPL سیستم k از n از نوع خرابی هنگامی‌که تمام مؤلفه‌های سیستم در زمان t خراب شده‌اند ۶۵

۳-۲-۲ تابع MPL سیستم k از n از نوع خرابی هنگامی‌که حداقل r $(r \geq k)$ مؤلفه سیستم در زمان t خراب شده‌اند ۷۰

۳-۲-۳ تعمیم تابع MPL به سیستم‌های منسجم ۷۴

۳-۳ تابع MPL یک سیستم k از n پی‌درپی هنگامی‌که سیستم در زمان t از کار افتاده‌است ۷۶

۳-۳-۱ تابع MPL یک سیستم k از n پی‌درپی از زمان از کار افتادگی مؤلفه‌ای با طول عمر $T_{r:n}$ ۸۲

فصل چهارم: میانگین باقیمانده طول عمر (MRL) یک سیستم k از n پی‌درپی

۴-۱ مقدمه ۹۲

۴-۲ تابع MRL سیستم k از n پی‌درپی هنگامی‌که سیستم در زمان t سالم است ۹۲

۴-۳ تابع MRL سیستم k از n پی‌درپی در حالتی‌که همه مؤلفه‌های سیستم در زمان t سالم هستند ۹۸

۴-۴ تابع MRL یک سیستم k از n معمولی از نوع خرابی وقتی‌که حداقل $n-r+1$ مؤلفه سیستم در زمان t سالم هستند و تعمیم آن به سیستم‌های منسجم ۱۰۳

فصل پنجم: نتیجه گیری و آینده تحقیق

۵-۱ نتیجه گیری ۱۱۰

۵-۲ آینده تحقیق ۱۱۲

منابع ۱۱۴

پیوست (الف) ۱۱۹

پیوست (ب) ۱۲۶

فهرست جداول

جدول (۱-۱): ارتباط بین تابع چگالی، تابع توزیع، تابع نرخ خرابی و تابع قابلیت اعتماد ۱۳

جدول (۲-۱): علامت‌های یک سیستم k از n پی‌درپی ۵۴

جدول (۲-۲): نسبت‌های $\frac{p_i}{\sum_{j=i}^{n} p_j}$ برای نتیجه‌گیری در مورد ترتیب نرخ خرابی ۵۵

جدول (۲-۳): مقادیر $\frac{p_{k_1,i}}{p_{k_2,i}}$ برای نتیجه‌گیری در مورد ترتیب نسبت درستنمایی ۵۷

جدول (۳-۱): مقادیر تابع $MP^{r}_{n,k}(t)$ وقتی مؤلفه‌ها دارای توزیع نمایی هستند (r,t,n ثابت) ... ۸۸

جدول (۳-۲): مقادیر تابع $MP^{r}_{n,k}(t)$ وقتی مؤلفه‌ها دارای توزیع وایبل هستند (r,t,n ثابت) ۸۹

جدول (پ-۱): نسبت‌های $p_i \Big/ \sum_{j=i}^{n} p_j$ برای نتیجه گیری در مورد ترتیب نرخ خرابی ۱۲۷

جدول (پ-۲): مقادیر $\frac{p_{k_1,i}}{p_{k_2,i}}$ برای نتیجه‌گیری در مورد ترتیب نسبت درستنمایی ۱۲۸

فهرست شکل ها

شکل (۳-۱): نمودار تابع $M^{n}_{n,k}(t)$ وقتی مؤلفه‌ها دارای توزیع نمایی باشند ۶۷

شکل (۳-۲): نمودار تابع $M^{n}_{n,k}(t)$ وقتی مؤلفه‌ها دارای توزیع نمایی باشند (n ثابت) ۶۸

شکل (۳-۳): نمودار تابع $M^{n}_{n,k}(t)$ وقتی مؤلفه‌ها دارای توزیع نمایی باشند (k ثابت) ۶۹

شکل (۳-۴): نمودار تابع $M^{r}_{n,k}(t)$ وقتی مؤلفه‌ها دارای توزیع یکنواخت باشند ۷۳

شکل (۳-۵): نمودار تابع $M^{k}_{n}(t)$ وقتی مؤلفه‌ها دارای توزیع یکنواخت باشند ۷۶

شکل (۳-۶): نمودار تابع $MP^{k}_{n}(t)$ وقتی مؤلفه‌ها دارای توزیع نمایی باشند (k ثابت) ۷۹

شکل (۳-۷): نمودار تابع $MP^{k}_{n}(t)$ وقتی مؤلفه‌ها دارای توزیع نمایی باشند (n ثابت) ۷۹

شکل (۳-۸): نمودار تابع $MP^{k}_{n}(t)$ وقتی مؤلفه‌ها دارای توزیع وایبل هستند (k ثابت) ۸۰

شکل (۳-۹): نمودار تابع $MP^{k}_{n}(t)$ وقتی مؤلفه‌ها دارای توزیع وایبل هستند (n ثابت) ۸۱

شکل (۳-۱۰): نمودار تابع $MP^{k}_{n}(t)$ وقتی مؤلفه‌ها دارای توزیع یکنواخت هستند (k ثابت) ۸۱

شکل (۳-۱۱): نمودار تابع $MP^{k}_{n}(t)$ وقتی مؤلفه‌ها دارای توزیع یکنواخت هستند. (n ثابت) ۸۱

شکل (۳-۱۲): نمودار تابع $MP^{r}_{n,k}(t)$ وقتی مؤلفه‌ها دارای توزیع نمایی هستند (r,k ثابت) ۸۶

شکل (۳-۱۳): نمودار تابع $MP^{r}_{n,k}(t)$ وقتی مؤلفه‌ها دارای توزیع وایبل هستند (r,k ثابت) ۸۶