بسم الله الرحمن الرحیم

دانشکده فنی
گروه مکانیک
گرایش طراحی کاربردی

# تحلیل دینامیکی صفحات کامپوزیتی با الیاف آلیاژهای حافظه دار

Dynamic analysis of composite plates containing Shape Memory Alloys fibers

از:
آسیه باقرزاده

استاد راهنما:
**دکتر منصور درویزه**
**دکتر ابوالفضل درویزه**

استاد مشاور:
**دکتر رضا انصاری**

پاییز ۱۳۹۱

سپاس خدای را که هر چه دارم از اوست

تقدیم به پدر و مادر عزیز و مهربانم که در سختی‌ها و دشواری‌های زندگی همواره یاوری دلسوز و فداکار و پشتیبانی محکم و مطمئن برایم بوده اند و تقدیم به همسرم که اسوه صبر و تحمل بوده و مشکلات مسیر را برایم تسهیل نمود.

با سپاس فراوان از اساتید راهنمای فرهیخته ام آقایان دکترمنصور درویزه و ابوالفضل درویزه که در طول مدت انجام این پایان نامه از رهنمودهای علمی واخلاقی ایشان بهره‌مند شدم و درگاه خداوند بزرگ را شاکرم که افتخار شاگردی ایشان را نصیبم نمود.همچنین از استاد مشاور گرامی جناب آقای دکتر رضا انصاری به خاطر رهنمودهای علمی و اخلاقی ارزنده شان بسیار سپاسگزارم .

"با آرزوی موفقیت برای این عزیزان"

# فهرست مطالب

**عنوان پایان نامه : تحلیل دینامیکی صفحات کامپوزیتی با الیاف آلیاژهای حافظه دار**
**نگارنده : آسیه باقرزاده**
**تاریخ دفاع :۹۱/۷/۱۲**
**گرایش و دانشکده : طراحی کاربردی – دانشکده فنی**
**استاد راهنما : دکتر منصور درویزه و دکتر ابوالفضل درویزه**
**استاد مشاور : دکتر رضا انصاری**

**چکیده :**
یکی از دلایل شکست سازه ها و اجزای مکانیکی یا یک ماشین حتی در یک مدت بسیار کوتاه ، ارتعاشات ناخواسته و کنترل نشده است . بنابراین کنترل ارتعاش یکی از موضوعات مورد تحقیق در بین مهندسان بوده است. در این بین وزن کم، استحکام بالا ، قدرت تحمل بار و تجمع خواص دو یا چند ماده در یک ماده در یک کامپوزیت باعث استفاده از این مواد در مهندسی شده است.
آلیاژهای حافظه دار با خواص بی همتایی مانند حافظه داری شکل ، pseudoelasticity و تغییر شگفت آور خواص مکانیکی، در سال های اخیر به عنوان مواد نوین در مصارف پزشکی و غیر پزشکی مانند عملگرها و یا تجهیزات جذب و کنترل ارتعاش به طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته است.
از طرفی دیگر بدون استفاده از روش های عددی حل معادلات کاربردی مهندسی با دقت بالا تقریبا غیر ممکن خواهد بود. در بین روشهای عددی موجود ، روش المان مرزی با توجه به مزایایی که دارد ، در مهندسی در حال گسترش است.
در این رساله پس از تشریح خواص آلیاژ های حافظه دار ، معادله لاپلاس که بیانگر معادله فیزیکی تعداد زیادی از مسائل است به کمک روش المان مرزی حل شده است.سپس معادله پواسون نیز با توجه به شباهت با معادله ارتعاش صفحه ، در باقی ماندن بخشی از انتگرال سطح در محاسبات ، با دقت محاسباتی قابل قبول حل شده است. سپس ارتعاش یک صفحه کامپوزیتی چند لایه متقارن مجهز به الیاف آلیاژهای حافظه دار به روش دقیق بررسی شده است و در نهایت این صفحه به روش المان مرزی حل شده و ارتعاش آزاد آن بحث شده است.

واژه های کلیدی : کلید واژه : آلیاژ حافظه دار ، المان مرزی ، ارتعاش ، صفحه ، کامپوزیت ، معادله لاپلاس ، معادله پواسون

نام دانشجو : آسیه باقرزاده

یکی از دلایل شکست سازه ها و اجزای مکانیکی یا یک ماشین حتی در یک مدت بسیار کوتاه ، ارتعاشات ناخواسته و کنترل نشده است . بنابراین کنترل ارتعاش یکی از موضوعات مورد تحقیق در بین مهندسان بوده است. در این بین وزن کم، استحکام بالا ، قدرت تحمل بار و تجمع خواص دو یا چند ماده در یک ماده در یک کامپوزیت باعث استفاده از این مواد در مهندسی شده است.
آلیاژهای حافظه دار با خواص بی همتایی مانند حافظه داری شکل ، pseudoelasticity و تغییر شگفت آور خواص مکانیکی، در سال های اخیر به عنوان مواد نوین در مصارف پزشکی و غیر پزشکی مانند عملگرها و یا تجهیزات جذب و کنترل ارتعاش به طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته است.
از طرفی دیگر بدون استفاده از روش های عددی حل معادلات کاربردی مهندسی با دقت بالا تقریبا غیر ممکن خواهد بود. در بین روشهای عددی موجود ، روش المان مرزی با توجه به مزایایی که دارد ، در مهندسی در حال گسترش است.
در این رساله پس از تشریح خواص آلیاژ های حافظه دار ، معادله لاپلاس که بیانگر معادله فیزیکی تعداد زیادی از مسائل است به کمک روش المان مرزی حل شده است.سپس معادله پواسون نیز با توجه به شباهت با معادله ارتعاش صفحه ، در باقی ماندن بخشی از انتگرال سطح در محاسبات ، با دقت محاسباتی قابل قبول حل شده است. سپس ارتعاش یک صفحه کامپوزیتی چند لایه متقارن مجهز به الیاف آلیاژهای حافظه دار به روش دقیق بررسی شده است و در نهایت این صفحه به روش المان مرزی حل شده و ارتعاش آزاد آن بحث شده است.

کلید واژه : آلیاژ حافظه دار ، المان مرزی ، ارتعاش ، صفحه ، کامپوزیت ، معادله لاپلاس ، معادله پواسون

## Abstract:

Title : Dynamic analysis of composite plates containing Shape Memory Alloys fibers

**عنوان** **صفحه**


فصل اول: مقدمه

۱- ۱) معرفی ..... ۲

۱- ۲) کامپوزیت ها و آلیاژ های حافظه دار ..... ۳

۱-۳) روش های عددی در حل معادله دیفرانسیل و المان مرزی ..... ۴

۱- ۴) تاریخچه ای از حل معادله ارتعاش صفحه به کمک روش المان مرزی ..... ۵

۱- ۵) فعالیت انجام شده ..... ۷

فصل دوم: مقدمه ای برآلیاژهای حافظه

۲-۱ ) مقدمه ..... ۱۰

۲-۲) تاریخچه ای مختصر از آلیاژهای حافظه دار شکل ..... ۱۳

۲-۳)پدیده شناسی تغییر فاز در آلیاژهای حافظه دار شکل ..... ۱۵

۲-۴) اثر حافظه داری شکل $(SME)$ ..... ۲۱

۲-۵) خاصیت $pseudoelasticity$ ..... ۲۳

۲-۶) اثر مواد در آلیاژ $SMA$ ..... ۲۴

۲-۷) روش های تولید آلیاژهای حافظه دار ..... ۲۵

۲- ۷- ۱) فرآیند ذوب و ریخته گری ..... ۲۵

۲- ۷– ۲) فرآیند روش متالورژی پودر ..... ۲۶

۲- ۷-۳) سنتز احتراقی ..... ۲۷

۲- ۸) کاربرد آلیاژهای حافظه دار درمهندسی پزشکی ..... ۲۸

۲- ۹) موارد استفاده پزشکی از آلیاژ $NiTi$ ..... ۲۹

۲- ۹ – ۱) کاربردهای مربوط به قلب و عروق ..... ۲۹

۲- ۹ - ۲ ) کاربردهای ارتوپدی ..... ۳۰

فصل سوم: المان مرزی و مفاهیم اولیه آن

۳- ۱) معرفی ..... ۳۳

۳- ۲) تاریخچه توسعه روش المان مرزی ..... ۳۳

۳-۳) مفاهیم ریاضی مقدماتی ..... ۳۵

۳-۳-۱) قضیه گوس – گرین ..... ۳۶

۳-۳-۲ ) قضیه دیورژانس گوس ..... ۳۸

۳-۳-۳)اتحاد دوم گرین ..... ۳۹

۳-۳-۴)تابع دلتای دیراک ..... ۴۰

۳- ۴) روش المان مرزی در تابع لاپلاس ..... ۴۳

۳-۴-۱) تابع گرین ..... ۴۳

۳- ۴- ۲) معادله لاپلاس ..... ۴۵

۳- ۴- ۳) جواب پایه ای معادله لاپلاس ..... ۴۵

۳- ۴- ۴) المان مرزی مستقیم برای معادله لاپلاس ..... ۴۷

فصل چهارم: پیاده‌سازی عددی روش المان مرزی

۴-۱) معرفی ..... ۵۴

۴-۲) پیاده سازی عددی تابع لاپلاس ..... ۵۴
۴-۲-۱)المان مرزی با المان ثابت ..... ۵۶
۴-۲-۲) حل انتگرال های روی مرز ..... ۵۹
فصل پنجم: معادله ارتعاش صفحه
۵-۱)معرفی ..... ۶۴
۵-۲)معادله ارتعاش یک صفحه همگن به کمک روش المان مرزی ..... ۶۴
۵-۲-۱)اصول پایه ای ..... ۶۴
۵-۲-۲) فرمولبندی ماتریسی ..... ۶۸
۵-۳) معادله ارتعاش یک صفحه کامپوزیتی به کمک روش المان مرزی ..... ۶۹
۵-۴) آلیاژهای حافظه دار و اثر آن ها در کنترل ارتعاش ..... ۷۳
فصل ششم: مسائل حل شده و نتایج بدست آمده
۶-۱) معرفی ..... ۷۶
۶-۲) حل معادله لاپلاس ..... ۷۶
۶-۳ ) پیچش یک ستون با سطح مقطع بیضی ..... ۸۱
۶-۴ ) حل معادله پواسون به کمک روش المان مرزی ..... ۸۶
۶-۴-۱) $Dual\ Reciprocity\ method$: ..... ۸۷
۶-۴-۲) نتایج بدست آمده در معادله پواسون ..... ۹۰
۶-۵)حل دقیق ارتعاش صفحه کامپوزیتی با الیاف آلیاژ حافظه دار ..... ۹۱
۶-۶) ارتعاش یک صفحه همگن به کمک روش المان مرزی ..... ۹۴
۶-۷)ارتعاش یک صفحه کامپوزیتی با آلیاژهای حافظه دار به کمک المان مرزی ..... ۹۵
فصل هفتم: بحث و نتیجه گیری
۷-۱)بحث و نتیجه گیری ..... ۹۷
۷-۱)پیشنهاد برای ادامه کار ..... ۹۸
مراجع
ضمیمه

# فهرست شکل ها

**عنوان** **صفحه**


شکل(۲-۱): چگالی انرژی و فرکانس عمل کننده ۱۱
شکل (۲-۲): کرنش و تنش اعمالی ۱۲
شکل (۲-۳): شماتیکی از شبکه کریستالی مارتنزیت و آستنیت ۱۶
شکل (۲-۴): فرآیند $detwinned$ شدن ۱۷
شکل (۲-۵): تغییر شبکه کریستال با تغییر تنش و سپس تغییر دما ۱۸
شکل (۲-۶): تغییر دمای تغییر فاز با وجود تنش ثابت ۱۹
شکل (۲-۷): خاصیت $pseudoelastic$ در آلیاژ حافظه دار شکل ۲۰
شکل (۲-۸): تغییر ماکروسکوپیک بر اساس بار اعمالی ۲۱
شکل (۲-۹): بارگذاری مکانیکی-حرارتی $NiTi$ ۲۲
شکل (۲-۱۰): جریان $pseudoelasticity$ ۲۳
شکل( ۲- ۱۱): (سمت راست) شکل اولیه فیلتر- (میانی و سمت چپ) نمای از بالا و چپ فیلتر ۲۹
شکل (۲-۱۲): نمونه ای از stent ۳۰
شکل (۲-۱۳): نمونه ای از بست به کار گرفته شده ۳۱
شکل (۳-۱) :انتگرال گیری روی $\Omega$ که با مرز $\Gamma$ مهار شده است ۳۶
شکل (۳-۲) : تابع $f_{\mathrm{k}}$ که برای مقدارهای بزرگ $k$ به تمرکز روی یک نقطه متمایل خواهد شد ۴۱
شکل (۳- ۳) :فضای دایره ای $\Omega$ با شعاع $\rho$ با نقطه مبدا $P$ ۴۶
شکل (۳-۴) : ناحیه $\Omega$ با شرایط مرزی ترکیبی ۴۷
شکل (۳- ۵): هندسه مرتبط با نقطه ای بر روی مرز ۴۹
شکل (۳-۶): هندسه مربوز به نقطه $\mathrm{P}$ و نقطه $q$روی مرز ۵۰
شکل (۴ - ۱): المان ثابت ۵۴
شکل (۴-۲) : المان خطی ۵۵
شکل (۴-۳) : المان بیضوی ۵۵
شکل (۴-۴): نقاط گره ای و فاصله بین آن ها در المان ثابت ۵۷
شکل (۴-۵) : مختصات $local$ و $global$ ۶۰
شکل (۴- ۶) : توضیحات مربوط به زوایای مورد نیاز در محاسبه انتگرال ۶۱
شکل (۵-۱) : یک صفحه ۶۴
شکل (۵-۲) : نمادسازی ۶۷
شکل (۵-۳) : منحنی فوق کشسان تنش-کرنش و حداکثر انرژی پتانسیل ۷۴
شکل (۵-۴): تغییر مدول الستیسیته آلیاژهای حافظه دار حین تغییر فاز ۷۴
شکل (۶-۱): هندسه مسئله لاپلاس ۷۷
شکل (۶-۲) : نتایج بدست آمده در معادله لاپلاس در نقاط مرزی ۸۰
شکل (۶-۳) : میانگین مربعات خطا در معادله لاپلاس بر حسب تعدادنقاط مرزی ۸۱
شکل( ۶-۳)ستون تحت گشتاور $M$ ۸۱
شکل( ۶-۴) : مولفه های جابجایی در سطح مقطع ستون ۸۲

شکل (۶-۵) سطح مقطع ستون: بیضی a=5 , b=3 ..... ۸۳
شکل (۶-۶) : ناحیه $\Omega$ با شرایط مرزی ..... ۸۶
شکل (۶-۷) : نقاط مرزی و نقاط داخلی ..... ۸۸
شکل (۶-۸): مقایسه نتایج حاصله و پاسخ دقیق در نقاط مرزی ..... ۹۰
شکل (۶-۹) : میانگین مربعات خطا در معادله پواسون بر حسب تعدادنقاط مرزی ..... ۹۱
شکل (۶-۱۰) : تغییر مدول یانگ با تغییر دما در آلیاژهای حافظه دار ..... ۹۲
شکل (۶-۱۱) : فرکانس صفحه کامپوزیتی بر حسب درجه فعالسازی ..... ۹۵

# فهرست جداول

**عنوان** **صفحه**

جدول (۶-۱) : نتایج لاپلاس در نقاط مرزی با ۱۶ نقطه در مرز ..... ۷۷
جدول (۶-۲) : نتایج لاپلاس در نقاط داخلی با ۱۶ نقطه در مرز..... ۷۸
جدول (۶-۳) : نتایج لاپلاس در نقاط مرزی با ۴۰ نقطه در مرز..... ۷۹
جدول (۶-۴) : نتایج لاپلاس در نقاط داخلی با ۴۰ نقطه در مرز ..... ۷۹
جدول (۶-۵) : نتایج بدست آمده برای نقاط مرزی در معادله پیچش یک ستون با ۲۰ نقطه مرزی..... ۸۴
جدول (۶-۶) : نتایج بدست آمده برای نقاط داخل مرز در معادله پیچش یک ستون با ۲۰ نقطه مرزی..... ۸۴
جدول (۶-۷) : نتایج بدست آمده برای نقاط مرزی در معادله پیچش یک ستون با ۶۰ نقطه مرزی..... ۸۶
جدول (۶-۸) : نتایج بدست آمده برای نقاط داخل مرز در معادله پیچش یک ستون با ۲۰ نقطه مرزی ..... ۸۶
جدول(۶-۹) : فرکانس طبیعی در حالت نرمال شده برای صفحه کامپوزیتی مجهز به الیاف آلیاژ حافظه دار..... ۹۳
جدول(۶-۱۰) : نتایج ارتعاش یک صفحه همگن..... ۹۴

**چکیده :**

**عنوان : تحلیل دینامیکی صفحات کامپوزیتی با الیاف آلیاژهای حافظه دار**

# مقدمه

فصل اول

**۱-۱ ) معرفی:**

یکی از دلایل شکست سازه‌ها و اجزای مکانیکی ، ارتعاش های ناخواسته است.برای مثال شکست یک پره در توربین بخار و یا ایجاد ترک در یک سازه‌ی هوایی می تواند به دلیل ارتعاش باشد.ارتعاش در یک ماشین می‌تواند منجر به فرسایش بخش‌هایی مثل چرخدنده ها و بیرینگ ها ، شل شدن اتصالات و یا سروصدای اضافی شود.ارتعاش پل ها ، سدها و ساختمان ها به دلیل وزش باد ، همواره یکی از نگرانی های بشر بوده است.

بنابر این از بین بردن ، تقلیل و به نوعی در اختیار گرفتن و کنترل ارتعاش ، یکی از موضوعات مورد تحقیق مهندسان بوده و روشهای مختلفی برای رسیدن به این هدف معرفی شده است. یکی از این روش‌ها ، کنترل ارتعاش فعال [1] است.

هدف از کنترل ارتعاش فعال ، کنترل ارتعاش یک سیستم با بهبود خودکار آن سیستم است. چنین سیستمی متشکل از اجزای زیر است : سنسور (شناسایی ارتعاش) ، کنترلر الکترونیکی (مبدل سیگنال ) و یک عملگر [2] (تغییر دهنده پاسخ سیستم ).

عملگرها به دو دسته فعال و نیمه فعال [3] تقسیم بندی می شوند. سیالات هوشمند و آلیاژ های حافظه دار [4] در گروه نیمه فعال قرار می گیرند که با جذب و یا ذخیره انرژی ، می توانند ارتعاش یک سیستم را کنترل کنند[14]در این بین آلیاژ های حافظه دار غیر از خاصیت ویژه ای که دارند ، به دلیل قدرت تحمل بار بالا در مقایسه با وزنشان ، همواره به عنوان یک ماده با ارزش شناخته می‌شوند. یک الیاف آلیاژ حافظه دار می تواند تنشی معادل ۵۰ مگاپاسکال را به تعداد دهها میلیون دور تحمل کند. [12]

از طرفی دیگر صفحات با وجود وزن کمشان ، قادر به تحمل بار بالایی هستند به همین دلیل استفاده از صفحات در قطعات مکانیکی ، سفینه های فضایی و . . . گسترش پیدا کرده و به دنبال آن ارتعاش یک صفحه ، به دلیل کاربرد آن در زمینه های مختلف ، یکی از موضوعات مهم به شمار می‌رود . اما از آنجایی که حل معادله ارتعاشی یک صفحه ، با توجه به شرایط مرزی ای که در عمل خواهند داشت به صورت تحلیلی قابل دسترسی نیست ، انواع روشهای عددی برای حل از موضوعات پر رونق در تحقیقات به شمار می‌رود و تحقیق در زمینه دستیابی به دقیق ترین و کم هزینه ترین روش هیچ زمانی متوقف نشده و روشهای جدید روز به روز معرفی می‌شوند.

[1] Active vibration control
[2] Actuator
[3] Active and semi-active
[4] Shape memory alloys

در این فصل، ابتدا توضیحی کوتاه در مورد مواد کامپوزیت و تاریخچه ای از آلیاژ های حافظه دار ارائه می‌شود. سپس انواع روش های عددی در حل معادلات معرفی شده و علت استفاده از روش المان مرزی مطرح و کارهای انجام شده در حل معادله ارتعاشی بیان می‌گردد و در نهایت ، در رابطه با آنچه که در این رساله انجام شده، توضیحاتی ارائه گردیده است.

**۱- ۲ )کامپوزیت ها و آلیاژ های حافظه دار**

کامپوزیتها، یکی از مهمترین و گسترده‌ترین مواد مهندسی هستند. استحکام بالا و وزن کم، استفاده از مواد کامپوزیت را به سوی عرصه‌های جدیدی سوق می‌دهد، اما در کنار این خواص ، ضریب انبساط حرارتی مواد کامپوزیت کوچک، و مقاومت به خستگی آنها خوب است. انعطاف‌پذیری در طراحی و ساخت این مواد بگونه‌ای است که تعداد قطعات مورد نیاز برای کاربردهای معین را کاهش داده و در نتیجه نیاز به مواد خام، اتصالات و بستها و همچنین زمان لازم برای مونتاژ را کم می‌کند.کامپوزیت‌ها، به افزایش دما، خوردگی و سایش مقاوم هستند، خصوصا در محیطهای صنعتی باعث کاهش هزینه‌های تعویض می‌شوند. تولید سالانه آنها در جهان بالغ بر ده میلیون تن بوده و در سالهای اخیر، میزان تقاضا برای این ماده، سالانه ۵ الی ۱۰ درصد افزایش یافته است. کامپوزیت‌ها کاربردهای گسترده‌ای دارند و ساختار آنها به گونه‌ای است که می‌توانند برای شرایط کاربری مختلف، تنظیم شوند.

کامپوزیت‌ها حداقل از دو جزء تشکیل شده‌اند: یک بخش سخت با استحکام بالا به نام تقویت کننده و یک بخش نرمتر به نام زمینه.در حقیقت، یکی از مهمترین مزایای ترکیب زمینه و تقویت کننده، ماهیت مکملی آن است. مثلاً رشته‌های نازک شیشه، استحکام کششی نسبتاً بالایی دارند اما زود می‌شکنند؛ در مقابل، اکثر رزینهای پلیمری، استحکام کششی خوبی ندارند اما بسیار انعطاف‌پذیر و چکشخوار هستند. با ترکیب الیاف و زمینه، هر جزء ضعف دیگری را می‌پوشاند و ماده حاصل ، از هر جزء مفیدتر خواهد بود.اما می‌توان گفت یکی از مهمترین مسائلی که در طراحی یک کامپوزیت وجود دارد ، انتخاب ماده تقویت کننده با توجه به کاربرد آن کامپوزیت است.

همانطور که در مقدمه ذکر شد کنترل ارتعاش یک صفحه در یک سازه بسیار حساس بوده و اشتباه در طراحی آن ، می‌تواند زیان‌های جبران ناپذیری را در پی داشته باشد. ، در میان انواع روش های موجود ، آلیاژ حافظه دار می‌تواند به عنوان یک عملگر در کنترل ارتعاش به کار گرفته شده و مهندسان را در طراحی یک سازه مقاوم به ارتعاش ، یاری رسانند.

آلیاژ های حافظه دار با توجه به خواص ویژه ای که دارند _ خاصیت حافظه داری شکل [1] $(SME)$ و خاصیت سوپر الاستیسیته $(SE)$ [1] _ خود را در گروه مواد هوشمند قرار داده اند. هر دو این خواص در نتیجه تغییر فاز در ساختار کریستالی ماده به وجود

[1] Shape memory effect

می آید که این تغییر می‌تواند به دلیل اعمال تنش و یا تغییر دما باشد. از مهمترین این آلیاژ های می‌توان به ترکیب نیکل-تیتانیوم اشاره کرد .خاصیت حافظه داری شکل اولین بار توسط فیزیکدان سوییسی به نام آرنه الاندر[۲] در سال ۱۹۳۲ با آلیاژی از طلا و کادیوم کشف شد.این کشف جرقه ای بود تا محققان به دنبال سایر آلیاژ هایی که این خواص را دارند ، باشند.در سال ۱۹۶۱ بوهلر و ویلیام [۳] در آزمایشگاه ناوال اردیانس[۴] به آلیاژ جدید نیکل – تیتانیوم دست پیدا کردند که ساخت این آلیاژ و مواد آن از مدل قبلی ارزانتر بود. در سال ۱۹۶۶ مطالعه در مورد ساختار کریستالی این ماده در ژاپن آغاز شد و نتیجه آن پیدا کردن تعدادی دیگر از آلیاژ ها بود که نسبت به موارد قبلی ارزانتر بودند.

در ابتدای سالهای ۱۹۷۰ کاربرد های عملی این آلیاژ به صورت محدود آغاز شد و ابزارهایی ساده مانند باز و بسته کن خودکار پنجره گلخانه ، شیر کنترل دمای آب گرم یک ساختمان و کلاچ فن اتومبیل به عنوان استفاده عملی از این مواد به بازار عرضه شدند.

### ۱-۳ ) روش های عددی در حل معادله دیفرانسیل و المان مرزی

در علوم مهندسی ، معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی برای بیان رفتار سیستم هایی مانند انتقال حرارت ، جریان یک سیال ، رسانایی الکتریکی ، انتشار امواج صوتی ، تنش و ارتعاش ها به کار می رود. اما به دلیل پیچیدگی در ارضای کلیه شرایط حاکم بر مسئله ، این معادلات نمی توانند به طور تحلیلی و دقیق حل شوند و این دلیل مهندسان را به استفاده از روش های عددی سوق داد .

روش های زیادی مثل المان محدود[۵] ، تفاضل محدود[۶] ، المان حجم محدود[۷] و روش های بدون المان مثل : روش گالرکین[۸] ، المان طبیعی[۹] ، المان گسسته[۱۰] و $SPH$[۱۱] برای حل معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی مطرح شده اند. در این میان المان مرزی[۱۲] هم تکنیکی است که برای تقریب جواب معادله دیفرانسیل به کار می رود.در این روش ، جواب واقعی از طریق درونیابی چندجمله ای تقریب زده می‌شود.

---

[1] Super elasticity effect
[2] Arne Olander
[3] Buehlar and William
[4] Naval Ordiance Laboratory
[5] Finite Element Method (FEM)
[6] Finite Deference Method (FDM)
[7] Finite Volume Element (FVM)
[8] Element Free Galerkin Method (EFGM)
[9] Natural Element Method (NEM)
[10] Discrete Element Method (DEM)
[11] Smoothed Particle Hydrodynamic
[12] Boundary Element Method (BEM)

بر خلاف روش المان محدود ، در روش المان مرزی فقط مرز یک سیستم به بخش های کوچک تقسیم می شود و از این رو بُعد مسئله به یک بُعد تقلیل می یابد. در نتیجه، در مقایسه با روش المان محدود که نیاز به مش بندی و تصحیح مش بندی دارد، از حجم محاسباتی کمتری برخوردار است. این تقلیل بُعد در مسئله ، مهندسان را برای استفاده از روش المان مرزی در حل مسائل با هندسه ویژه ترغیب می نماید.

در آنالیز المان مرزی $(BEA)$[1] ، تقلیل مش بندی از سطح سیستم به مرز آن سیستم ، توسط تبدیل متغیر های روی سطح به متغیرهای روی مرز انجام می شود. این انتقال توسط جواب پایه ای معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی یا تابع گرین معادله دیفرانسیل انجام می شود. بنابراین استفاده از روش المان مرزی به مسائلی محدود می گردد که جواب پایه ای معادله دیفرانسیل حاکم، موجود و قابل شناخت باشد.

با فرض این که تابع گرین معادله مشخص باشد، انتگرال های روی مرز با روش ترتیبی یا روش تطبیقی[2] حل می شوند. که در آن نقطه ای به نام نقطه مبدأ [3] به ترتیب روی کلیه نقاط مرزی قرار می گیرند. که متغیرهای روی سطح را به نوعی به مقدار آن گره نگاشت کرده اند. سپس انتگرال های مرزی به یک معادله جبری خطی تبدیل خواهند شد.

به مانند المان محدود ، المان مرزی هم از گره و درونیابی بین گره ها استفاده می کند.

لاز م به ذکر است که در حل معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی به کمک روش های عددی همواره یک جواب **تقریبی** به دست می آید و استفاده از هیچ روشی نمی تواند به یک جواب دقیق و بدون خطا منجر شود.

### ۱- ۴) تاریخچه ای از حل معادله ارتعاش صفحه به کمک روش المان مرزی

با توجه به رساله لیزا [4] در سال ۱۹۶۹ ، واضح است که تا قبل از این سال ها ، روشهای حل معادله ارتعاش یک صفحه شدیدا به شکل صفحه وابسته بوده است .[26]

جداسازی متغیرها ، روش ریلی- ریتز[5] و روش گالرکین [1] برای حل معادله ارتعاش صفحه استفاده می شده است ، اما مسائل کاربردی در آنالیز ارتعاش یک صفحه را نمی‌توان به روشهای تحلیلی بدست آورد و لازم است که یک روش عددی به کار گرفته شود.

---

[1] Boundary Element Analysis
[2] Collation method
[3] Source point
[4] Leissa
[5] Rayleigh-Ritz

مشهورترین روش برای حل معادله ارتعاش یک صفحه روش المان محدود است . از ابتدای استفاده از این روش تا کنون ، مقالات زیادی در این مورد منتشر شده است و در کتاب های المان محدود نیز ، مانند کتاب زینکویچ [۲] در سال ۱۹۷۷ ، می‌توان اطلاعات بیشتری را در ارتباط با ارتعاش یک صفحه ، یافت. لازم است ذکر شود که نرم افزارهایی هم که بر اساس المان محدود نوشته شده اند ، قادر به حل ارتعاش یک صفحه هستند.

اخیرا روش المان مرزی ، به عنوان یک انتخاب برتر نسبت به روشهایی که با ناحیه مورد نظر سر و کار دارند ، یا به اصطلاح دومین– تایپ [۳] هستند ، مانند المان محدود یا تفاضل محدود ، در رقابت مطرح شده است.

اساسا در حل ارتعاش یک صفحه به روش المان مرزی ۲ رهیافت وجود دارد :الف) المان مرزی دینامیکی که از جواب پایه ای دینامیکی برای حل استفاده می‌شود و ب) المان مرزی استاتیکی که جواب پایه ای استاتیکی مورد استفاده قرار می گیرد که در مسئله ارتعاش ، جواب پایه ای معادله بای هارمونیک است که شامل تقسیم بندی سطح نیز می‌باشد.

مزیت بزرگ روش استاتیکی این است که در حل معادله به یک سری از معادلات خطی و در نهایت به یک مسئله مقدار ویژه خواهیم رسید که حل آن و پیدا کردن مودهای ارتعاشی کار چندان سختی نیست. اما در روش دینامیکی باید صفرهای دترمینان ماتریس المان ها که یک تابع موهومی است پیدا شود که کار چندان ساده ای نیست.

اولین بار فیلیپی و ویولی [۴] در سالهای ۱۹۷۲ و ۱۹۷۴ به کمک توابع هنکل [۵] یک جواب پایه ای دینامیکی برای ارتعاش آزاد یک صفحه معرفی کردند . در سال ۱۹۸۲ بیزاین [۶] و در سال ۱۹۸۸ پروویکادیس و بسکس [۷] نیز با پاسخ دینامیکی ، ارتعاش اجباری یک صفحه را مورد بررسی قرار داردند .

اما پاسخ استاتیکی اولین بار توسط بیزاین در سال ۱۹۸۰ [4]و پس از او تاناکا [۸] در سال ۱۹۸۸[55] در تحلیل ارتعاش یک صفحه به کار گرفته شد که با تقسیم بندی صفحه به المان ، همراه بود .

---

[1] Galerkin method
[2] Zienkiewcz
[3] Domain-type
[4] Filippi and Violi
[5] Hankel
[6] Bezine
[7] Provikadis and Beskos
[8] Tanaka

سپس کاتسیکادلیس و ساپونتزادیس[1] در سال ۱۹۷۷[28] و کاتسیکادلیس و همکارانش در سال ۱۹۸۸ [27] یک شکل متفاوتی از المان مرزی را ارائه دادند که در آن در ابتدا تابع گرین مسئله شرط مرزی ، به صورت عددی به کمک $BEM$ به دست آمده و در ادامه این جواب برای بیان انتگرالی خیز صفحه به کار گرفته شده است.

در کنار مزایای روش استاتیکی ، اشکالی هم در این روش وجود دارد و آن این است که در بعضی مسائل مثل مسئله ارتعاش ، المان بندی سطح در کنار المان بندی مرز ، مورد نیاز است که تلاش برای از بین بردن این اشکال به شیوه ای مانند تبدیل انتگرال سطح به انتگرال روی مرز ، یا انتگرال گیری روی سطح بدون نیاز به المان بندی سطح ، مطرح است. روش $Dual\ Reciprocity$ یکی از این روش هاست که اولین بار توسط ناردینی و بربیا [2] در سال ۱۹۸۲ [38] مطرح شد و در سال سال های بعد توسط سایرین مورد استفاده قرار گرفت . اما می‌توان اشکال این روش را در تقریب اولیه ای در نظر گرفت که از همان ابتدا دقت پاسخ مسئله را ضعیف می‌کند.

**۱- ۵ ) فعالیت انجام شده :**

در فصل دوم این رساله مقدمه ای از ویژگی های آلیاژهای حافظه دار و تغییر ساختار کریستالی آن به صورت مقدماتی تشریح شده است.در فصل سوم مفاهیم ریاضی در روش المان مرزی ، معرفی روش المان مرزی و معادلات مربوط به تابع لاپلاس به عنوان پایه‌ای ترین معادله دیفرانسیل در فیزیک و مکانیک ، در روش المان مرزی ، تشریح شده است. در فصل چهارم حل معادله لاپلاس به شکل عددی بیان شده و انتگرال های تشکیل یافته در روش المان مرزی بیان شده است.در فصل پنجم ، معادله ارتعاش یک صفحه در روش المان مرزی و ترم های تشکیل یافته در معادله ارتعاش یک صفحه ایزوتروپ و همچنین یک صفحه کامپوزیتی بیان شده است . در انتها در فصل ششم نتایج حاصله بیان شده اند.در فعالیت انجام شده در ابتدا با هدف آشنایی بیشتر با جزئیات روش المان مرزی ، معادله لاپلاس به عنوان پایه ای ترین معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی برای یک صفحه مستطیلی حل شده است و در گام بعد برای حصول اطمینان از صحت به کارگیری از روش المان مرزی در کاربرد فیزیکی آن، پیچش یک ستون با این روش حل شده است و نتیجه در مقایسه با حل دقیق آن، مورد بررسی قرار گرفته که در جای خود مطرح خواهد گردید. در مرحله بعدی به دلیل شباهت معادله ارتعاش به معادله پواسون در ظاهر شدن ترم انتگرالی سطح ، معادله پواسون برای یک بیضی حل شده است.سپس اطلاعات به دست آمده از مراحل قبل در حل معادله ارتعاش یک صفحه همگن، به کار گرفته شده و در نهایت

[1] Katsikadelis and Sapountzadis
[2] Nardini and Brebbia

خواص آلیاژهای حافظه دار به مسئله مرحله قبل اضافه شده و ارتعاش یک صفحه کامپوزیتی و اثر این آلیاژ برروی آن مورد بررسی قرار گرفته است.

# مقدمه ای برآلیاژهای حافظه دار

فصل دوم