بسم ربّ تعالی

۳۶۲۵۱

مرکز تحصیلات تکمیلی در علوم پایه زنجان
آموزش
۱۳۸۰ /۲/ ۱۰

مرکز تحصیلات تکمیلی در علوم پایه زنجان

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران

حالت پایهٔ شبکه شبه تناوبی پنروزاز اتصالات جوزفسون در حضور میدان مغناطیسی عمود بر آرایه

پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد

مهران باقری

012862

استاد راهنما: دکتر محمدرضا کلاهچی

بهمن ۱۳۷۹

۳۶۲۸۱

تقدیم به بزرگان وجودم، والدین عزیزم،

و تقدیم به لبانی، دستانی و چشمانی که زیبائی را در این گورستان خدایان بسان مذهبی تعلیم می دهند

قدردانی

از دکتر کلاهچی بخاطر ارائه موضوع سپاسگزارم. و همچنین از آقایان میرمحمد جواد معتمد هاشمی، حسین فضلی، میرفائز میری نهایت تشکر را دارم. همچنین از آقایان، دکتر مالک زارعیان بخاطر بحثهای بسیار مفیدی که داشتیم، از دکتر S. Teitel بخاطر معرفی مراجع سودمند، از دکتر A. P. Young و دکتر P. Santhanam بخاطر راهنمائیهای سودمندشان بسیار سپاسگزارم. در نهایت نیز از تمامی کسانی که در ایجاد محیط علمی و آرام در اینجا در تلاشند و همچنین از پرسنل مرکز کامپیوتر که نهایت همکاری را با اینجانب داشتند تشکر می کنم.

چکیده

در این رساله اثر ناکامیِ القا شده توسط میدان مغناطیسی در خواص ابررسانندگی آرایهٔ دوبعدی شبه تناوبی از اتصالات جوزفسون بررسی می شود. در حالت خاصی، تابع انرژی مینیمم، $E_{min}(f)$، برای هندسهٔ پنروز با نظم شبه تناوبی محاسبه می شود. رهیافت بررسی بر پایه هامیلتونین مدل XY ناکام استوار است. مینیمم هائی را در منحنی تابع $E_{min}(f)$ با تناوبهای اصلی متفاوتی، که متناظر با توانهائی از نسبت مساحتهای یاخته های بنیادی شبکهٔ می باشد، مشاهده شده است. نتایج را بر حسب فاکتور ناکامی (یا پیکربندیهای ابر شبکه شار) که انرژی آنها به هندسهٔ شبکهٔ حساس است، تفسیر می کنیم. شبکه پنروز دو تناوب دارد که نسبت آنها عدد طلائی، τ، می باشد. دنباله‌ای از مینیمم ها را در منحنی تابع E_{min} متناظر با آرایش های مطلوبِ ابر شبکه شار (شبکه ابریکسوف) روی شبکه اصلی پنروز یافته‌ایم. عمیق ترینِ مینیمم ها(مینیمم های اصلی) در τ^n مشاهده می شوند و هنگامی که n افزایش می یابد، مینیمم های اصلی به سمت مقدارِ میدان—صفر میل می کنند. توافق سراسری بین ساختار اصلی نمودار تابع انرژی حاصل و نمودار تابع دمای بحرانی حاصل از کار تجربی و کار تئوری بسیار خوب است.

فهرست مندرجات

۱ مقدمه ٦

۲ شبکهٔ پنروز ۸

۱.۲ شبه کریستالها، تعریف و ساختار عمومی ۸

۲.۲ هندسه شبه کریستالها و ساختار شبه کریستالی پنروز ۱۰

۳.۲ نمایش شبکه ای ساختار پنروز ۱۲

۳ ابررسانائی وآرایه اتصالات جوزفسون ۱۵

۱.۳ ابررسانائی و مفهوم جفت کوپر ۱۵

۲.۳ اتصال جوزفسون ۱۸

۳.۳ اثر میدان مغناطیسی بر اتصال جوزفسون ۲۳

۴.۳ آرایه پنروز از اتصالات جوزفسون در میدان مغناطیسی عمود بر آرایه ۲۴

۴ کوانتش شار ۳۰

۱.۴ کوانتش شار در یک حلقه ابررسانا ۳۰

۲.۴ کوانتش شار روی شبکه های تناوبی ۳۵

۳.۴ کوانتش شار روی شبکه های شبه تناوبی ۳۷

۵ نتایج شبیه سازی ۴۱

لیست اشکال

۱ بردارهای واحد در پنج جهت. هر مسیرتوسط پنج عدد صحیح معین می شود. در این شکل بردار $\vec{OA}$ توسط پنج تائی $(3,1,-1,-3,1)$ نمایانده می شود. ۱۳

۲ شبکه پنروز با لوزیهای 72 و 36 درجه. نظم انتقالی شبه تناوبی بلند برد با نوارهائی از شش ضلعی ها نمایان است. دایره‌های توپر نشان دهنده "تقارن چرخشی پنج گانه موضعی" می باشند. در شبکه پنروزهفت نوع رأس وجود دارد. ۱۴

۱ آرایه شبه تناوبی پنروز از اتصالات جوزفسون. ۲۶

۱ نمودار تابع انرژی، $E_{min}(f)$، برای یک یاخته مربعی. نمودار شبیه به مرز فاز ابررسانا—نرمال مربوط به حلقه است. ۴۲

۲ نمودار تابع انرژی، $E_{min}(f)$، برای یک شبکه مربعی با 121 گره و شرایط مرزی آزاد. توافق خوبی بین رفتار سراسری این نمودار و نمودار تابع دمای بحرانی شکل 1 از مرجع 19 وجود دارد. ۴۳

۳ نمودار تابع دمای بحرانی شکل 1 از مرجع 19 وجود دارد. ۴۴

۴ ساختار تناوبی نمودار تابع انرژی شبکه تناوبی نشان می دهد که می توانیم نمودار را فقط به ازای $f \in (0, \frac{1}{2})$ رسم کنیم. ۴۵

۵ نمودار تابع انرژی، $E_{min}(f)$، برای یک لوزی باریک از شبکه پنروز. مقایسه این نمودار با نمودار 1 نشان می دهد که انرژی شدیداً به هندسه یاخته وابسته است. شباهت این نمودار با نمودار 1 در تناوبی بودن آنهاست با این تفاوت که برای این حالت تناوب نمودار عدد اصم π است. ۴۶

۶ نمودار تابع انرژی، $E_{min}(f)$، برای یک لوزی پهن از شبکه پنروز. مقایسه این نمودار با نمودار 1 نشان می دهد که انرژی شدیداً به هندسه یاخته وابسته است. در اینجا نیز تناوب نمودار عدد اصم π است. ۴۷

۷ نمودار تابع انرژی، $E_{min}(f)$، برای شبکه پنروز متشکل از یک لوزی پهن و یک لوزی باریک. در اینجا ناکامی هندسی وجود دارد ولی نظم شبه تناوبی وجود ندارد. مینیمم ها با افزایش میدان به سمت انرژی میدان—صفر میل می کند. عدم وجود اثر شبه تناوبی باعث شده است که مینیمم های اصلی رفتار سهمی گون داشته باشند. ۴۸

۸ نمودار تابع انرژی، $E_{min}(f)$ برای شبکه پنروز با 35 گره.این نمودار نشان می دهد هنگامی که شبکه بزرگ می شود و نظم شبه تناوبی ظاهر می شود، می‌نی‌مم های اصلی از حالت سهمی گون در نمودار 6 به شکل منقاری گون تغییر شکل می دهند یعنی اثر شبه تناوبی بودن اینست که رفتار تابع را در همسایگی مینیمم های اصلی تند می کند. . ۴۹

۹ نمودار تابع انرژی، $E_{min}(f)$ برای شبکه پنروز با 190 گره. در اینجا می‌نی‌مم های نمودار کاملاً تیز بوده و منقاری گونند. در اینجا در مقایسه با نمودار شکل 7 نظم شبه تناوبی بالاتری وجود دارد. در این شبکه نسبت $\frac{n_f}{n_t}$ با تقریب خوبی به τ نزدیک است. ۵۰

۱۰ نمودار تابع دمای بحرانی شکل 3 از مرجع 17. توافق سراسری بین رفتار تابع انرژی، شکل 9 و رفتار تابع دمای بحرانی وجود دارد. در این نمودار نتیجه تئوری عددی معادلات GL (نمودار نقطه چین) با نتایج تجربی ((نمودار پر) مقایسه شده است. . ۵۱

۱۱ نمودار تابع انرژی، $E_{min}(f)$ برای شبکه پنروز با 190 گره. در این نمودار تقارن شبه آئینه‌ای حول نقاط $\left(\frac{\tau^n+\tau^{n+1}}{2}\right)$ بوضوح معلوم است. ۵۲

فصل ۱

مقدمه

پیوند جوزفسون، پیوند بین دو ابررسانا با لایه نازک عایق بین آنها است. وقتی بین دو ابررسانا جوزفسونی پیوند برقرار کنیم، در اثر پدیده تونل زنیِ جفتهای کوپر، جریان ابررسانش برقرار می شود که تابع سینوسی از اختلاف فاز توابع موج زوجها در دو ابررساناست. انرژی جفت شدگی نیز تابع کسینوسی از این اختلاف فازهاست. آرایه دو بعدی از پیوندهای جوزفسون یعنی یک شبکه دو بعدی که در هر راس آن یک دانه ابررساناست و وسط ضلع هر یاخته محل پیوند دو ابررسانای مجاور می باشد. هامیلتونین این آرایه عبارتست از مجموع انرژی های جفت شدگی بین دو ابررسانای مجاور. با وجود میدان مغناطیسی خارجی، هامیلتونین آرایه با وارد شدن جمله شامل پتانسیل در فاز کسینوس تغیر می کند. بستگی هامیلتونین به میدان خارجی با فاکتور ناکامی، f، (frustration factor) بیان می شود. در این رساله فاکتور ناکامی، نسبت شار مغناطیسی که از لوزی باریک می گذرد به کوانتوم شار یعنی $f = \frac{\Phi_L}{\Phi_0}$ می باشد. جریان ابررسانائی نیز به همین ترتیب تغیر می کند. اگر جریان ابررسانائی که حول یک یاخته شبکه جاری است مثبت باشد (Vorticity)، آن یاخته را گردابه (Vortex) می گویند. برای مقادیر متفاوت f آرایشهای متفاوتی از شبکه شار داریم. در اینجا برای تغییرات پیوسته f (با گام 0.01) رفتار تابع انرژی حالت پایه برای $\frac{K_B T}{J} = 0.005$ مورد بررسی قرار گرفته است. آرایهٔ اتصالات جوزفسون دو بعدی کوپل شده یکی از موضوعات بسیار مهمِ بیشتر تحقیقات تئوری و تجربی برای حدود 15 سال بوده است و اکنون نیز یکی از موضوعات مهیج می باشد. اخیراً، آرایه جوزفسون بخاطر ارتباطش با ابررساناهای دمای بالا مورد توجه خاص قرار گرفته‌اند. هم آرایه جوزفسون و هم ابررساناهای دمای بالا سیستم های ابررسانائی هستند که افت و خیزهای گرمائی (همانند افت و

خیزهای جریان) نقش اساسی را در رفتار ماکروسکوپیک سیستم بازی می کند. آرایه جوزفسون با فضای فازِ ساده‌ترش و با قرار گرفتن روی یک هندسه خوش تعریف، می تواند بعنوان یک سیستم آزمایشی برای فهم بیشتر موضوعهای مهم ابررساناهای دمای بالا و بررسی مسائلی از

قبیل دینامیک گردابه‌ها (*The vortex dynamics*)،

میخکوبی گردابه‌ها (*The vortex pinning*)،

اثرات راندوم (*The randomness effects*)،

اثرات ناکامی (*The frustration effects*)، بکار گرفته شوند. اما هنوز مسائل بازی در این زمینه وجود دارد که پژوهشگران را به خود سرگرم کرده است. در این تحقیق، نقش شبه تناوبی بودن بر خواص دینامیکی و ترمودینامیکی سیستمِ اتصالات جوزفسون مورد بررسی قرار گرفته است و نشان داده شده است که حساسیت عامل خارجی (میدان مغناطیسی) به هندسه مسئله چگونه است و این چه تاثیری روی رفتار تابع انرژی سیستم دارد[23][3].

فصل ۲

شبکهٔ پنروز

۱.۲ شبه کریستالها، تعریف و ساختار عمومی

سؤ الی که همواره مطرح بوده است این است که:
در فیزیک ماده چگال چگونه فضا را با اتمها پر می کنند؟ برای سالهای متمادی فیزیک ماده چگال مربوط به مواد کریستالی جامد بوده است، اما بحث مواد غیر کریستالی بطور چشمگیری در سالهای اخیر رشد کرده است. این حوزه شامل مایعات، جامدات آمورف تا ساختارهای متباین[1] می باشد. در ساختارهای شبه تناوبی توزیع نقاط شبکه طوری است که نظم انتقالی به چشم نمی خورد اما، نقاط شبکه راندوم نیز نیست، اما مرتبه نظم آنها از ساختارهای متباین بیشتر است [9][8][5]. علی الاصول ساختارهای بنیادی مواد را بوسیله آزمایشهای پراش(پراش الکترون، پرتوهای ایکس یا نوترون)که توزیع شدت مرتبط با تبدیل فوریه ساختار است، تعیین می کنند. نظم بلند برد بدین معنی است که تعداد نامتناهی (قابل شمارش) از مولفه های فوریه با پیکهای پراش تیز داریم. شبه کریستالها رده جدیدی از ساختارهای منظم اتمی هستند که مابین کریستالهای کامل و مواد آمورف قرار دارند. در سلسله مراتب کاهش نظم ترتیب زیر برقرار است:
ساختارهای کریستالی ، شبه کریستالی، متباین و مواد آمورف.
شبه کریستالها نظم انتقالی شبه تناوبی بلند برد و نظم جهتی بلند برد دارند، اگرچه نظم انتقالی این فاز تناوبی نیست و ساختار چرخشی نقطه‌ای متقارن ندارند. ساختارهای کریستالی بسیار منظم هستند که از جمله خواص آنها:

[1] Incommensurate Structures

۱ – نظم انتقالی بلند برد دارند که این نظم با تکرار تناوبی یاخته واحد ایجاد می شود،
۲ – نظم جهتی بلند برد (پیوند همسایه نزدیک) با نقارنی متناظر با زیر گروه گسسته کریستالوگرافی از گروه دورانی دارند که با پنج شبکه دو بعدی و چهارده شبکه سه بعدی براوو نمایش داده می شوند،
۳ – تقارن نقطه‌ای چرخشی (محدود به زیر گروه کریستالوگرافی) دارند.
در مقابل ساختار شیشه‌ای (سیستم بی نظم) هیچکدام از ***همبستگی های بلند برد*** کریستال را ندارند. چون این فاز جدید ماده بسیاری از خواص کریستالها و مواد آمورف را دارد می توان آنرا ***شبه کریستال یا کریستال شبه تناوبی*** نامید. در این بخش بطور خیلی کلی و بصورت خیلی خلاصه به این ساختار از ماده اشاره میشود.
همانطور که میدانیم یک فضای دو بعدی به آسانی با مثلث، مربع، مستطیل و شش ضلعی کفپوش[2] می شود، این بدین علت است که زاویه رأس شکلهای مذکور کسر صحیحی از 2π می باشد. در حقیقت این موضوع بدین معنی است که چرخشهای مجاز ما دو، سه، چهار و شش گانه هستند که این چرخشها عملهای تقارنی را برای ساختن 230 گروه فضایی از ترکیب 14 شبکه براوو مجاز میدارند. اما چرخش C_5 و بالاتر از C_6 با کفپوش های فضایی متناوب ممنوع هستند. مثلاً برای یک پنج ضلعی زوایای رأس 108 درجه میباشند که مضرب صحیحی از 2π نمی باشد. بنابراین، اگر بخواهیم فضای دو بعدی را با پنج ضلعی پر کنیم یک گاف یا ناکامی[3] 36 درجه نمایان می شود.
بعبارت دقیق تر شبه کریستال ماهیتی است که خواص زیر را دارد:
۱ – ***نظم جهتی*** (Orientational Order):
زوایای پیوندی بین اتمهای همسایه (اندازه گیری شده نسبت به مجموعه ثابتی از محورها) بستگی های بلند برد دارند و در امتداد مجموعه‌ای از ***محورهای معین*** که نظم جهتی را معین میکنند قرار دارند. انتخاب این مجموعه محورهای مختصات معین کاملاً اختیاری است. برای یک شبه کریستال هر یال هر یاخته بنیادی در امتداد یکی از محورهای جهتی، قرار دارد. این بدان معنی است که ساختار ***نظم جهتی بلند برد*** کامل دارد. بعنوان مثال در شبکه پنروز (PL) محورهای جهتی معین e_1, e_2, e_3, e_4, e_5 می باشند که هر یال هر لوزی پهن، ^{4}F، یا لوزی باریک، ^{5}T، می تواند در امتداد آنها قرار گیرد (شکل ۱).
۲ – ***نظم انتقالی شبه تناوبی*** (Quasiperiodic translational order):

---
[2] Tiling
[3] Frustration
[4] Fat
[5] Thin

تابع چگالی (جرم) شبه کریستال شبه تناوبی است.یک تابع را شبه تناوبی گویند اگر بتوان آنرا بصورت مجموع توابع تناوبی با تناوب هایی نوشت که حداقل برخی از تناوب ها متباین هستند (یعنی نسبت آنها عدد اصم است). بنابراین، دسته بندی شبه کریستالها به دو صورت انجام می گیرد:

۱–تقارن جهتی آنها و ۲–شبه تناوبی بودنشان.

۳– *می نیمم جدایی بین سایت های اتمی* (Minimal separation between atomic sites):

فاصله های R, r وجود دارند بطوریکه فاصله جدایی بین هر دو همسایه مجاور بین این دو عدد قرار میگیرد. برای شبه کریستالها این فاصله از حد معینی نمی تواند کوچکتر باشد.

۴– *خاصیت خود تشابهی* (Self similarity):

توجه داشته باشیم که همه شبه کریستالها این خاصیت را ندارند. شبه کریستالهایی که این این خاصیت را دارند در رده خاصی قرار می گیرند که این رده مشتمل بر متقارن ترین ساختارهای شبه کریستالی می باشد و خواص ریاضی بسیار جالبی دارند. در تعاریف اساسی برای شبه کریستالها می آورند که یک شبه کریستال ایده‌آل بوسیله تکرار نامتناهی دو یا بیشتر واحد ساختمانی مجزا (اتمی یا مولکولی) بنام واحدهای بنیادی در فضادرست می شود، این واحد های بنیادی طوری چیده شده‌اند که نظم انتقالی شبه تناوبی بلند برد و نظم جهتی بلند برد دارند، اما توجه کنیم که مفهوم تکرار در اینجا تکرار غیر تناوبی است نه تناوبی. شبه کریستالها را بر حسب شبه تناوبی بودنشان (نظم انتقالی شبه تناوبی بلند برد) و تقارن جهتی اشان (نظم جهتی بلند برد) به رده های ایزومورفیسم موضعی (Isomorphism Local) نیز تقسیم بندی می کنند.دو شبه کریستال در یک رده LI یکسان هستند اگر و فقط اگر، هر پیکربندی متناهی از یاخته‌های اولیه در یکی در دیگری نیز باشد. می توان ثابت کرد که ساختارهای متعلق به رده‌های LI متفاوت انرژیهای آزاد متفاوت و شدت های پیک پراش متفاوت دارند. شبکه پنروز نظم جهتی پنج وجهی بلند برد دارد اگرچه خود پنج ضلعی نمی تواند فضای دوبعدی را پر کند (شکل ۲) [10][7][6][5][4].

۲.۲ هندسه شبه کریستالها و ساختار شبه کریستالی پنروز

علی الاصول یک کفپوش را بصورت لیستی از واحدهای بنیادی اش نمایش می دهند و خود واحد ها را نیز گاهی بصورت لیستی از رأسهایش و رأسها را نیز به نوبه خود بصورت لیستی از مختصاتشان نمایش می دهند. در یک نگاه اجمالی و کلی رهیافتهای متفاوت ساختن یک شبه کریستال به قرار زیرند: