

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری



دانشگاه دامغان  
دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر

پایان نامه کارشناسی ارشد  
ریاضی کاربردی (گرایش تحقیق در عملیات)

# کارایی‌های سیستم‌های دو مرحله‌ای با داده‌های فازی

توسط:

سید هاشم موسوی پور

استاد راهنما:

دکتر علی عباسی ملایی

استاد مشاور:

دکتر حنیف حیدری

شهریور ۱۳۹۱

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

به نام خدا

# کارایی‌های سیستم‌های دو مرحله‌ای با داده‌های فازی

توسط:

سید هاشم موسوی‌پور  
پایان‌نامه

ارائه شده به تحصیلات تکمیلی دانشگاه به عنوان بخشی از فعالیت‌های تحصیلی لازم  
برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

در رشته

ریاضی کاربردی (گرایش تحقیق در عملیات)

از دانشگاه دامغان

ارزیابی و تأیید شده توسط کمیته پایان‌نامه با درجه: عالی

دکتر علی عباسی ملایی استادیار ریاضی کاربردی گرایش تحقیق در عملیات دانشکده ریاضی و علوم  
کامپیوتر دانشگاه دامغان (استاد راهنما)

دکتر حنیف حیدری استادیار ریاضی کاربردی گرایش تحقیق در عملیات دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر  
دانشگاه دامغان (استاد مشاور)

دکتر رضا پورقلی استادیار ریاضی کاربردی گرایش آنالیز عددی دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر دانشگاه  
دامغان (داور اول)

دکتر سید هاشم طبیبی استادیار ریاضی کاربردی گرایش علوم کامپیوتر دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر  
دانشگاه دامغان (داور دوم)

دکتر سید امین اصفهانی استادیار ریاضی محض گرایش سیستم‌های دینامیکی دانشکده ریاضی و علوم  
کامپیوتر دانشگاه دامغان (نماینده تحصیلات تکمیلی)

شہریور ۱۳۹۱

## تقدیم به

تقدیم به ساحت مودی از جنس نور، مودی که زبانها و قلمها در توصیفش عاجزند

### حضرت ولی عصر (عج)

تقدیم بابوسه بر دستان پدرم:

به او که نمی‌دانم از بزرگی اش بگویم یا مردانگی، سخاوت، سکوت، مهربانی و...

پدرم، از تو هر چه می‌گویم باز هم کم می‌آورد  
اکنون حاصل دستان خستات رزم فو قسیم شد

تقدیم به مادر عزیزتر از جانم:

مادم، آنکه آفتاب مهرش در آستانه قلبم همچنان پابرجاست و حرکات غروب نخواهد کرد

وای مادرم، عمری هستی بار بار جان خریدی تا اکنون توانستی طعم خوش پیروزی را به من بچشانی

تقدیم به خواهر و برادر عزیزم که حضورشان موجب آرامش و دلگرمی می‌شود

تقدیم به تمام آزاد مردانی که نیک می‌اندیشند و عقل و منطق را پیشه خود نموده و جز رضای الهی و پیشرفت و

سعادت جامعه هدفی ندارند. دانشمندان، بزرگان و جوانمردانی که جان و مال خود را در راه حفظ و اعتلای این

مرز و بوم فدا نموده و می‌نمایند.

## سپاسگزاری

خداوند متعال را شاکرم که این توفیق را نصیب من نمود تا بتوانم این پایان نامه را به پایان برسانم. در اینجا بر خود لازم می دانم از استاد عزیزم جناب آقای دکتر علی عباسی ملایی به عنوان استاد راهنما، و جناب آقای دکتر حنیف حدیری به عنوان استاد مشاور، که بارها بنیای های خود باعث فراهم آوردن فرصتی جهت تحقیق در این زمینه شدند و با صبر و حوصله بسیار مرا در این مسیر هدایت فرمودند، خاضعانه سپاسگزاری نمایم. از اساتید مدعو جناب آقای دکتر رضا پور قلی و جناب آقای دکتر سید هاشم طبیبی که زحمات مطالعه و داوری این پایان نامه را بر عهده داشته اند، و از جناب آقای دکتر سید امین اصفهانی ناینده محترم تحصیلات تکمیلی تشکر و قدردانی می نمایم. از پدر و مادر مهربان و خواهر و برادر عزیزم که همیشه مشوق من بوده و در راه پیشرفت من از هیچ تلاشی فروگذار نکرده اند سپاسگزاری می کنم. در نهایت از تمامی دوستان خوبم که همیشه یار و یاورم بوده اند تشکر می کنم.

سید هاشم موسوی پور - شهریور ۱۳۹۱

چکیده

## کارایی‌های سیستم‌های دو مرحله‌ای با داده‌های فازی

به وسیله‌ی:  
سید هاشم موسوی‌پور

در این پایان‌نامه مدل‌های تحلیل پوششی دو مرحله‌ای از حالت معمولی به وضعیت‌های عدم اطمینان توسعه داده می‌شود که در آن داده‌های ورودی، میانی و خروجی بوسیله اعداد فازی نمایش داده می‌شوند. از اصل گسترش برای محاسبه کارایی فازی سیستم‌های دو مرحله‌ای فازی استفاده خواهد شد. برای این منظور، یک جفت برنامه‌ریزی ریاضی دو سطحی برای محاسبه کرانهای پایین و بالای  $\alpha$  - برشهای کارایی فازی توسعه داده خواهد شد. با در نظر گرفتن مقادیر مختلف  $\alpha$ ، توابع عضویت کارایی‌های فازی بطور عددی محاسبه می‌شود. چند خاصیت از سیستم‌های دو مرحله‌ای برای حالت فازی مورد بررسی و مطالعه قرار خواهد گرفت و درستی آنها را برای حالت فازی بررسی می‌شود.

# فهرست مطالب

ه	فهرست مطالب
ز	فهرست جدول‌ها
ط	فهرست شکل‌ها
۲	۱ تاریخچه منطق فازی و تعاریف اولیه
۲	۱-۱ منطق فازی چیست؟
۳	۲-۱ مجموعه‌های فازی
۴	۳-۱ مجموعه فازی و توابع عضویت
۵	۴-۱ بیان مجموعه‌های فازی
۶	۵-۱ مجموعه‌های فازی متداول
۹	۶-۱ اصل تجزیه
۱۱	۷-۱ اعداد فازی و اصل توسیع
۱۵	۸-۱ بیان ساده از اعداد فازی L-R
۱۷	۲ مقدمه‌ای بر تحلیل پوششی داده‌ها
۱۷	۱-۲ مقدمه
۲۰	۲-۲ مدل-CCR
۲۲	۳-۲ مفهوم وزنهای بهین
۲۴	۴-۲ مجموعه امکان تولید



۲۹	.....	مدل BCC ۵-۲
۳۳		اندازه‌گیری کارایی برای سیستم‌های شبکه
۳۳	.....	مقدمه ۱-۳
۳۴	.....	مدل رابطه‌ای ۲-۳
۴۱	.....	ساختار سری در سیستم‌های شبکه ۳-۳
۴۵	.....	ساختار موازی در سیستم‌های شبکه ۴-۳
۴۹		کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای با داده‌های فازی
۴۹	.....	مقدمه ۱-۴
۵۱	.....	تحلیل پوششی داده‌های دو مرحله‌ای ۲-۴
۵۳	.....	اندازه‌گیری کارایی فازی ۳-۴
۶۴	.....	ارائه یک مثال برای مدل دو مرحله‌ای با داده‌های فازی ۴-۴
۸۲		مراجع
۸۶		واژه‌نامه فارسی به انگلیسی
۸۸		واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

## فهرست جدول‌ها

۵	۱-۱	درجه چاقی و یا میان‌قدی
۲۲	۱-۲	یک ورودی و یک خروجی
۲۳	۲-۲	نتایج کارایی سایر واحدها
۲۶	۳-۲	تناظر بین مسأله اولیه و مسأله دوگان
۳۱	۴-۲	تناظر بین مسأله اولیه و مسأله دوگان
۳۶	۱-۳	داده‌ها و کارایی-CCR برای مثال
۶۵	۱-۴	مقادیر ورودی $(X_1)_j, (X_2)_j$
۶۶	۲-۴	مقادیر محصولات میانی $(Z_1)_j, (Z_2)_j$
۶۷	۳-۴	مقادیر خروجی $(Y_1)_j, (Y_2)_j$
۷۰	۴-۴	نتایج کارایی مربوط به واحدهای اول تا ششم به ازای $\alpha = 0, 1/3, 2/3, 1, 2/3, 1/3, 0$
۷۱	۵-۴	نتایج کارایی مربوط به واحدهای هفتم تا دوازدهم به ازای $\alpha = 0, 1/3, 2/3, 1, 2/3, 1/3, 0$
۷۲	۶-۴	نتایج کارایی مربوط به واحدهای سیزدهم تا هجدهم به ازای $\alpha = 0, 1/3, 2/3, 1, 2/3, 1/3, 0$
۷۳	۷-۴	نتایج کارایی مربوط به واحدهای نوزدهم تا بیست و چهارم به ازای $\alpha = 0, 1/3, 2/3, 1, 2/3, 1/3, 0$
۷۴	۸-۴	نتایج کارایی مربوط به واحدهای اول تا ششم به ازای $\alpha = 1/7, 6/7, 5/7, 4/7, 0$
۷۵	۹-۴	نتایج کارایی مربوط به واحدهای هفتم تا دوازدهم به ازای $\alpha = 1/7, 6/7, 5/7, 4/7, 0$
۷۶	۱۰-۴	نتایج کارایی مربوط به واحدهای سیزدهم تا هجدهم به ازای $\alpha = 1/7, 6/7, 5/7, 4/7, 0$
۷۷	۱۱-۴	نتایج کارایی مربوط به واحدهای نوزدهم تا بیست و چهارم به ازای $\alpha = 1/7, 6/7, 5/7, 4/7, 0$
۷۸	۱۲-۴	نتایج کارایی مربوط به واحدهای اول تا ششم به ازای $\alpha = 1/9, 8/9, 0$

- ۷۹ . . . . .  $\alpha = ۰/۸, ۰/۹, ۱$  نتایج کارایی مربوط به واحدهای هفتم تا دوازدهم به ازای  $\alpha = ۰/۸, ۰/۹, ۱$
- ۸۰ . . . . .  $\alpha = ۰/۸, ۰/۹, ۱$  نتایج کارایی مربوط به واحدهای سیزدهم تا هجدهم به ازای  $\alpha = ۰/۸, ۰/۹, ۱$
- ۸۱ . . .  $\alpha = ۰/۸, ۰/۹, ۱$  نتایج کارایی مربوط به واحدهای نوزدهم تا بیست و چهارم به ازای  $\alpha = ۰/۸, ۰/۹, ۱$

## فهرست شکل‌ها

۷	مجموعه فازی مثلثی $A$ . . . . .	۱-۱
۷	مجموعه فازی $A$ بصورت متناهی . . . . .	۲-۱
۸	مجموعه فازی ذوزنقه‌ای $B$ . . . . .	۳-۱
۹	مجموعه فازی نمایی . . . . .	۴-۱
۱۰	برش ضعیف مجموعه فازی $A$ . . . . .	۵-۱
۱۱	اصل تجزیه . . . . .	۶-۱
۱۶	نمایشی از عدد فازی $L-R$ . . . . .	۷-۱
۲۵	مجموعه امکان تولید . . . . .	۱-۲
۲۹	مجموعه امکان تولید مدل $CCR$ . . . . .	۲-۲
۲۹	مجموعه امکان تولید مدل $BCC$ . . . . .	۳-۲
۳۰	مدل $BCC$ . . . . .	۴-۲
۳۶	سیستم سری دو فرآیند . . . . .	۱-۳
۳۷	سیستم شبکه‌ای لوپس و سکستون . . . . .	۲-۳
۴۲	سیستم سری در حالت کلی . . . . .	۳-۳
۴۷	سیستم موازی در حالت کلی . . . . .	۴-۳
۵۱	سیستم دو مرحله‌ای با ورودی‌های $X$ ، خروجی‌های $Y$ و محصولات میانی $Z$ . . . . .	۱-۴
۶۹	کارایی سیستم $\tilde{E}_{11}$ و دو فرآیند مربوط به آن به ازای $\alpha = 0, 0.1, \dots, 1$ . . . . .	۲-۴

## پیشگفتار

تحلیل پوششی داده روشی است برای ارزیابی سیستم های تولیدی، عملکرد نهاد ها و دیگر فعالیتهای رایج در زمینه های مختلف، که در سالهای اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است. علت مقبولیت گسترده روش تحلیل پوششی داده ها نسبت به سایر روشها امکان بررسی روابط پیچیده و اغلب نامعلوم بین چندین ورودی و چندین خروجی است که در این فعالیتهای وجود دارد.

یک مشکل اساسی این روش این است که در این روش با هر سیستم به صورت یک جعبه سیاه رفتار می شود که یک دسته ورودی را برای تولید یک دسته خروجی مورد استفاده قرار می دهد و تأثیر عملیاتی که در طی فرآیند تولید روی ورودی ها انجام می گیرد تا خروجی های مورد نیاز تولید شود در اندازه گیری کارایی و ارزیابی سیستم در نظر گرفته نمی شود، در صورتی که بسیاری از سیستم های تولیدی در دنیای واقعی ترکیبی از دو مرحله در یک سیستم هستند، اندازه گیری کارایی سیستم بدون در نظر گرفتن تأثیر هر مرحله در کارایی موجب نتیجه گیری اشتباه می شود. از نکات دیگری که در دنیای واقعی موجود است مبهم بودن و غیر دقیق بودن داده های ورودی و خروجی مربوط به هر سیستم است که وقتی مشاهدات را به صورت فازی در نظر می گیریم این مشکل تا حدودی مرتفع می شود. در این پایان نامه تلاش شده برای اندازه گیری کارایی و ارزیابی هر سیستم تأثیر هر مرحله روی کارایی در نظر گرفته شود و همچنین سیستم ها را در حالی که مشاهدات به صورت فازی هستند مورد ارزیابی قرار دهیم، بر همین اساس در فصل اول مقدمه ای از منطق فازی را قرار دادیم و روابط روی مجموعه ها و اعداد فازی را بیان نمودیم، در فصل دوم تحلیل پوششی داده ها را معرفی کردیم و مدل های  $BCC$  و  $CCR$  را ارائه کردیم، در فصل سوم تحلیل پوششی داده های شبکه و ساختارهای موازی و سری را بیان نمودیم و مدل های رابطه ای مربوط به این ساختارها را مورد ارزیابی قرار دادیم و در نهایت در فصل چهارم کارایی سیستم های دو مرحله ای را در وضعیتهای عدم اطمینان، یعنی در محیط فازی، مورد بررسی قرار دادیم.

# فصل ۱

## تاریخچه منطق فازی و تعاریف اولیه

در این فصل چارچوب و زمینه تاریخی نظریه مجموعه‌های فازی و کاربردهای آن را معرفی می‌کنیم. مطالب این فصل از مراجع [۱] و [۲] انتخاب شده است.

### ۱-۱ منطق فازی چیست؟

منطق فازی در سال ۱۹۶۵ میلادی تولد یافت. در آن سال لطفی زاده از دانشگاه کالیفرنیا در برکلی مقاله‌ای با عنوان "مجموعه‌های فازی" در مجله اطلاعات و کنترل [۳۲] به چاپ رسانید. این مقاله گویا دو سال قبل از چاپ و انتشارش تدوین و تکمیل شده بود، اما به خاطر نظرات و اندیشه‌های اساسی ارائه شده در آن هیچ مجله علمی پژوهشی جرات پذیرش و چاپ آنرا نداشت. در آن دوره از زمان، قبول ابهام و عدم صراحت در زمینه مسائل مهندسی دور از ذهن به نظر می‌رسید. تنها مجله اطلاعات و کنترل که سردبیر آن خود لطفی زاده بود مبادرت به چاپ این مقاله نمود. چندی بعد زاده اندیشه فازی را که مبنایی برای منطق و استدلال فازی است، ارائه کرد. در سال ۱۹۷۲ میلادی میشیو سوگونو از انستیتو تکنولوژی توکیو نظرات زاده را با ارائه مفاهیم اندازه فازی و انتگرال فازی تعقیب نمود.

سال ۱۹۷۴ میلادی نقطه عطفی برای منطق فازی بود. ابراهیم ممدانی از دانشگاه لندن برای نخستین بار منطق فازی را در زمینه کنترل برای کنترل یک موتور بخار ساده به کار گرفت. اولین کاربرد صنعتی منطق فازی شش سال بعد به منحصه ظهور رسید. در سال ۱۹۸۰ میلادی اسمیت از دانمارک برای نخستین بار از منطق فازی برای کنترل کوره سیمان استفاده کرد. در دهه ۸۰ میلادی، مؤسسه فوجی الکتریک منطق فازی را برای کنترل یک فرایند تصفیه آب به کار گرفت، متعاقب آن شرکت هیتاچی

یک سیستم کنترل خودکار قطار را بر مبنای منطق فازی توسعه داد. شایان ذکر است که در اوایل دهه ۹۰ میلادی مؤسسات ژاپنی در زمینه کاربرد منطق فازی پیشتاز بودند.

منطق فازی نظریه گسترده‌ای است که نظریه مجموعه فازی، اندازه فازی و غیره را در بر می‌گیرد. نظریه مجموعه فازی توسعه نظریه مجموعه معمولی است، اندازه فازی توسعه اندازه احتمالی است. فازی بودن، همان‌طور که در منطق فازی به کار می‌رود به انواع مختلف ابهام و عدم اطمینان و به خصوص به ابهامات مربوط به زبان بیانی و طرز فکر بشر اشاره دارد و با عدم اطمینانی که به وسیله نظریه احتمال بیان می‌شود متفاوت است. عدم اطمینان احتمالی عبارت است از مثلاً شانس آمدن عدد ۳ در پرتاب یک تاس. میزان عدم اطمینان احتمالی را می‌توان به طور واقعی و غیر نظری با تکرار آزمونها مورد بررسی قرار داد.

از سوی دیگر معیار سنجش کلماتی مثل "زیبا" و "جوان" به دیدگاه شخصی فرد بستگی دارد که آنها را داوری می‌کند و لذا ما نمی‌توانیم حتی با انجام آزمونهای بی‌پایان یک قاعده اکید برای قضاوت در مورد آنها وضع کنیم. برای مثال، یک مرد چهل ساله ممکن است در یک کشتی تفریحی اقیانوس‌پیما که مسافران آنرا غالباً افراد مسن تشکیل می‌دهند جوان تلقی شود، حال آنکه همین مرد در جمع فارغ‌التحصیلان دانشگاه در مقطع کارشناسی دیگر جوان تلقی نخواهد شد. کلماتی مانند "زیبا" و "جوان" نظری هستند و به موقعیتی که در آن به کار گرفته می‌شوند بستگی دارند. منطق فازی می‌تواند ریاضی‌وار با این ابهامات برخورد نماید.

## ۱-۲ مجموعه‌های فازی

در یک گفتگوی روزانه، کلمات مبهم زیادی به کار گرفته می‌شود مثلاً "درخت سرو زیباست" و یا "ارزش دلار نسبتاً بالاست". مجموعه‌های فازی می‌توانند با مفاهیم نادقیقی مثل "مجموعه افراد قد بلند" و "افرادی که در نزدیکی تهران به سر می‌برند" که قابل بیان با مجموعه‌های معمولی نیستند بر خورد کند. در عبارات ذکر شده در بالا کلمات "بلند قد" و "نزدیک" نادقیقند، بیان این عبارات نادقیق به وسیله مجموعه‌های معمولی امکان‌پذیر نیست و ما حتماً باید عبارات را به صورت دقیق مثل "مجموعه افرادی که بیشتر از ۱۹۰ سانتی متر قد دارند" یا "مردمی که در توکیو زندگی می‌کنند" بیان می‌کنیم. اندازه‌گیری قد یک فرد، تعلق و یا عدم تعلق او را به مجموعه گفته شده تعیین می‌کند. این مجموعه‌های معمولی که به صورت دقیق بیان می‌شوند در نظریه "مجموعه‌های فازی" به "مجموعه‌های قاطع" معروفند.

با مجموعه‌های معمولی از قبل در کتب پایه‌ای ریاضی آشنا شده و چگونگی روابط بین آنها را می‌شناسیم در ادامه به معرفی جامعتری از مجموعه‌های فازی پرداخته و به بیان روابط آن با مجموعه‌های معمولی

یا مجموعه‌های قاطع می‌پردازیم.

### ۱-۲-۱ توابع مشخصه مربوط به مجموعه‌های قاطع

فرض کنید  $A$  بیانگر یک مجموعه قاطع بر روی مجموعه مرجع  $X$  باشد، تابع مشخصه این مجموعه یعنی  $\chi_A$  را می‌توان با نگاشت زیر تعریف کرد:

$$\chi_A : X \rightarrow \{0, 1\}$$

به طوری که:

$$\chi_A = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases}$$

رابطه بالا نشان می‌دهد که اگر عنصر  $x$  متعلق به  $A$  باشد آنگاه  $\chi_A = 1$  در غیر این صورت  $\chi_A = 0$ .

### ۳-۱ مجموعه فازی و توابع عضویت

هر چند مجموعه‌های قاطع قابل بیان به وسیله توابع مشخصه هستند، توابع فازی به کمک توابع عضویت نمایانده می‌شوند. فرض می‌کنیم  $A$  و  $B$  به صورت زیر باشند:

$$\begin{cases} A : \text{مجموعه افراد چاق} \\ B : \text{مجموعه افراد میان قد} \end{cases}$$

بیان مجموعه‌های ریاضی به کمک نمودار ون دشوار است. زیرا مفاهیم "چاق" و "میان قد" از دید اشخاص مختلف متفاوت است و به موقعیت بستگی دارد. دسته‌بندی افراد به گروه‌های "چاق" و "غیر چاق" غیر عملی است. میزان چاقی، ممکن است از کمی سنگین وزن تا فوق‌العاده سنگین وزن عددی ما بین ۰ تا ۱ باشد که ما به میزان درجه چاقی تخصیص می‌دهیم. درجه یک به این معناست که شخص کاملاً به مجموعه افراد چاق تعلق دارد و درجه صفر بیانگر عدم تعلق شخص به این مجموعه است. در این صورت فرض کنید درجه چاقی و یا طول قد را می‌توانیم به صورت جدول زیر بیان کنیم:

توابع عضویت مجموعه‌های فازی، درجات نشان داده شده در جدول فوق را تعریف می‌کنند. در



جدول ۱-۱: درجه چاقی و یا میان قدی

مجموعه	محمد	سهراب	اسماعیل	یاسر	علی
چاق	۰/۷	۰/۴	۰/۵	۰/۹	۰/۳
میان قد	۰/۵	۰/۹	۰/۷	۰/۱	۰/۴

توابع مشخصه مجموعه‌های قاطع باید در مورد تعلق یک عضو به مجموعه که یا صفر است یا یک تصمیم بگیریم، در حالی که توابع عضویت این امکان را به ما می‌دهد که میزان تعلق یا درجه آن را به صورت یک عدد حقیقی بین صفر تا یک انتخاب کنیم. توابع عضویت مجموعه‌های فازی را می‌توان توسعه‌ای از توابع مشخصه در نظر گرفت. یک مجموعه فازی بر روی مجموعه مرجع  $X$  به وسیله یک تابع عضویت  $\mu_A$  که بیانگر نگاهت زیر است تعریف می‌شود:

$$\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$$

در اینجا مقدار  $\mu_A(x)$  عبارت است از مقدار عضویت یا درجه عضویت  $x \in X$ . مقدار عضویت، بیانگر درجه تعلق  $x$  به مجموعه فازی  $A$  است. مقدار تابع مشخصه برای مجموعه‌های قاطع که در (۱-۲-۱) تعریف شده است یا برابر صفر است یا یک، در حالی که مقدار عضویت مجموعه فازی مطابق تعریف بالا می‌تواند یک مقدار حقیقی بین صفر تا یک باشد. هر چه مقدار  $\mu_A(x)$  به یک نزدیکتر باشد درجه تعلق عنصر  $x$  به مجموعه فازی  $A$  بیشتر است و اگر  $\mu_A(x) = 0$  آنگاه می‌گوئیم عنصر  $x$  به مجموعه  $A$  اصلاً تعلق ندارد.

## ۴-۱ بیان مجموعه‌های فازی

### ۱-۴-۱ بیان گسسته (وقتی مجموعه مرجع متناهی است)

فرض کنید مجموعه مرجع  $X$  به صورت زیر باشد:

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

آنگاه یک مجموعه فازی مثل  $A$  بر روی  $X$  را به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$A = \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \dots + \frac{\mu_A(x_n)}{x_n} = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_A(x_i)}{x_i}$$

### ۲-۴-۱ بیان پیوسته (وقتی مجموعه مرجع نامتناهی است)

وقتی مجموعه مرجع  $X$  یک مجموعه نامتناهی است یک مجموعه فازی  $A$  بر روی  $X$  را می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$A = \int_X \frac{\mu_A(x_i)}{x_i}$$

برای بیان گسسته دو قاعده دیگر نیز وجود دارد:

الف) هنگامی که درجه عضویت عنصری مانند  $x'$  صفر است، به عبارت دیگر وقتی  $\mu_A(x') = 0$  آنرا حذف کرده و دیگر  $\frac{0}{x'}$  را نمی نویسیم.

ب) چنانچه بیش از یک مقدار به یک عنصر از مجموعه مرجع متعلق باشد می توانیم بزرگترین مقدار را به عنوان مقدار درجه عضویت در نظر بگیریم.

## ۵-۱ مجموعه های فازی متداول

مجموعه های فازی عموماً در سه نوع مثلثی، دوزنقه ای و نمایی معرفی می شوند.

### ۱-۵-۱ مجموعه های فازی مثلثی

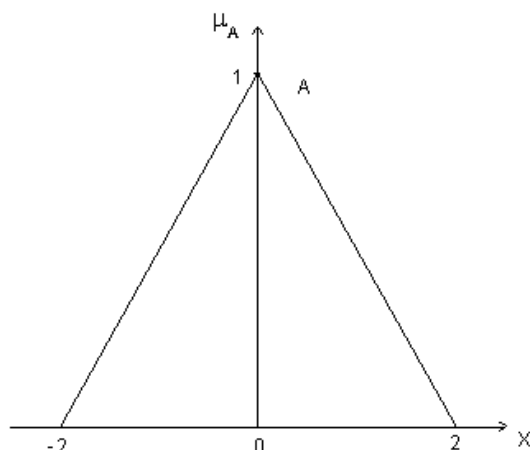
در این قسمت با ارائه یک مثال به معرفی مجموعه های فازی مثلثی می پردازیم. شکل های (۱-۱) و (۲-۱) به ترتیب نمودار نا متناهی و متناهی مجموعه های فازی مثلثی را با قاعده ۴ و ارتفاع  $x = 0$  نشان می دهند. بیان نامتناهی مجموعه فازی شکل (۱-۱) عبارتست از:

$$A = \int_{-2}^0 \frac{\left(\frac{2+x}{2}\right)}{x} + \int_0^2 \frac{\left(\frac{2-x}{2}\right)}{x}$$

اگر مجموعه مرجع به صورت زیر داده شده باشد.

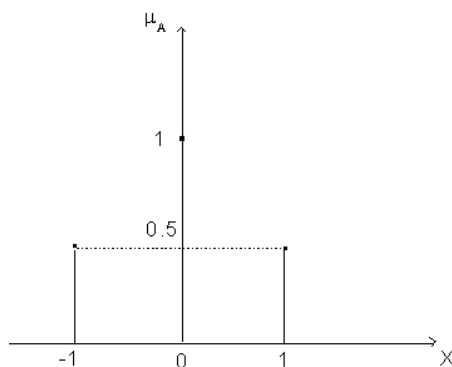
$$X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$A = \left\{ \frac{0.5}{-1}, \frac{1}{0}, \frac{0.5}{1} \right\}$$



شکل ۱-۱: مجموعه فازی مثلثی A

مجموعه A به صورت شکل (۲-۱) نمایش داده می شود.



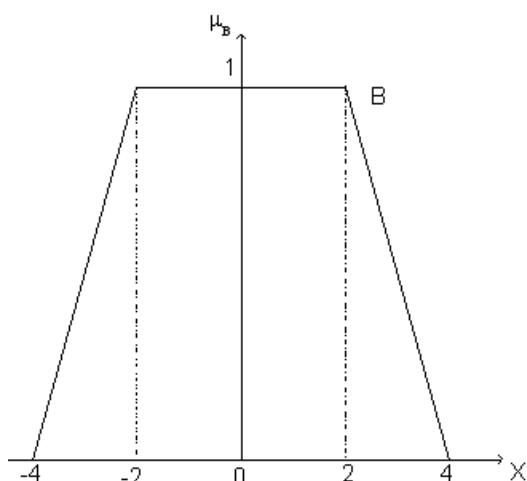
شکل ۲-۱: مجموعه فازی A بصورت متناهی

### ۲-۵-۱ مجموعه فازی دوزنقه‌ای

شکل (۳-۱) مثالی از مجموعه‌های فازی دوزنقه‌ای را نشان می دهد. این مجموعه فازی دوزنقه‌ای با بیان نامتناهی زیر قابل ارائه است.

$$B = \int_{-4}^{-2} \frac{(\frac{4+x}{2})}{x} + \int_{-2}^2 \frac{1}{x} + \int_2^4 \frac{(\frac{4-x}{2})}{x}$$

حال چگونگی بیان متناهی مجموعه فازی دوزنقه‌ای را بررسی می کنیم.



شکل ۱-۳: مجموعه فازی ذوزنقه‌ای B

اگر مجموعه مرجع  $X$  به صورت زیر مفروض باشد:

$$X = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

آنگاه بیان منتهای مجموعه فازی B به صورت زیر خواهد بود.

$$B = \left\{ \frac{0.5}{-3}, \frac{1}{-2}, \frac{1}{-1}, \frac{1}{0}, \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{0.5}{3} \right\}$$

### ۳-۵-۱ مجموعه فازی نمایی

شکل (۴-۱) مثالی از مجموعه فازی نمایی را نشان می‌دهد. تابع عضویت این نوع مجموعه فازی به وسیله تابع نمایی بیان می‌شود. بیان نامتناهی این نوع مجموعه فازی می‌تواند به صورت زیر باشد.

$$D = \int_x \frac{e^{-0.5(x-5)^2}}{x}$$

حال چگونگی بیان منتهای مجموعه‌های فازی نمایی را بررسی می‌کنیم. اگر مجموعه مرجع  $X$  به صورت زیر مفروض باشد:

$$X = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$$

آنگاه بیان منتهای D به صورت زیر است:

$$D = \left\{ \frac{0.11}{2}, \frac{0.607}{4}, \frac{0.607}{6}, \frac{0.11}{8} \right\}$$

چون مقادیر عضویت عناصر ۰ و ۱۰ بسیار کوچک است و به صفر تقریب شده‌اند، آنها را از عبارت حذف کرده‌ایم.