دانشگاه سمنان

دانشکده مهندسی مکانیک

پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی

عنوان:

بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های پیوسته دوبعدی با استفاده از الگوریتم طراحی توپولوژی خطوط هم‌تراز

نگارش:

مهدی طبرزدی

استاد راهنما:

جناب آقای دکتر علی قدوسیان

زمستان ۱۳۹۲

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم

تقدیر و تشکر

منت خدای را عز و جل که طاعتش موجب قربت است و به شکر اندرش مزید نعمت.

هر نفسی که فرو می رود ممد حیات است و چون بر می آید مفرح ذات.

پس در هر نفسی دو نعمت موجود است و بر هر نعمتی شکری واجب.

از دست و زبان که برآید کز عهده شکرش به در آید.

بنده همان به که ز تقصیر خویش عذر به درگاه خدای آورد

ورنه سزاوار خداوندیش کس نتواند که به جای آورد.

با تشکر فراوان از استاد محترم **جناب آقای دکتر علی قدوسیان** که کمال همکاری را با اینجانب به عمل آورده اند.

فهرست:

چکیده ۱

مقدمه ۳

۱- فصل اول: آشنایی با روش‌های بهینه‌سازی ۷

۱-۱ روش‌های حل مسائل بهینه‌سازی ۱۱

۱-۲ روش‌های هیورستیک (ابتکاری) ۱۴

۱-۳ روش‌های متاهیورستیک (فراابتکاری) ۱۶

۱-۳-۱ دسته‌بندی الگوریتم‌های فراابتکاری ۱۸

۱-۳-۲ اجرای الگوریتم‌های فراابتکاری ۲۰

۱-۴ الگوریتم‌های تکاملی ۲۱

۱-۵ ساختار الگوریتم‌های بهینه‌سازی تکاملی ۲۳

۱-۵-۱ ایجاد جمعیت اولیه ۲۶

۱-۵-۲ ارزیابی جواب‌ها ۲۷

۱-۵-۳ انتخاب والدین ۲۸

۱-۵-۴ بازتولید ۲۸

۱-۵-۵ انتخاب طبیعی ۲۹

۱-۵-۶ پایان دادن به الگوریتم ۲۹

۲- فصل دوم: تحلیل المان محدود شبکه ثابت در طراحی و بهینه‌سازی سازه‌ای

۲-۱ مقدمه ۳۳

۲-۲ طراحی مکانیکی نظام‌یافته ۳۵

۲-۳ روش‌های عددی در طراحی ۳۷

۲-۳-۱ روش‌های المان محدود بدون مش ۳۷

۲-۳-۲ روش شبکه ثابت (FGM) ۳۸

۲-۴ شبکه ثابت در الاستیسیته خطی ۴۰

۲-۴-۱ معادلات سینماتیک ۴۱

۲-۴-۲ تعادل داخلی ۴۲

۲-۴-۳ معادلات ساختاری ۴۳

۲-۴-۴ نماد قراردای ۴۴

۲-۵ تقریب المان محدود ۴۶

۲-۵-۱ گسسته‌سازی ناحیه‌ی Ω ۵۰

۲-۵-۲ تقریب شبکه ثابت ۵۳

۲-۵-۳ المان چهارضلعی ۵۶

۲-۵-۴ المان‌های داخل سازه (I) و خارج سازه (O) ۵۸

۲-۵-۵ المان‌های روی مرز سازه (NIO) ۵۹

- تقریب A0، تقریب گسسته ۵۹

- تقریب A1، تقریب میانگین وزنی ۶۱

۲-۶ الگوریتم ایجاد شبکه ثابت ۶۴

۲-۶-۱ پیچیدگی یک الگوریتم ۶۴

۲-۶-۲ نمایش مرزی سازه ۶۵

۲-۶-۳ تبدیل هندسه ۶۵

۲-۶-۴ ایجاد شبکه ثابت ۶۵

۲-۷ الگوریتم ایجاد ماتریس سختی ۶۹

۳- فصل سوم: بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های پیوسته دو بعدی

۳-۱ مقدمه ۷۳

۳-۲ بهینه سازی سازه‌ای ۷۴

۳-۲-۱ بهینه سازی اندازه ۷۶

۳-۲-۲ بهینه سازی شکل ۷۶

۳-۲-۳ بهینه سازی توپولوژی ۷۷

۳-۳ الگوریتم‌های تکاملی ۷۹

۳-۳-۱ استراتژی‌های تکاملی ۸۰

۳-۳-۲ الگوریتم‌های ژنتیک ۸۱

۳-۴ بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ها ۸۳

۳-۴-۱ روش‌های وابسته به ماده ۸۳

۳-۴-۲ روش‌های وابسته به هندسه ۸۴

۳-۵ بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ها ی پیوسته ۸۵

۳-۵-۱ طرح به‌طور کامل تحت تنش (FSD) ۸۷

۳-۵-۲ بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ای کلاسیک (Classic ESO) ۸۸

۳-۵-۳ بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ای شبکه ثابت (FG-ESO) ۹۰

۳-۵-۴ بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ای دوسویه (BESO) ۹۲

۳-۶ توضیحات پایانی ۹۴

۴- فصل چهارم: بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های پیوسته دو بعدی با استفاده از الگوریتم طراحی توپولوژی خطوط هم‌تراز (ITD)

۴-۱ مقدمه ۹۹

۴-۲ تحلیل المان محدود شبکه ثابت ۱۰۱

۴-۲-۱ ماتریس سختی ۱۰۶

۴-۲-۲ محاسبه‌ی تنش ۱۱۰

۴-۲-۳ نمایش مرزی ۱۱۱

۴-۲-۴ تحلیل مجدد ۱۱۴

۴-۳ بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ای با خطوط هم‌تراز (Isolines) ۱۱۷

۴-۳-۱ فرایند تکاملی در روش ITD ۱۲۰

۴-۳-۲ انتخاب معیار طراحی ۱۲۳

۴-۳-۳ تعریف سطح معیار کمینه (MCL) ۱۲۴

۴-۳-۴ انتخاب کردن خطوط هم‌تراز با سطح معیار کمینه ۱۲۵

- الگوریتم مربع‌های پیش‌رونده (MS) ۱۲۵

۴-۳-۵ پایاسازی مرز سازه‌ای ۱۳۴

۴-۴ الگوریتم طراحی توپولوژی خطوط هم‌تراز ۱۳۵

۴-۵ توضیحات پایانی ۱۳۶

۵- فصل پنجم: بهینه‌سازی توپولوژی چند مسئله‌ی عددی نمونه با استفاده از الگوریتم طراحی توپولوژی خطوط هم‌تراز (ITD)

۵-۱ مقدمه ۱۴۱

۵-۲ مثال اول: تیر MBB ۱۴۲

۵-۲-۱ تأثیر تراکم مش ۱۴۹

۵-۲-۲ تأثیر تغییر حجم کمینه ۱۴۹

۵-۳ مثال دوم: تیر میشل با تکیه‌گاه‌های ثابت ۱۵۲

۵-۴ مثال سوم: تیر یک‌سر گیردار کوتاه ۱۵۹

۶- فصل ششم: نتیجه‌گیری ۱۶۵

فهرست مراجع ۱۷۱

چکیده انگلیسی (Abstract) ۱۷۷

چکیده

این پایان‌نامه یک الگوریتمی تحت عنوان الگوریتم طراحی توپولوژی خطوط هم‌تراز ITD را ارائه می‌دهد، که به‌طور هم‌زمان توپولوژی و شکل سازه‌های پیوسته‌ی دو بعدی را با استفاده از خطوط هم‌تراز طراحی می‌کند. توپولوژی و شکل طرح به یک الگوریتم تکرارشونده‌ای وابسته می‌باشند، که آن الگوریتم به‌طور مداوم موادی از ناحیه‌ی طراحی که وابسته به شکل و توزیع خطوط هم‌تراز با رفتار سازه‌ای مطلوب می‌باشند را به صورت بخشی از المان ناکارآمد (و نه کل المان ناکارآمد) حذف یا اضافه می‌کند. در این پایان‌نامه دو اصلاح نسبت به مدل اولیه‌ی الگوریتم ITD انجام شده است. نخست، به منظور اصلاحی در نحوه‌ی محاسبه‌ی مقادیر معیار طراحی در هر گره‌ی المان و برای داشتن توزیع مناسب‌تر و واقعی‌تر معیار، یک تابع وزنی به صورت نسبت مساحتی از المان که در داخل سازه است به کل مساحت المان استفاده شد، که به موجب آن تأثیر نوع المان‌های احاطه کننده‌ی گره با عامل مؤثری متناسب با کسر داخلی المان در نظر گرفته می‌شود. دوم، اصلاح مسیر عبور خطوط هم‌تراز از میان المان‌هایی با حالت‌های توپولوژیکالی ابهام‌انگیز و دوپهلوی موجود در جدول حالت‌های توپولوژیکالی المان‌ها با استفاده از رهیافت مجانب‌های تعیین کننده، که مسیر عبور خطوط هم‌تراز از داخل المان‌ها را بهبود می‌بخشد و به داشتن نمایش مرزی بهتر منجر می‌شود، همچنین باعث می‌شود که توپولوژی‌هایی با کسرهای حجمی میانه به توپولوژی‌هایی با کسرهای حجمی نهایی از طرح بهینه همگراتر شوند در این مطالعه تنش فون‌میزز به عنوان معیار طراحی در نظر گرفته شد و روش تحلیل المان محدود شبکه ثابت برای تحلیل سازه‌ای به‌کار برده شد. چندین مثال کلاسیک برای نشان دادن کارآیی الگوریتم ارائه می‌شود، که آن‌ها جواب‌های کیفیِ با

کانتورهای بسیار جزئی بدون نیاز به پردازش و تبدیل توپولوژی منتج به منظور به دست آوردن یک طرح نهائی را در دسترس قرار می‌دهند.

واژه‌های کلیدی:

طراحی توپولوژی و شکل، خطوط هم‌تراز، الگوریتم طراحی توپولوژی خطوط هم‌تراز، تحلیل المان محدود شبکه ثابت، حالت توپولوژیکالی.

مقدمه

بهینه‌سازی فرایندی برای بهتر کردن چیزی است. بهینه‌سازی یعنی تغییر دادن متغییرهای طراحی یک طرح به‌طوری که بهترین نتیجه برای تابع هدف آن طرح به‌دست آورده شود. بهینه‌سازی به معنای یافتن مقدار بهینه یک تابع در یک زمان قابل قبول است. به راحتی می‌توان نشان داد که هر نوع مسئله بهینه‌سازی را می‌توان در قالب یک مسئله کمینه‌سازی تعریف نمود.

در طراحی سازه‌ها، اجزاء تشکیل دهنده‌ی سازه وظیفه‌ی تحمل بارهای مؤثر و معمولاً انتقال نیرو به تکیه‌گاه‌ها را دارا می‌باشند. این اجزاء علاوه بر آن که باید ایمن و کارآمد باشند، در عین حال باید از کم‌ترین هزینه و به نوعی از کم‌ترین مقدار مصالح نیز برخوردار باشند. هدف اصلی از بهینه‌سازی سازه‌ای، کاهش هزینه‌های ساخت یک سازه است، به‌طوری که با وجود اقتصادی بودن طرح، از هیچ یک از قیود و ضوابط مهندسی نیز تجاوز نشود.

زمینه‌های بسیاری در مهندسی وجود دارد که از بهینه‌سازی استفاده می کنند. یکی از این زمینه‌ها، بهینه‌سازی سازه‌ای می‌باشد، که هدف آن پیدا کردن هم‌زمان سازه‌ایی با ارضای حداکثری قیود، شرایط دلخواه طراح و حداقل هزینه است. به عبارتی، بهینه‌سازی سازه‌ای در جستجوی به‌دست آوردن بهترین عملکرد برای یک سازه مفروض می‌باشد، به‌طوری که هم‌زمان قیدهای مختلفی از قبیل مقدار ماده‌ی مشخص نیز برای آن ارضا شوند. طرح سازه‌ای بهینه به علت منابع محدود ماده، اثر محیطی و رقابت تکنولوژیکی، که این‌ها همگی مستلزم سبک‌سازی وزن، هزینه پائین و سازه‌هایی با عملکرد بالا می‌باشند، روز به روز به‌طور فزاینده‌ای در حال

مهم‌تر شدن است. از آن‌جایی‌که در بهینه‌سازی سازه‌ها مهم‌ترین هدف کاهش وزن سازه‌ها در کنار حفظ سختی آن‌ها است، لذا برای رسیدن به این مهم، مطالعات و تحقیقات زیادی در مورد ابعاد اعضای تشکیل دهنده سازه، شکل مرز سازه و شکل فضاهای داخلی سازه صورت گرفته است. یکی از روش‌های پیشنهادی جهت کاهش وزن سازه، معرفی فضاهای خالی داخل سازه است، که امکان افزایش و یا کاهش این فضاهای خالی در روند بهینه‌سازی وجود دارد. این موضوع ایده اولیه شکل گیری شاخه بهینه‌سازی توپولوژی بوده است[۲۵].

بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ها یکی از زیر مجموعه‌های بهینه‌سازی سازه‌ای است که در آن به دنبال پیدا کردن بهترین توزیع ممکن مواد تشکیل دهنده سازه در دامنه طراحی هستیم به‌طوری که شرایط و نیازهای مختلفی به صورت هم‌زمان ارضاء شوند. مسائل بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ای از نظر نوع متغیرهای تصمیم[1] می‌توانند به دو دسته تقسیم شوند: (۱) بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های پیوسته، و (۲) بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های گسسته.

بهینه‌سازی طرح اولیه برای اولین بار به وسیله میشل[2] انجام داده شد [۱]، که خرپاهای از نظر استاتیکی معین را برای تعدادی از شرایط بارگذاری و تکیه‌گاهی مشخص بررسی کرد. این دسته از سازه‌ها می‌توانند تعداد نامحدودی از عضوهای سازه‌ای با طول متغیر و سطح مقطع ثابت که آن‌ها را از لحاظ کاربردهای مهندسی غیر عملی می‌سازد را در بر بگیرند. با این وجود، از نتایج آن‌ها می توان به عنوان یک قضاوت برای تایید یا ردّ طراحی‌ها استفاده کرد. به عبارتی، این سازه‌ها از لحاظ در دسترس قرار دادن توپولوژی‌های بهینه‌ی تحلیلی که می‌توانند به عنوان معیاری برای روش‌های بهینه‌سازی عددی به کار برده شوند، نمونه‌های ایده‌آلی هستند.

در سال ۱۹۶۰، موقعی‌که دیدگاه سازه‌ی زمینه[3] برای نخستین بار ارائه شد، بهینه‌سازی طرح اولیه به‌طور قابل ملاحظه‌ای بهبود بخشیده شد [۲]. در ابتدا، مسائل سازه‌ی زمینه با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی مستقیم (به عنوان مثال الگوریتم‌های برنامه‌ریزی ریاضی (MP)[4]) حل شدند. با این وجود، چنین الگوریتم‌هایی در حل کردن مسائل بهینه‌سازی بزرگ فاقد کارآیی هستند. در عوض، روش‌های بهینه‌سازی غیر مستقیم (به عنوان مثال الگوریتم‌های

1) Decision Variables
2) Michell
3) Ground structure approach
4) MP: Mathematical Programming

معیار بهینگی (OC)[1]، می‌توانند برای حل کردن مسائل واقع‌بینانه و تحقق‌گرا با ناحیه طراحی و تعداد متغییرهای طراحی بزرگ به کار برده شوند. معیار بهینگی در جایی‌که یک طرح به‌طور کامل تحت تنش[2] (FSD) با وزن کمینه خواسته می‌شود، شاید با تنش‌های سازه‌ای ارتباط داشته باشد [۳]. در مقایسه با الگوریتم‌های MP، روش‌های OC در بهینه‌سازی گسترده و وسیع کارآمد هستند، اما در انواع مختلف مسائل بهینه‌سازی عمومیت ندارند.

به‌طور کلی روش‌های بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ها می‌توانند به یکی از این دو نوع دسته‌بندی شوند: (۱) روش‌هایی با اساس و مبنای ریاضیات (روش‌های همگن‌سازی[3] و قانون توانی بین سختی و چگالی[4]) که غیر از جایی که نتایج به اندازه‌ی مش المان محدود وابسته هستند، معیارهای کلّی (از قبیل کامپلیئنس[5]) را بهینه می‌کنند [۹]، و (۲) روش‌های مبتنی بر رویه‌های ابتکاری[6] (از قبیل حذف کردن آهسته[7]، حذف کردن شدید[8]، بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ای[9]، بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ای افزودنی[10]، بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ای دوسویه[11]، انطباق معکوس[12] و موارد دیگر) که معیارهای محلی (از قبیل تنش) را در سطح المان محدود[13] بهینه می‌کنند. عمدتاً هر دو نوع به جای رفتار با سازه به صورت واحد و کامل با خواص در سطح المانی رفتار می‌کنند.

طراح می‌تواند بعد از پیدا کردن توپولوژی بهینه‌ی سازه با استفاده از بهینه‌سازی شکل و بهینه‌سازی اندازه، که شاخه‌های دیگر بهینه‌سازی سازه‌ای هستند، بهترین شکل و اندازه‌ی سازه را نیز به‌دست آورد.

1) OC: Optimality Criteria
2) FSD: Fully Stressed Design
3) Homogenisation
4) SIMP :Solid Isotropic Microstructure with Penalization
5) compliance
6) Heuristics
7) SK: Soft Kill
8) HK: Hard Kill
9) ESO: Evolutionary Structural Optimisation
10) AESO: Additive Evolutionary Structural Optimisation
11) BESO: Bidirectional ESO
12) RA: Reverse Adaptivity
13) Finite Element

در این پایان‌نامه یک الگوریتم تکاملی تکرارشونده به نام الگوریتم طراحی توپولوژی خطوط هم‌تراز ITD به منظور بهینه‌سازی سازه‌های پیوسته دو بعدی ارائه می‌شود. روش ITD یک فرایند تکرارشونده برای بهینه‌سازی هم‌زمان توپولوژی و شکل سازه است که مبتنی بر حذف تدریجی مصالحی با سطح تنش پایین، به‌طور جزئی و نه به‌طور کامل از داخل المان‌های ناکارآمد می‌باشد. که در نتیجه‌ی این حذف جزئی المان‌ها، مرز سازه‌ای همواری ایجاد می‌شود و از ایجاد مرز سازه‌ای ناهموار و دندانه‌دندانه‌ای اجتناب می‌شود. دو اصلاح برای این روش در این پایان‌نامه انجام شده است. مورد اول، اصلاح رابطه استفاده شده برای محاسبه مقدار معیار در گره‌ها و دیگری اصلاح مسیر عبور خطوط هم‌تراز از داخل المان‌هایی با حالت‌های توپولوژیکالی ابهام‌انگیز و دوپهلو است.

از لحاظ تئوری، کسی نمی‌تواند تضمیین کند که یک رَویه و روند تکاملی همیشه بهترین حل را ایجاد خواهد کرد. با این وجود، از آن‌جایی که از طریق فرایند تکاملی ITD، سازه‌ی منتج سریع به سمت شکل و توپولوژی بهینه‌اش تکامل می‌یابد، لذا این روش یک ابزار مفید و سودمند برای مهندسین و آرشیتکت‌هایی که در طول مرحله‌ی طراحی مفهومی پروژه به جستجو و کشف شکل‌ها و توپولوژی‌های سازه‌ای کارامد علاقه‌مند می‌باشند، را فراهم می‌آورد.

دربهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ها محاسبات و تحلیل توسط روش‌های المان محدود انجام داده می‌شوند، که در این پایان‌نامه برای انجام تحلیل سازه‌ای برای روش طراحی توپولوژی خطوط هم‌تراز ITD از شیوه‌ی تحلیل المان محدود شبکه ثابت استفاده می‌شود. از آن‌جایی که دامنه طراحی در تمام مسائل مورد بحث دراین تحقیق به شکل مستطیل است و مسائل از نوع تنش صفحه‌ای هستند بنابراین، از المان‌های مربعی چهار نقطه‌ای تنش صفحه‌ای استفاده می‌شود.

به منظور این پایان‌نامه برنامه‌ای به‌وسیله‌ی نرم‌افزار MATLAB برای حل مسائل عددی با الگوریتم ITD نوشته شد و چندین مثال کلاسیک برای نشان دادن تاثیر و کارآیی الگوریتم ارائه می‌شود.

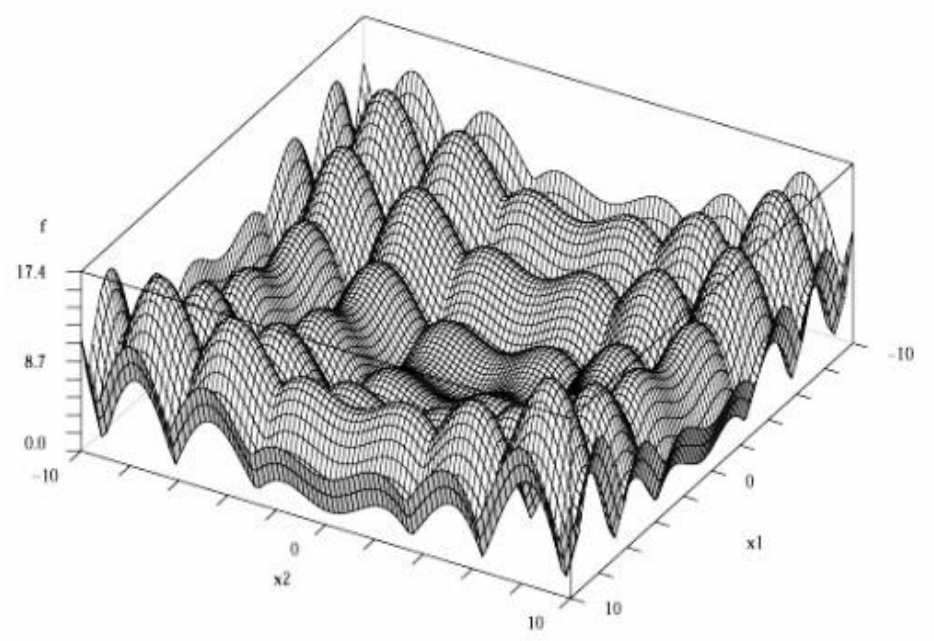
فصل اول

آشنایی با روش‌های بهینه‌سازی

به‌طور کلی روش‌های زیادی برای یافتن سازه‌ی بهینه ایجاد شده است، اما هر یک از آن‌ها مزایا و معایبی دارند. بعضی از آن‌ها مانند روش‌های بر پایه گرادیان (از قبیل روش معیار بهینگی (OC) [۴] و روش‌های قانون توانی بین سختی و چگالی[1] [۵]) نیاز به محاسبه مشتقات اول و دوم دارند، که این امر پیچیدگی حل مسئله را افزایش می‌دهد. همچنین، این الگوریتم‌ها قابلیت جستجو بر روی محیط‌های ناپیوسته را ندارند و گاهاً در بهینه‌های محلی[2] به دام می‌افتند و در مسائلی با بهینه‌های محلی فراوان (شکل ۱-۱)، احتمال همگرا شدن به بهینه‌های محلی زیاد است. در مقابل این روش‌ها، روش‌های تکاملی مانند الگوریتم ژنتیک[3] [۶]، الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت[4] [۷]، کولونی مورچه‌ها[5] [۸] و... وجود دارند که به محاسبات زیادی نیاز دارند. اما با پیشرفت کامپوترها و افزایش قدرت محاسباتی اقبال عمومی برای استفاده از روش‌های تکاملی افزایش یافته است. چراکه، اولاً این الگوریتم‌ها قابلیت جستجو بر روی محیط‌های ناپیوسته را دارند، ثانیاً چون تنها از مقادیر تابع استفاده می‌کنند و آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنند، بنابراین کاربرد بسیار آسانی دارند، که کاربرد آن‌ها نیز به نوع مسئله بستگی ندارد، و ثالثاً توانایی پیدا کردن اکسترمم‌های سراسری را نیز دارند. در آخر باید به این نکته اشاره شود که در مسائلی که هر دو روش توانایی حل آن‌ها را داشته باشند، پاسخ‌های به‌دست آمده از روش‌های بر پایه گرادیان سریع‌تر و دقیق‌تر هستند اما در بعضی مسائل به دلایل ذکر شده در بالا به هیچ وجه نمی‌توان از آن‌ها استفاده کرد و به این دلیل بررسی روش‌های تکاملی برای ما از اهمیت زیادی برخوردار است.

---

1) SIMP: Solid Isotropic Microstructure with Penalization
2) Local optimum
3) GA: Genetic Algorithm
4) SA: Simulated Annealing
6) AC: Ant Colony



شکل (۱-۱): نمونه‌ای از یک رویه با اکسترمم‌های محلی متعدد.

به‌طور کلی روش‌های بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ها می‌توانند به یکی از این دو نوع دسته‌بندی شوند: (۱) روش‌هایی با اساس و مبنای ریاضیات (روش‌های همگن‌سازی و قانون توانی بین سختی و چگالی) که غیر از جایی که نتایج به اندازه‌ی مش المان محدود وابسته هستند، معیارهای کلّی (از قبیل کامپلیئنس) را بهینه می‌کنند [۹]، و (۲) روش‌های مبتنی بر رویه‌های ابتکاری (از قبیل حذف کردن آهسته (SK)، حذف کردن شدید (HK)، بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ای (ESO)، بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ای افزودنی (AESO)، بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ای دوسویه (BESO)، انطباق معکوس (RA) و موارد دیگر) که معیارهای محلی (از قبیل تنش) را در سطح المان محدود(FE) بهینه می‌کنند. عمدتاً هر دو نوع به جای رفتار با سازه به صورت واحد و کامل با خواص در سطح المانی رفتار می‌کنند.

در روش همگن‌سازی [۱۰]، ناحیه طراحی به تعداد محدودی از سلول‌ها تقسیم می‌شود، که هر سلول می‌تواند میکروسازه خاص خود را دارا باشد. معایب این روش عبارت هستند از: (الف) شاید روش به یک بهینه محلی همگرا شود، و (ب) یک مرحله پس‌پردازش جریمه برای تبدیل کردن میکروسازه منفرد به یک حل پیوسته‌ی یکپارچه لازم و ضروری است (که شاید به‌طور فیزیکی معنی‌دار نباشد).