دانشگاه صنعتی امیرکبیر

بررسی ارتعاشات آزاد تیرهای چندلایه کامپوزیتی و ساندویچی خمیده

ارائه شده برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

توسط:

فرزاد صدر

استاد راهنما:

دکتر مجتبی صدیقی

استاد مشاور:

دکتر شهریار فریبرز

دانشکده مهندسی مکانیک

1386

شماره :
تاریخ :

فرم اطلاعات پایان‌نامه
کارشناسی ارشد

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

مشخصات دانشجو

نام و نام خانوادگی : فرزاد صدر دانشجوروزانه

شماره دانشجویی : ۸۴۱۲۶۰۳۳ دانشکده : مهندسی مکانیک رشته تحصیل ی : طراحی کاربردی

نام و نام خانوادگی استاد راهنما / استادان راهنما: دکترمجتبی صدیقی

عنوان به فارسی : بررسی ارتعاشات آزاد تیرهای چندلایه کامپوزیتی و ساندویچی خمیده

عنوان به انگلیسی : Free Vibration of Curved Composite and Sandwich Beams

نوع پروژه : کاربردی بنیاد☐ ی توسعه ■ ای نظر ☐ ی

تاریخ شروع : ۸۵/۷/۱ تاریخ خاتمه : ۸۶/۸/۲۶ تعداد واحد : 6

سازمان تأمین کننده اعتبار : معاونت پژوهشی دانشگاه صنعتی امیرکبیر

واژه های کلیدی به فارسی : تیر ساندویچی-خمیده-کامپوزیتی-ارتعاش آزاد-تئوری مرتبه بالا-تکیه گاه الاستیک

واژه های کلیدی به انگلیسی : Curved-Sandwich Beam-Composite-Free Vibration- Higher-Order Theory-Winkler Elastic Foundation

---

نظرها و پیشنهادها به منظور بهبود فعالیت‌های پژوهشی دانشگاه :

استاد راهنما / استادان راهنما دکترمجتبی صدیقی

دانشجو : فرزاد صدر امضا استاد راهنما : تاریخ :

نسخه ۱) معاونت پژوهشی
نسخه ۲) کتابخانه و به انضمام دو جلد پایان نامه به منظور تصفیه حساب با کتابخانه و مرکز اسناد و مدارک علمی

بدینوسیله از زحمات استاد راهنما آقای دکتر مجتبی صدیقی و استاد مشاور دکتر شهریار فریبرز برای ارائه راهنمائیهای ارزنده در طول انجام این پایان نامه قدرانی می نمایم. از اعضاء خانواده نیز که در طول این مدت با صبر و تحمل مشکلات را پذیرا بودند کمال تشکر را دارم.

«تقدیم به پدر، مادر و برادر عزیزم»

اعلان منحصر بفرد بودن پایان نامه

بدینوسیله اعلان می گردد که مطالب مندرج در این پایان نامه تا کنون برای دریافت هیچ نوع مدرکی توسط اینجانب و فرد دیگری ارائه نشده است.

فرزاد صدر

امضاء

چکیده

مدلهای مختلفی برای بررسی ارتعاشات آزاد تیرهای ساندویچی خمیده ارائه گردیده که تأثیر تراکم پذیری عرضی هستهٔ سازهٔ ساندویچی را نیز در نظر می گیرند. درتمامی این مدلها پوسته های تیر ساندویچی بصورت تیرهای نازک (کامپوزیتی چندلایه و یا ایزوتروپ) در نظر گرفته می شوند که کاملاً به هسته متصل می باشند. معادلات حرکت و شرایط مرزی برای هر مدل، بدون اعمال فرض محدود کننده برای تغییر مکان هسته و با استفاده از اصل همیلتون بدست آمده و سپس برای استخراج فرکانسها و مدهای طبیعی بازنویسی گردیده اند. این معادلات برای تکیه گاههای گیردار و ساده حل شده و روش حل بهمراه فرم نهایی معادلات در هر حالت ارائه شده است. ابتدا با صرفنظر کردن از تأثیر تغییر شکل برشی در پوسته ها و استفاده از تئوری مرتبه بالای تیر ساندویچی مقادیر فرکانس طبیعی محاسبه شده و سپس با استفاده از مدلهای جدیدی که بر اساس تئوریهای تغییر شکل برشی مرتبه اول و سوم استوارند، میزان تأثیر تغییر شکلها و تنشهای برشی و نسبت لاغری پوسته ها در فرکانسهای طبیعی بررسی گردیده است.

با ارائهٔ مدل سادهٔ تیر بر روی تکیه گاه الاستیک و ارائه رابطهٔ تحلیلی برای ضریب فنریت تکیه گاه، روش جدیدی برای حل مسائل بهینه سازی تیر ساندویچی خمیده و نیز بررسی ضربه کم سرعت روی تیر های ساندویچی پیشنهاد گردیده است. نتایج حاصل از این مدلها با حلهای دقیق موجود برای برخی حالتهای حدی و همچنین با حل المان محدود سه بعدی نرم افزار ABAQUS مقایسه شده اند. همچنین تأثیر پارامترهای مختلف بر پاسخ سیستم بررسی شده و بصورت نمودار برای مودهای طبیعی مختلف ارائه گردیده است.

واژه های کلیدی: خمیده (Curved)، تیر ساندویچی (Sandwich Beam)، کامپوزیتی (Composite)، ارتعاش آزاد (Free Vibration)، تئوری مرتبه بالا (Higher-Order Theory)

فهرست علائم[1]

w_i, u_{0i}	تغییر مکان محیطی و شعاعی پوسته ها
β_i	تغییر مکان دورانی پوسته ها
w_c, u_c	تغییر مکان محیطی و شعاعی هسته
R	شعاع انحناء سطح میانی تیر
r_i	شعاع انحناء سطح میانی پوسته ها
r_{bc}, r_{tc}	شعاع انحناء مرز هسته با پوسته بالا و پائین
α_0	زاویه رأس تیر خمیده
d_i	ضخامت پوسته ها
t_c	ضخامت هسته
ϕ	زاویه در مختصات مماسی روی قوس تیر
z	مؤلفهٔ نرمال مختصات مماس بر قوس تیر
M_i, N_i	منتجه نیرو و ممان تنش محیطی پوسته ها
P_i	منتجه نیروی مرتبه بالای پوسته ها (TSDT)
Q_i	منتجه نیروی تنش برشی عرضی پوسته ها
R_i	منتجه مرتبه بالای تنش برشی عرضی پوسته ها (TSDT)
K_s	ضریب تصحیح برشی (FSDT)
ρ_i	دانسیته پوسته ها
ρ_c	دانسیته هسته

A^i	ماتریس سختی کششی کامپوزیتی پوسته ها
B^i	ماتریس سختی کوپلینگ کشش- خمش کامپوزیتی در پوسته ها
D^i	ماتریس سختی خمشی کامپوزیتی پوسته ها
E^i F^i H^i	ماتریسهای سختی مرتبه بالای کامپوزیت در پوسته ها (TSDT)
I_{ni}	ممان اینرسی جرمی مرتبه n اُم پوسته ها
J_i	ممان اینرسی جرمی درجه دوم قطبی در پوسته ها (HOST)
J'_{ni}	ممان اینرسی جرمی درجه n اُم قطبی در پوسته ها (FSDT و TSDT)
$\tilde{K}$	اپراتور دیفرانسیل ماتریسی سختی
$\tilde{M}$	اپراتور دیفرانسیل ماتریسی جرم

[1] در کمیتهای دارای اندیس i، $i = t$ پارامترهای پوستهٔ بالا و $i = b$ پارامترهای پوستهٔ پائین تیر را مشخص می سازند.

اعلان منحصر بفرد بودن پایان نامه.....ج

چکیده.....د

فهرست علائم.....ه

مقدمه.....1

1 - تئوری مرتبه بالای تیر ساندویچی خمیده.....8

1-1 - روابط هندسی.....10

1-2 - روابط پیوستگی.....16

1-3 - روابط ساختاری.....16

1-4 - معادلات حرکت.....18

1-5 - معادلات دیفرانسیل تغییر مکان هسته.....29

1-6 - معادلات حرکت در فرم ماتریسی.....32

2 - تئوری برشی مرتبه اول تیر ساندویچی خمیده.....40

2-1 - روابط هندسی.....40

2-2 - روابط پیوستگی.....41

2-3 - روابط ساختاری.....42

2-4 - معادلات حرکت.....45

2-5 - حل معادله دیفرانسیل تغییر مکان هسته.....51

2-6 - معادلات حرکت در فرم ماتریسی.....51

3 - تئوری برشی مرتبه سوم تیر ساندویچی خمیده.....57

3-1 - روابط هندسی.....58

3-2 - روابط پیوستگی.....60

3-3 - روابط ساختاری.....60

3-4 - معادلات حرکت.....62

3-5 - حل معادله دیفرانسیل تغییر مکان هسته.....69

3-6 - معادلات حرکت در فرم ماتریسی 70

4 - مدل تیر بر روی تکیه گاه الاستیک 79

4-1 - تکیه گاه الاستیک PASTERNAK 79

4-2 - تکیه گاه WINKLER 86

5 - معادلات حرکت برای شرایط تکیه گاهی گوناگون 90

5-1 - مروری بر روشهای حل 90

5-1-1 - روش مدهای پیش فرض *90*

5-1-2 - روش Galerkin *92*

5-2 - تکیه گاه ساده 96

5-2-1 - تئوری مرتبه بالای ساندویچی *96*

5-2-2 - تئوری برشی مرتبه اول *99*

5-2-3 - تئوری برشی مرتبه سوم *100*

5-3 - تکیه گاه گیردار 106

5-3-1 - تئوری مرتبه بالای ساندویچی *106*

5-3-2 - تئوری برشی مرتبه اول *107*

5-3-3 - تئوری برشی مرتبه سوم *108*

6 - نتایج عددی 111

6-1 - مدل المان محدود 111

6-2 - مودهای طبیعی تیر ساندویچی خمیده 112

6-3 - مقایسه با نتایج موجود 115

6-4 - تأثیر تنش برشی پوسته ها 119

6-5 - بررسی تأثیر پارامترها 123

6-5-1 - پارامترهای هندسی *124*

6-5-2 - پارامترهای مکانیکی..... 125

6-5-3 - پارامترهای خاص پوسته های کامپوزیتی..... 129

6-6 - مدل تکیه گاه الاستیک..... 131

7 - نتیجه گیری و پیشنهادات 134

7-1 - جمع بندی نتایج 134

7-2 - پیشنهاد برای کارهای آتی 136

منابع و مراجع 138

مقدمه

با توجه به گسترش روز افزون کاربرد سازه های ساندویچی در وسایل نقلیهٔ پر سرعت و صنایع هوافضایی، نیاز به مدلهای تئوری مناسب و جامع برای بررسی رفتار دینامیکی و مدهای طبیعی این سازه ها دیده می شود. در سالهای اخیر مدلهای متفاوتی برای بررسی رفتار استاتیکی و دینامیکی سازه های ساندویچی ارائه شده که مرور کاملی بر این روشها در کتب ویژهٔ سازه های ساندویچی موجود می باشد [1-3]. تئوری غیر خطی ورقهای و پوسته های ساندویچی در حالت استاتیکی با استفاده از اصل همیلتون (تغییر مکان مجازی) بدست آمده [4] و برای بررسی کمانش و رفتار پس از کمانش ورقهای ساندویچی مورد استفاده قرار گرفته است [5]. در این مدل، پوسته های پانل ساندویچی، نازک، فلزی (ایزوتروپ) و تابع فرضیات کیرشهف بوده و پوسته ها و هسته در جهت عرضی *تراکم ناپذیر* فرض می شوند. با صرفنظر کردن از ترمهای غیرخطی، برای بررسی تغییر شکل خمشی پانلهای خمیده ساندویچی از سه روش تئوری عمومی پوسته ها [1]، پوسته های کم عمق [2] و ورقهای خمیده استفاده شده و نتایج آنها برای تیر تحت فشار یکنواخت با هم مقایسه گردیده است [6]. با استفاده از حل تابع تنش ایری در مختصات قطبی، توزیع تنشهای شعاعی و محیطی در دو حالت تنش و کرنش صفحه ای برای تیر ساندویچی خمیده بدست آمده است [7]. با استفاده از روابط سینماتیکی غیرخطی von-Karman مسألهٔ خمش با تغییر مکانهای بزرگ برای ورقهای کامپوزیتی و ساندویچی با لایهٔ پیزوالکتریک توسط Kim مورد مطالعه قرار گرفت [8]. تغییر شکل و تنشهای عرضی سازه های ساندویچی بر اساس تئوری پوسته های کامپوزیتی با استفاده از روشهای عددی مورد بررسی قرار گرفته و اثر پارامترهای هر تئوری مطالعه گردید [9,10]. مدل دیگری نیز برای محاسبهٔ تغییر مکان ورقهای ساندویچی بر پایهٔ تئوری Mindlin برای ورقها ارائه شده است [11].

[1] General Shell Theory
[2] Shallow Shell Theory

روشهایی که در بالا اختصاراً به آنها اشاره شد، دارای یک وجه مشترک می باشند که در تمامی آنها هستهٔ سازه نیز تابع همان فرضیات انجام شده برای پوسته های آن بوده و این مدلها توانایی محاسبهٔ دقیق اثرات تغییر شکلهای موضعی در هستهٔ تیر را دارا نمی باشند. کاملترین مدل برای بررسی رفتار سازه های ساندویچی با هسته های تراکم پذیر عرضی توسط Frostig ارائه شده است [12-26] که توانایی حل مسائل خمش، کمانش و رفتار پس از کمانش را برای سازه های ساندویچی معمولی و دارای عیوب موضعی (جدا شدگی پوسته ها و هسته) را دارا بوده و *تئوری مرتبه بالای سازه های ساندویچی* [1] یا اختصاراً HOST نام گرفته است. منشأ این نامگذاری به فرضیات انجام شده در این تئوری باز می گردد که توابع تغییر مکان و کرنشهای پوسته ها و هستهٔ سازهٔ ساندویچی با یکدیگر متفاوت بوده و هسته دارای تغییر مکان عرضی نیز می باشد. پوسته ها بصورت پانلها یا تیرهای نازک فرض می شوند که از فرضیات تئوری کلاسیک پوسته ها پیروی می نمایند. هستهٔ سازه نیز بصورت یک محیط الاستیک تحت تنش برشی عرضی و تنش نرمال (و تنشهای صفحه ای برای پانلها) فرض می گردد.

رفتار دینامیکی تیرها و پانلهای ساندویچی توسط محققان بسیاری مورد مطالعه قرار گرفته است. در بررسی رفتار دینامیکی سازه های ساندویچی، غالباً از مدلهایی که بر پایهٔ تئوریها و روشهای ارائه شده برای سازه های کامپوزیتی چندلایه استوارند استفاده می شود [27-29]. برای بررسی ارتعاشات آزاد سازه های ساندویچی از هر دو مدل تئوری کلاسیک و تئوری تغییر شکل برشی ورقها استفاده شده است [30-32]. در تمامی این مطالعات، این حقیقت که اولین فرکانس طبیعی تیر ساندویچی مربوط به مد طبیعی خمشی می باشد، مشترک است. مود طبیعی اول به دلیل اهمیت بیشتر آن مورد مطالعات بسیاری قرار گرفته [33-36] و اغلب بعنوان معیاری برای مقایسهٔ دقت روشها و تئوریهای گوناگون بکار می رود.

اما تیر ساندویچی دارای مدهای طبیعی دیگری نیز می باشد که از تغییر فرم برشی هسته و

[1] Higher-Order Sandwich Theory (HOST)

تراکم پذیری آن ناشی می شوند. نیلسون [1] [37] با استفاده از تحلیل المان محدود و بررسی انتشار امواج صوتی (بر اساس تئوری الاستیسیته سه بعدی) در طول ورقهای ساندویچی بینهایت، به ماهیت این مدها اشاره نموده و سپس نتیجه گرفته است که در یک تیر ساندویچی (تئوری کلاسیک) چهار شکل مد طبیعی مجزا می توان مشخص نمود که برای مشاهدهٔ همهٔ این مدها می بایستی تراکم پذیری هسته در مدل تئوری لحاظ گردد.

بنابراین برای مطالعه همه مودهای طبیعی تیر ساندویچی نمی توان از این تئوریهای موجود سازه های کامپوزیتی استفاده نمود زیرا در این مدلها (حتی تئوریهای برشی مرتبه بالا) تراکم پذیری هسته در نظر گرفته نشده و هستهٔ تیر بصورت یک لایهٔ معمولی از تیر کامپوزیت چندلایه و تنها با مشخصات مکانیکی متفاوت فرض می گردد. تحلیلهای المان محدود متدوال نیز نمی تواند برای بررسی کامل همه مدهای ارتعاشی مورد استفاده قرار گیرد زیرا مدل تیر را بصورت یک کامپوزیت چندلایه فرض کرده و از تراکم پذیری عرضی هسته صرفنظر می نمایند. همچنین بررسی اثر پارامترهای هندسی و مکانیکی بر فرکانسهای طبیعی تیر ساندویچی در تحلیل المان محدود نیازمند انجام حجم بالایی از محاسبات و لذا صرف زمان بسیار زیادی می باشد.

مقالات معدودی با در نظر گرفتن اثر تراکم پذیری هستهٔ تیر، به بررسی رفتار دینامیکی تیرهای ساندویچی پرداخته اند. ارتعاش آزاد تیر ساندویچی خمیده با هسته تراکم پذیر با فرضیات تئوری کلاسیک برای پوسته های تیر، مورد مطالعه قرار گرفته [38] اما نتایج ارائه شده در آن فاقد دقت کافی بوده و تنها قابل استفاده برای تیرهای ساندویچی خمیده با پوسته های ایزوتروپ و تکیه گاه ساده می باشد. در ادامهٔ همین کار، با در نظر گرفتن اثر تنش محیطی در هسته تیر، مدل دیگری ارائه شد [39] که برای حل معادلات حرکت، محدودیت تغییر مکان خطی برای هسته تیر را به مدل قبلی اضافه نمود و حل تیر با تکیه گاه گیردار نیز ارائه گردید. لازم بذکر است که دقت جوابهای هر دو مدل مذکور، بدلیل صرفنظر کردن از تنشهای برشی در پوسته ها، تنها برای تیرهایی با نسبت طول

[1] Nilsson

به ضخامت (نسبت لاغری) بالا قابل قبول می باشد که این شرط بصورت یکی از فرضیات اولیهٔ این مدلها مطرح گردیده است.

در سالهای اخیر سازه های ساندویچی با پوسته های ضخیم که عمدتاً بصورت کامپوزیتهای چندلایه با لایه محافظ کربنی می باشند به وفور در صنایع هوافضایی و نظامی مورد استفاده قرار می گیرند. بنابراین استفاده از تئوریهای تغییر شکل برشی کامپوزیتها برای سازه های ساندویچی نیز رو به افزایش بوده و مدلهای متفاوتی برای توزیع تغییر مکانها در اینگونه سازه ها ارائه گردیده است. علاوه بر این، با توجه به اینکه در سازه های ساندویچی متداول که حصول نسبت استحکام به وزن بالا مورد نظر است، عموماً از پوسته های کامپوزیتی چندلایه استفاده می شود، ارائهٔ روشهایی که امکان بررسی رفتار دینامیکی سازه ساندویچی با پوسته های کامپوزیتی را با دقت بالا فراهم می سازند، امری اجتناب ناپذیر به نظر می رسد. کانت [1] [40] فرمهای مختلفی از تئوریهای برشی مرتبه بالا را برای بررسی ارتعاشات آزاد ورقهای کامپوزیتی و ساندویچی بکار گرفت و میزان تأثیر ترمهای درجه بالا را در دقت جوابها بررسی نمود. کار مشابهی برای بهبود نتایج تئوریهای برشی مرتبه اول و دوم ورقهای ساندویچی و کامپوزیتی، با ایجاد تغییراتی در فرمولاسیون آنها [41] در سال 2007 انجام شد. با استفاده از بسط سری توابع تغییر مکان در جهت ضخامت، مدل جدیدی ارائه شد [42] که بدلیل انعطاف پذیری بالای آن، دقت بیشتری نسبت به تئوریهای برشی مرتبه بالای متداول داشت. با استفاده از تئوری برشی مرتبه سوم Reddy نیز روشهای *عددی* مختلفی برای بررسی ارتعاشات آزاد سازه های ساندویچی معرفی گردیده است [43,44].

نظر به اینکه مقالات موجود در زمینه تیرهای خمیده ساندویچی بسیار اندک می باشد، در این پایان نامه سعی شده است تا ابتدا مدل کاملی با در نظر گرفتن اثر تغییر شکل برشی و قابل استفاده برای پوسته های کامپوزیتی برای مطالعهٔ رفتار دینامیکی تیرهای خمیده ساندویچی با هسته تراکم- پذیر ارائه گردد. در این مدل از هرگونه فرض محدود کننده ای برای تغییر مکانهای هسته

[1] Kant, T.

اجتناب شده و همچنین نشان داده می شود که در نظر گرفتن تنش محیطی در هسته تأثیر چندانی در مقدار فرکانسهای طبیعی تیر ندارد. سپس روش ساده ای بر اساس مدل تیر روی تکیه گاه الاستیک برای پیش بینی فرکانس طبیعی اول ارائه می شود که با حجم محاسبات بسیار کم دارای دقت مناسبی می باشد.

در فصل اول با استفاده از فرضیات تئوری HOST و روابط هندسی پوسته های خمیده، روابط سینماتیکی و ساختاری تیر ساندویچی خمیده بدست می آید. پوسته های تیر بصورت تیرهای کامپوزیتی چندلایه خمیده فرض شده و با استفاده از اصل همیلتون معادلات حرکت و شرایط مرزی استخراج می گردند. با توجه به فرضیات انجام شده در این بخش، معادلات حرکت هسته از سایر معادلات جدا شده و با حل این معادلات، تغییر مکانهای مجهول هسته بر حسب توابع تغییر مکان پوسته ها و تابع مجهول جدید τ بدست آمده و از معادلات حذف می گردند. نهایتاً معادلات حرکت بصورت ماتریسی بازنویسی شده و ماتریسهای سختی و جرم داده شده است.

در فصل دوم برای افزودن اثر تنش برشی عرضی پوسته ها به مدل قبلی، فرضیات تئوری برشی مرتبه اول کامپوزتها برای پوسته ها در نظر گرفته شده و روابط سینماتیکی و ساختاری مجدداً با فرضیات جدید بدست می آیند. رابطهٔ تحلیلی محاسبهٔ ضریب تصحیح برشی در حالت استاتیکی برای تیرهای کامپوزیتی در حالت کلی از مرجع [49] آورده شده و برای پوسته های ایزوتروپ از مقدار 5/6 استفاده گردیده است.

مقدار ضرائب تصحیح برشی برای حالت دینامیکی بصورت تحلیلی قابل محاسبه نبوده و معمولاً از همان مقادیر حالت استاتیکی استفاده می شود. در فصل سوم به منظور بررسی خطای استفاده از ضرائب تصحیح استاتیکی در مدل ارتعاشی تیر و نیز امکان استفاده از ضرائب برشی تیرهای کامپوزیتی مستقیم در تیر ساندویچی خمیده، مدل جدیدی بر اساس تئوری برشی مرتبه سوم ارائه گردیده که نتایج آن به حل دقیق نزدیکتر می باشد. به کمک نتایج این دو مدل می توان مقدار

صحیح ضریب تصحیح برشی در تئوری فصل دوم را آزمایش نمود. در این فصل نیز با استفاده از فرضیات تئوری برشی مرتبه سوم، روابط سینماتیکی و ساختاری بدست آمده و مشابه فصلهای قبل معادلات حرکت و شرایط مرزی بدست می آیند.

در تمامی مدلهای فوق محاسبهٔ فرکانسهای طبیعی نیازمند حل مسألهٔ مقدار ویژه حاصل از هر مدل (و حذف معادلهٔ استاتیکی آخر) می باشد. همچنین در مدلهای ضربه کم سرعت روی سازه های ساندویچی (به ویژه تیرها) غالباً از مدل تکیه گاه الاستیک استفاده می گردد [45,46]. با توجه به اینکه تحلیل ارتعاش آزاد سازه بخشی از آزمایشات ضربه کم سرعت محسوب می گردد و اهمیت ویژهٔ فرکانس طبیعی اول در طراحی دینامیکی سازه ها، مدل تیر بر روی تکیه گاه الاستیک در فصل چهارم به گونه ای ارائه شده است که با حل یک معادلهٔ درجه دوم می توان فرکانس طبیعی اول تیر ساندویچی خمیده را با دقت مناسبی محاسبه نمود. علاوه بر این در این مدل برای محاسبهٔ ضریب فنریت تکیه گاه تیر خمیده، یک *رابطهٔ تحلیلی* داده شده است. از این تئوری می توان برای کاربردهای بهینه سازی نیز استفاده نمود، بدین ترتیب که با تغییر پارمترهای طراحی مقدار فرکانس طبیعی اول براحتی قابل پیش بینی می باشد.

در فصل پنجم روش حل مسألهٔ مقدار ویژه حاصل از هر مدل برای تکیه گاه ساده و گیردار شرح داده شده و فرم نهایی ماتریسهای سختی و جرم (در صورت امکان) مشخص گردیده است.

فصل ششم ابتدا به بیان ماهیت مودهای طبیعی تیرهای ساندویچی خمیده پرداخته و پدیدهٔ تداخل مودهای طبیعی را شرح می دهد. سپس با استفاده از نتایج تئوری موجود، حل المان محدود و برخی حالتهای حدی تیر ساندویچی دقت فرکانسهای طبیعی بدست آمده از مدلهای تئوری مرتبه بالا و تغییر شکل برشی مرتبه اول و سوم مورد بررسی قرار می گیرد. در پایان نیز تأثیر پارامترهای هندسی از جمله ضخامت پوسته ها، طول و شعاع انحناء تیر و نیز پارامترهای مکانیکی اجزاء تیر بر فرکانسهای طبیعی بررسی شده و در برخی موارد به اختلاف نتایج مدلهای مذکور اشاره گردیده است.

فصل اول

1

تئوری مرتبه بالای تیر ساندویچی خمیده

1.1 - روابط هندسی

1.2 - روابط پیوستگی

1.3 - روابط ساختاری

1.4 - معادلات حرکت

1.5 - معادلات دیفرانسیل تغییر مکان هسته

1.6 - معادلات حرکت در فرم ماتریسی

1 -تئوری مرتبه بالای تیر ساندویچی خمیده

به منظور بررسی سازه های ساندویچی که از دو پوستهٔ نسبتاً نازک و یک هستهٔ سبک و ضخیم تشکیل شده اند، بطور معمول از تئوری مرتبهٔ بالای ساندویچها (HOST) استفاده می شود. در این تئوری برای پوسته ها و هسته، توابع تغییر مکان متفاوتی در نظر گرفته می شود (که این امر منشأ نامگذاری این تئوری نیز می باشد). فرضیات مورد استفاده برای هسته و پوسته های تیر ساندویچی خمیده عبارتند از [23]:

- ضخامت پوسته ها (که می تواند با هم متفاوت باشد) در مقایسه با طول و شعاع انحناء تیر کوچک هستند. ($d_i \ll R$)
- پوسته ها بصورت تیرهای نازکی فرض می شوند که از فرضیات تئوری کلاسیک (تیر اولر – برنولی) پیروی می کنند.
- هسته تیر کاملاً به پوسته ها متصل می باشد.
- روابط سینماتیکی مورد استفاده در هسته و پوسته ها، روابط مربوط به تغییر مکانهای کوچک بوده و لذا خطی می باشند.

علاوه بر این فرض می کنیم که هستهٔ تیر تحت تنش شعاعی و تنش برشی عرضی بوده و از تنش محیطی در هسته بدلیل استحکام ناچیز آن در مقایسه با پوسته ها صرفنظر می گردد. در

توضیح این فرض لازم بذکر است که در سازه های ساندویچی متداول، برای هسته از مواد بسیار سبک مانند فومها یا لایه های *لانه زنبوری*[1] استفاده می شود که در راستای محیطی دارای استحکام بسیار کمی هستند که در مقایسه با مقاومت صفحه ای پوسته ها که عموماً از مواد فلزی یا کامپوزیتی هستند قابل صرفنظر می باشد. در مورد لایه های لانه زنبوری، مقاومت صفحه ای بدلیل ساختار سلولی خاص آن، صفر بوده و در مورد فومهای متداول نیز مدول الاستیک آنها از مرتبهٔ بزرگی 10^{-3} برابر مدول الاستیک پوسته ها است، اما چون ضخامت هسته بسیار بزرگتر از پوسته ها است، لذا انتظار می رود که خطای ناشی از حذف تنش محیطی در هسته ناچیز باشد. در بخش نتایج نشان داده شده است که این خطا در عمل نیز قابل صرفنظر می باشد.

همانطور که در مقدمه نیز اشاره شد، پوسته های تیر از فرضیات تئوری کلاسیک تیرهای کامپوزیتی چندلایه (تیر اولر- برنولی در حالت ایزوتروپ) پیروی می نمایند که عبارتند از:

- خطوط مستقیم نرمال بر سطح میانی (خطوط نرمال عرضی) تیر، پس از تغییر شکل نیز مستقیم باقی می مانند.
- خطوط نرمال عرضی پس از تغییر شکل نیز عمود بر سطح میانی باقی می مانند.
- ضخامت تیر تغییر نمی نماید (از کرنش در جهت ضخامت صرفنظر می شود).
- تغییر مکانها و دورانها بسیار کوچک هستند[2].

با توجه به فرضیات بالا و اینکه در تیرها، تنشها تنها ناشی از خمش و تغییر شکل طولی هستند و از تنشهای جهت ضخامت صرفنظر می شود، تنها تنش محیطی $\sigma_{\phi\phi}$ در پوسته ها و تنشهای نرمال σ_{rr} و برشی $\tau_{r\phi}$ در هسته در معادلات وارد می شوند.

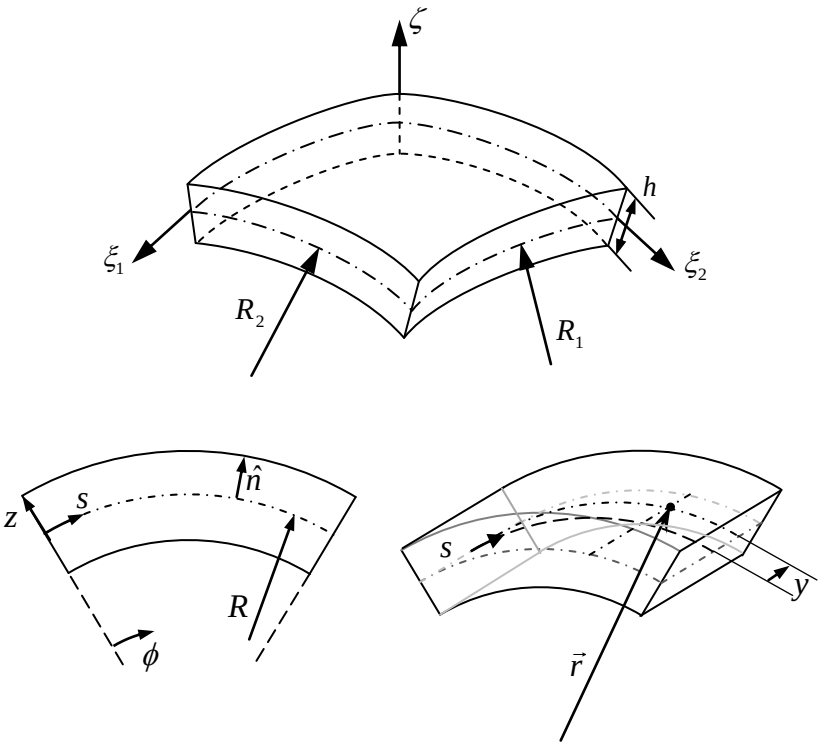
[1] Honeycomb
[2] Infinitesimal Deformations and Rotations

1-1 -روابط هندسی

برای بدست آوردن روابط هندسی از روابط تئوری پوسته ها استفاده می نمائیم [47]. بدین منظور با توجه به شکل (1-1)، پارامتر های زیر را معرفی می کنیم:

$$
\begin{aligned}
&R_1 = R = \text{const}, \quad \mathrm{R}_2 = \infty \\
&\mathbf{r} = R\,\mathbf{e}_\mathbf{r} + y\mathbf{e}_\mathbf{z} \\
&\xi_1 = s = R\phi, \quad \xi_2 = y\,, \quad \xi_3 = \zeta = z \\
&d\xi_1 = R d\phi, \quad d\xi_2 = dy
\end{aligned}
\qquad (1\text{-}1)
$$

که در آن $\mathbf{r}$ بردار موقعیت نقاط روی سطح میانی، R_1 و R_2 شعاعهای انحناء، ξ_1 و ξ_2 مختصات منحنی الخط روی سطح میانی و $\mathbf{e}_\mathbf{r}$ و $\mathbf{e}_\varphi$ بردارهای یکه در جهات شعاعی و محیطی می باشند.



شکل 1-1 – تعریف پارامترهای هندسی و جهتهای قراردادی سیستم مختصات منحنی الخط