بسْمِ اللّٰهِ الرّحمٰنِ الرّحيمِ

سپاسگزاری

سپاس و ستایش از او که هرچه دارم از محبت و عشق اوست. به کدامین زبان می‌توان او را سپاس گفت که همین زبان هم از اوست. بر خود لازم می‌دانم از تمامی کسانی که مرا در تهیه و تدوین این پایان‌نامه یاری رسانده‌اند، تشکر و قدردانی نمایم.

تشکر بی‌دریغ از پدر و مادرم که با چشمان و دستان پر مهر و محبتشان، زندگی را به من آموختند و همسفر زندگی‌ام که با شعله عشق به من درس صبر و استقامت آموخت و همه کسانی که از ابتدا تا به امروز مشوق من بوده‌اند.

سپاس ویژه از استاد فرهیخته و شایسته‌ام، جناب آقای دکتر حمیدرضا ملکی که در طول دوران انجام این پایان نامه با حسن اخلاق همیشگی‌شان در به سرانجام رساندن آن کمک شایانی کردند.

از استاد محترم، جناب آقای دکتر حاجی شعبانی که مشاورت این پروژه را به عهده داشتند نیز تشکر می‌نمایم.

از دیگر اساتید محترم گروه ریاضی دانشگاه صنعتی شیراز، جناب آقای دکتر فخارزاده جهرمی، خانم دکتر جاهدی، جناب آقای دکتر مهدی‌پور و جناب آقای دکتر حسام الدینی که در طول این دوره افتخار شاگردی و کسب دانش و معرفت را از ایشان داشتم، تشکر و قدردانی می‌نمایم.

چکیده

تصمیم‌گیری گروهی با رویکرد فازی

بوسیله‌ی:

صدیقه محبی

معمول‌ترین روش برای بحث و بررسی عدم‌قطعیت موجود در مسائل تصمیم‌گیری گروهی و چندشاخصه استفاده از نظریه مجموعه‌های فازی می‌باشد. درواقع این نظریه، زمینه‌ای را فراهم می‌آورد که به کمک آن می‌توان نحوه‌ی استدلال و تصمیم‌گیری‌های انسانی را مدل‌بندی ریاضی نمود و این مدل‌ها را در زمینه‌های گوناگون علوم و صنعت به کار گرفت. در این پایان‌نامه به بررسی روشی‌هایی از جمله روش ناکامورا، یوآن، لی و کائو برای حل مسائل تصمیم‌گیری گروهی چندشاخصه می‌پردازیم که در آن‌ها امکان بیان و ارائه‌ی عدم قطعیت مربوط به اطلاعات مورد استفاده در فرایند تصمیم‌گیری وجود دارد و بر همین اساس تصمیم‌گیرنده قادر به اولویت‌بندی و انتخاب گزینه‌ی برتر می‌باشد. درواقع این روش‌ها، راهی را برای مواجهه با ابهام و عدم‌قطعیت در مسائل تصمیم‌گیری فراهم می‌آورد. در این پایان‌نامه پس از بیان روش‌های مذکور، به معرفی روشی جدید بر پایه‌ی مفاهیم نقاط ایده‌آل مثبت و منفی برای حل مسائل تصمیم‌گیری گروهی چندشاخصه می‌پردازیم. با بیان مثال، کاربرد

روش جدید را نشان می‌دهیم. در پایان به بیان نتایج و پیشنهادات می‌پردازیم.

فهرست

عنوان | صفحه

فهرست جدولها

فهرست شکلها

فصل ۱

آشنایی با نظریه مجموعه‌های فازی

فصل اول

آشنایی با نظریه مجموعه‌های فازی

۱—۱ مقدمه

بشر در ارتباطات زبانی خود همواره کلمات و عباراتی را به‌کار گرفته است که مرزهای روشنی با هم نداشته‌اند. در ابهامات مربوط به این عبارات زبانی مرز میان وقایع در هم آمیخته است. همین ویژگی باعث می‌شود که نظریه‌ی احتمال برای تفسیر چنین ابهاماتی فاقد توانایی‌های لازم باشد. برای روشن شدن موضوع، عبارات " او زیباست" یا " قامتی همچون سرو" را در نظر بگیرید، با توجه به اینکه در این عبارات به میزان زیبایی و یا طول قد اشاره‌ای نمی‌کنیم، بنابراین این جملات مبهم هستند. با این وجود، هر یک از این جملات مفهوم قابل درکی را به شنونده منتقل می‌کنند. استفاده مکرر از چنین عباراتی در زندگی روزمره به یک عادت تبدیل شده‌است. بنابراین باید ابهام موجود در این جملات را شناخت، به طریقی سنجید و به کار گرفت. نظریه مجموعه‌های فازی[۱] ، نخستین بار توسط پروفسور لطفی عسگرزاده در سال ۱۹٦۵ ارائه شد. اگرچه این نظریه در سال ۱۹٦۵ مطرح شد ولی تا مدتها از طرف سایر دانشمندان با بی‌اعتنایی مواجه شد. به هر حال، نظریه فازی در طول زمان، طرفداران قابل توجهی پیدا کرد. در ابتدا به کندی ولی بعد با سرعتی بی‌نظیر رشد کرد و فراگیر

[۱] فازی در لغت به معنی مبهم، ناروشن و گنگ می‌باشد، البته برخی از نویسندگان اصطلاحات دیگری از قبیل شولا و مشکک را به عنوان جایگزین برای آن پیشنهاد نموده‌اند.

شد. پیش‌قدمی ژاپنی‌ها در به‌کارگیری منطق فازی در سیستم‌های کنترل کننده (از جمله در تجهیزات صنعتی، مترو، لوازم خانگی، چراغ راهنما و غیره) نقش مهمی در جلب توجه جهانیان و بویژه متخصصان و مهندسان غربی به این نظریه داشت. نظریه مجموعه‌های فازی را می توان شکل تعمیم یافته نظریه مجموعه‌های کلاسیک دانست.

یک مجموعه‌ی کلاسیک، گردایه‌ای از عناصر مشخص و معین (اعداد، نمادها، اشیا و غیره) است که در یک صفت یا ویژگی خوش تعریف اشتراک دارند. به همین دلیل، گاهی اوقات به چنین مجموعه‌هایی، مجموعه‌های قطعی می‌گویند. فرض کنید X یک مجموعه مرجع باشد. مجموعه‌ی کلاسیک A را می‌توان توسط تابع مشخصه χ_A به صورت زیر نشان داد:

$$\chi_A = \begin{cases} ۱, & x \in X, \\ ۰, & \text{در غیر این صورت.} \end{cases} \qquad (۱-۱)$$

در منطق کلاسیک، عضویت مفهومی محض برای یک مجموعه می‌باشد؛ یک عنصر یا متعلق به مجموعه است و یا متعلق به آن مجموعه نیست. اما عضویت در مجموعه‌های فازی می‌تواند مفهوم انعطاف پذیرتری داشته باشد. نقطه عزیمت به سوی مجموعه‌های فازی، تعمیم مجموعه مشخصه $\{۰, ۱\}$ به تمام اعداد موجود در بازه $[۰, ۱]$ است. هم‌جهت با توسیع مجموعه‌ی مشخصه، تابع عضویت را به عنوان تعمیم تابع مشخصه در نظر می‌گیریم. مقدار این تابع را برای عنصر x با $\mu_{\tilde{A}}(x)$ نمایش می‌دهیم؛ $\mu_{\tilde{A}}(x)$ میزان (درجه) عضویت عنصر x را در مجموعه فازی $\tilde{A}$ نشان می‌دهد. با توجه به رابطه $(۱-۱)$ می‌توان گفت که تابع عضویت، هر عضو از مجموعه‌ی مرجع X را به فاصله $[۰, ۱]$ می‌نگارد؛ یعنی:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) : X \to [۰, ۱]. \qquad (۲-۱)$$

تابع عضویت به طرز تفکر و نظرات شخص تصمیم‌گیرنده بستگی دارد. سوالی که غالباً هنگام

مطالعه‌ی مجموعه‌های فازی برای تصمیم‌گیرنده پیش می‌آید این است که " چگونه می‌توان تابع عضویت را بدست آورد ؟" تابع عضویت می‌تواند برداشت شخصی از یک عبارت ناخوش تعریف باشد؛ عباراتی نظیر: اعداد طبیعی نزدیک به عدد ۱۰، اشیا یک اتاق که عملکردی شبیه صندلی دارند، افراد قدبلند، بهبود مناسب، سود زیاد و نظایر آن. به طور کلی می‌توان گفت که تابع عضویت دلخواه و اختیاری نیست بلکه براساس کاربرد آن‌ها در شرایط مشخص و معین تعیین می‌گردد. لازم به ذکر است که خواننده جهت مطالعه بیشتر می‌تواند به مراجع [۶، ۱۰، ۲۰] مراجعه نماید.

آشنایی با نمادها و عملگرها در مطالعه اصول منطق فازی و کاربردهای آن مفید است. هدف ما در این فصل آشنایی با این قبیل مطالب است.

۱ — ۲ مفاهیم مقدماتی

در این بخش به منظور معرفی ابزارهای لازم جهت ارائه‌ی بحث در فصل‌های آتی، به بیان برخی از مفاهیم نظریه مجموعه‌های فازی، روابط و توابعی که مورد استفاده قرار خواهندگرفت، می‌پردازیم.

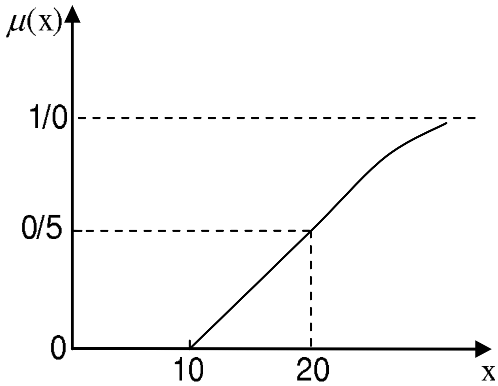
تعریف ۱.۱: فرض کنید X یک مجموعه مرجع دلخواه باشد، زیرمجموعه‌ی فازی $\tilde{A}$ از X که با تابع عضویت $\mu_{\tilde{A}}(x) : X \to [0, 1]$ تعریف می‌شود یک مجموعه از زوج‌های مرتب است، طوری که:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) |\; x \in X\}.$$

مثال ۲.۱: مجموعه‌ی اعداد حقیقی را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیرید. فرض کنید $\tilde{A}$ زیرمجموعه‌ی فازی از X شامل اعداد حقیقی کوچکتر از ۱۰ باشد. بر اساس نظرات

شخص تصمیم‌گیرنده ممکن است تابع عضویت متناظر با آن به صورت زیر تعریف شود:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} ۰, & x \leq ۱۰, \\ ۱ - (۱ + (۰/۱ \times (x - ۱۰)^{۲}))^{-۱}, & x > ۱۰. \end{cases}$$



شکل ۱—۱ نمودار مربوط به تابع عضویت مثال ۲.۱.

مثال ۳.۱: فرض کنید $X = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ٦, ۷, ۸\}$ مجموعه مرجع باشد. زیرمجموعه‌ی فازی $\tilde{B}$ شامل اعداد طبیعی کوچک می‌تواند به صورت زیر تعریف شود:

$$\tilde{B} = \{(۱, ۱), (۲, ۱), (۳, ۰/۷۵), (۴, ۰/۵), (۵, ۰/۳), (٦, ۰/۳), (۷, ۰/۱), (۸, ۰/۱)\}.$$

زوج $(۷, ۰/۱)$ نشان دهنده این است که عدد ۷ با درجه ۰/۱ متعلق به مجموعه $\tilde{B}$ است.

اگر مجموعه‌ی مرجع X گسسته باشد، آنگاه زیرمجموعه‌ی فازی $\tilde{A}$ را به صورت زیر نیز می‌توان نشان داد:

$$\tilde{A} = \sum_{x_i \in X} \mu_{\tilde{A}}(x_i)/x_i, \qquad (۱—۳)$$

علامت "$\sum$" در رابطه‌ی فوق، بیانگر اجتماع تمام عناصر زیرمجموعه‌ی فازی می‌باشد. علامت "/" تنها یک علامت جداکننده است. به عنوان تعمیمی از نمایش فوق در صورتی که

مجموعه مرجع پیوسته باشد، زیرمجموعه‌ی فازی $\tilde{A}$ به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\tilde{A}=\int_x \mu_{\tilde{A}}(x)/x, \qquad (۴-۱)$$

علامت $\int$ در رابطه فوق، بیانگر اجتماع تمام عناصر زیرمجموعه‌ی فازی است.

تذکر: در ادامه پایان‌نامه برای راحتی به جای عبارت " زیرمجموعه‌ی فازی" از عبارت "مجموعه‌ی فازی" استفاده می‌نمائیم.

مثال ۴.۱: مجموعه‌ی مرجع $X = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹\}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $\tilde{A}$ مجموعه‌ی فازی اعداد صحیح تقریباً مساوی با ۵ باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{A} = \{(۳, ۰/۴), (۴, ۰/۸), (۵, ۱), (۶, ۰/۸), (۷, ۰/۴)\},$$

در این صورت

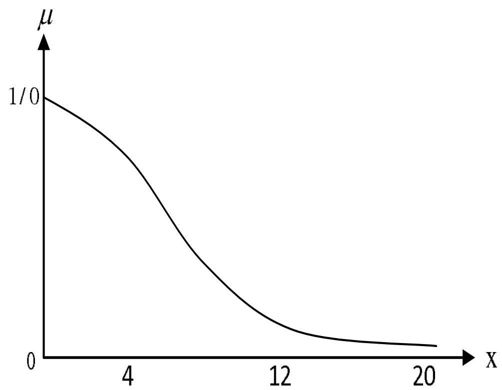
$$\tilde{A} = (۰/۴)/۳ + (۰/۸)/۴ + (۱)/۵ + (۰/۸)/۶ + (۰/۴)/۷.$$

مثال ۵.۱: فرض کنید مجموعه فازی $\tilde{B}$، مجموعه‌ی اعداد کوچک روی مجموعه اعداد حقیقی نامنفی با تابع عضویت پیوسته $\mu_{\tilde{B}}$ به صورت زیر تعریف شده‌باشد:

$$\mu_{\tilde{B}}(x) = \frac{۱}{۱ + (\frac{x}{۵})^{۳}}, \quad ۰ \leq x < \infty.$$

با استفاده از رابطه (۱-۴) خواهیم داشت:

$$\tilde{B} = \int_{x \geq ۰} \mu_{\tilde{B}}(x)/x = \int (\frac{۱}{۱ + (\frac{x}{۵})^{۳}})/x.$$



شکل ۱—۲ نمودار مربوط به تابع عضویت مجموعه‌ی اعداد کوچک (مثال ۵.۱).

تعریف ۶.۱: دو مجموعه فازی $\tilde{A}$ و $\tilde{B}$ را برابر گویند، اگر مقدار توابع عضویت آن‌ها در تمام نقاط مجموعه‌ی مرجع برابر باشند؛ به این معنی که به ازای هر $x \in X$، $\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x)$.

تعریف ۷.۱: $\tilde{A}$ زیرمجموعه‌ی فازی $\tilde{B}$ است اگر به ازای هر x متعلق به X داشته باشیم: $\mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{B}}(x)$.

تعریف ۸.۱: مجموعه فازی $\tilde{A}$، مجموعه‌ی تهی نامیده می‌شود اگر تابع عضویت آن در تمام نقاط مجموعه‌ی مرجع X، صفر باشد.

تعریف ۹.۱: بستار مجموعه عناصری از X که درجه عضویت آن‌ها در $\tilde{A}$ بزرگتر از صفر باشد، تکیه‌گاه مجموعه فازی $\tilde{A}$ را تشکیل می‌دهند که با $supp(\tilde{A})$ نمایش داده می‌شود؛ به عبارت دیگر: $supp(\tilde{A}) = \overline{\{x \in X | \mu_{\tilde{A}}(x) > ۰\}}$.

مثال ۱۰.۱: مجموعه مرجع X و مجموعه فازی $\tilde{A}$ را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$X = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}, \quad \tilde{A} = \{(۱, ۰/۲), (۲, ۰/۴), (۳, ۰/۵), (۴, ۰/۷)\}.$$

در این صورت تکیه‌گاه مجموعه فازی $\tilde{A}$ عبارت است از:

$$supp(\tilde{A}) = \{۱, ۲, ۳, ۴\}.$$

تعریف ۱.۱۱: ارتفاع مجموعه فازی $\tilde{A}$ که با $hgt(A)$ نمایش داده می‌شود، عبارت است از:

$$hgt(A) = \sup\{\mu_{\tilde{A}}(x) \mid x \in X\},$$

در صورتی که $hgt(A) = ۱$ باشد، $\tilde{A}$ را یک مجموعه‌ی فازی نرمال و در غیر این صورت $\tilde{A}$ را یک مجموعه‌ی فازی زیر نرمال می‌نامند.

تذکر: برای نرمال کردن یک مجموعه‌ی فازی زیرنرمال، کافی است که درجه عضویت هر عنصر را به $hgt(\tilde{A})$ تقسیم نمائیم. در این صورت مجموعه‌ی بدست آمده نرمال خواهد بود.

مثال ۱.۱۲: یک بنگاه معاملاتی ملکی می‌خواهد خانه‌هایی را که به مشتریان پیشنهاد می‌کند بر اساس تعداد اتاق خواب‌های موجود در هر یک از آن‌ها، به عنوان یک پارامتر راحتی، طبقه‌بندی نماید. با این فرض که تعداد اتاق‌ها در هر خانه حداکثر ۱۰ باشد، در این صورت مجموعه مرجع و مجموعه فازی " خانه‌ی راحت برای یک خانواده ۴ نفره " را می توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$X = \{۱, ۲, \ldots, ۱۰\},$$

$$\tilde{A} = \{(۱, ۰/۲), (۲, ۰/۵), (۳, ۰/۸), (۴, ۱)(۵, ۰/۷), (٦, ۰/۳)\},$$

در این صورت: $supp(\tilde{A}) = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ٦\}$. با توجه به اینکه درجه عضویت مربوط به یک خانه‌ی ۴ خواب برابر با یک است بنابراین مجموعه‌ی فازی $\tilde{A}$ یک مجموعه‌ی فازی نرمال است.

تعریف ۱.۱۳: مجموعه‌ی تمام x های متعلق به X که درجه عضویت آن‌ها در مجموعه‌ی فازی $\tilde{A}$ بزرگتر یا مساوی α باشد را مجموعه $\alpha-$ برش $\tilde{A}$ نامیده و با نماد $\tilde{A}(\alpha)$ نمایش می‌دهند:

$$\tilde{A}(\alpha) = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \quad , \quad ۰ < \alpha \leq ۱.$$

همچنین $\tilde{A}(0)$ را جداگانه به صورت $\tilde{A}(0)=\overline{\{x\in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x)>0\}}$ تعریف می‌کنیم.

مثال ۱.۱۴: مجموعه فازی $\tilde{A}$ را در مثال ۱.۱۲ در نظر بگیرید. مجموعه‌ی $\alpha-$ برش آن به ازای مقادیر $\alpha=0/3, 0/6, 1$ به قرار زیر است:

$$A(0/3)=\{2,3,4,5,6\},\ A(0/6)=\{3,4,5\},\ A(1)=\{4\}.$$

تعریف ۱.۱۵: مجموعه فازی $\tilde{A}$ کراندار است اگر به ازای هر α بزرگتر از صفر، مجموعه‌ی $\alpha-$ برش آن کراندار باشد.

تعریف ۱.۱۶: مجموعه فازی $\tilde{A}$ را محدب گوئیم، اگر به ازای هر x_2 و x_1 متعلق به X و هر λ متعلق به بازه $[0,1]$ داشته باشیم:

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2)\geq \min\{\mu_{\tilde{A}}(x_1),\mu_{\tilde{A}}(x_2)\}.$$

۱–۲–۱ برخی از عملگرهای جبری مجموعه‌های فازی

تابع عضویت یکی از اصلی‌ترین مفاهیم در مجموعه‌های فازی است، بنابراین جای تعجب نخواهد بود اگر عملیات روی مجموعه‌های فازی بر اساس توابع عضویت آن‌ها تعریف شود. در این بخش تعاریف مربوط به برخی از عملگرهای مجموعه‌ای برای مجموعه‌های فازی که در فصل‌های آینده مورد نیاز می‌باشند، ارائه می‌شود. برای مطالعه کامل‌تر می‌توان از مراجع[۱۹، ۲] استفاده کرد.

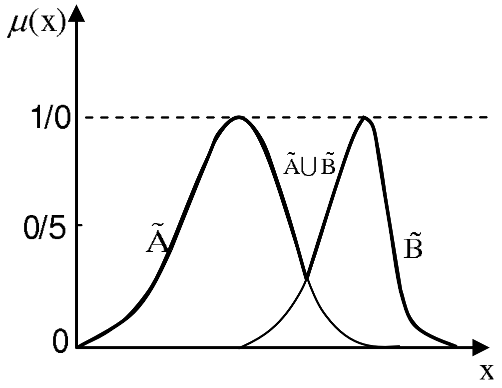
تعریف ۱.۱۷: اجتماع و اشتراک دو مجموعه فازی $\tilde{A}$ و $\tilde{B}$ تشکیل یک مجموعه فازی می‌دهند. تابع عضویت مربوط به اجتماع و اشتراک مجموعه فازی به ازای هر x متعلق به

مجموعه مرجع X به ترتیب با $\mu_{\tilde{D}}(x)$ و $\mu_{\tilde{C}}(x)$ نمایش داده می‌شوند و عبارت اند از:

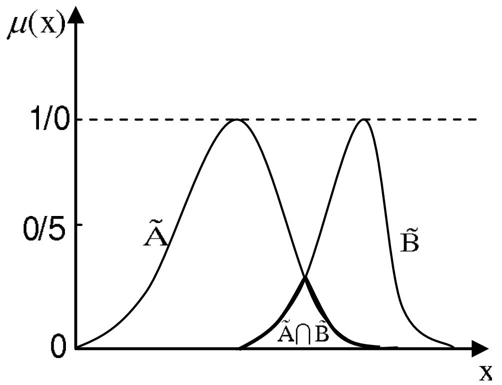
$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \mu_{\tilde{A}\cup\tilde{B}} = \max\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\},$$

$$\mu_{\tilde{C}}(x) = \mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}} = \min\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}.$$

تعریف ۱.۱۸: متمم مجموعه فازی $\tilde{A}$ را با $\tilde{A}^c$ نشان می‌دهیم و به ازای هر x از مجموعه مرجع، تابع عضویت آن عبارت است از: $\mu_{\tilde{A}^c}(x) = ۱ - \mu_{\tilde{A}}(x)$.

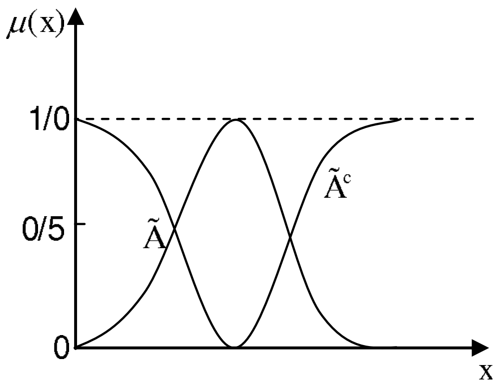


شکل ۱—۳ اجتماع دو مجموعه‌ی فازی.



شکل ۱—۴ اشتراک دو مجموعه‌ی فازی.

مثال ۱.۱۹: فرض کنید $X = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰\}$ مجموعه مرجع، $\tilde{A}$ و $\tilde{B}$ دو



شکل ۱—۵ متمم مجموعه‌ی فازی.

مجموعه فازی به صورت زیر باشند:

$$\tilde{A} = \{(۳, ۰/۸), (۵, ۱), (٦, ۰/٦)\}, \quad \tilde{B} = \{(۳, ۰/۷), (۴, ۱), (٦, ۰/۵)\}.$$

بنا به تعاریف قبل، اشتراک، اجتماع و متمم این دو مجموعه به ترتیب عبارتند از:

$$\tilde{C} = \{(۳, ۰/۷), (٦, ۰/۵)\},$$

$$\tilde{D} = \{(۳, ۰/۸), (۴, ۱), (۵, ۱), (٦, ۰/٦)\},$$

$$\tilde{A}^c = \{(۱, ۱), (۲, ۱), (۳, ۰/۲), (۴, ۱), (٦, ۰/۴), (۷, ۱), (۸, ۱), (۹, ۱), (۱۰, ۱)\}.$$

در سال ۱۹٦۵ پروفسور زاده[۲] [۱۹] نشان داد که برخی از خصوصیات عملگرهای جبری برای مجموعه‌های قطعی را می‌توان به عملگرهای جبری مجموعه‌های فازی تعمیم داد. با فرض این‌که $\tilde{A}$، $\tilde{B}$ و $\tilde{C}$ زیرمجموعه‌های فازی از X باشند، برخی از این خصوصیات به قرار زیر می‌باشند:

۱) قانون جابجایی :

$$\tilde{A} \cup \tilde{B} = \tilde{B} \cup \tilde{A}$$

$$\tilde{A} \cap \tilde{B} = \tilde{B} \cap \tilde{A}$$

[۲] Zadeh

۲) قانون شرکت‌پذیری :

$$\tilde{A} \cup (\tilde{B} \cup \tilde{C}) = (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cup \tilde{C}$$

$$\tilde{A} \cap (\tilde{B} \cap \tilde{C}) = (\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cap \tilde{C}$$

۳) قانون پخش پذیری:

$$\tilde{A} \cup (\tilde{B} \cap \tilde{C}) = (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cap (\tilde{A} \cup \tilde{C})$$

$$\tilde{A} \cap (\tilde{B} \cup \tilde{C}) = (\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cup (\tilde{A} \cap \tilde{C})$$

۴) قانون دمورگان:

$$(\tilde{A} \cup \tilde{B})^c = \tilde{A}^c \cap \tilde{B}^c$$

$$(\tilde{A} \cap \tilde{B})^c = \tilde{A}^c \cup \tilde{B}^c$$

۵) قانون نقیض دوگان:

$$(\tilde{A}^c)^c = \tilde{A}$$

با این‌که خواص فوق هم برای مجموعه‌های کلاسیک و هم مجموعه‌های فازی صادق‌اند، اما خواصی نیز هستند که تنها برای مجموعه‌های کلاسیک معتبرند؛ در مجموعه‌های کلاسیک همواره اجتماع یک مجموعه با متمم آن مجموعه، مجموعه‌ی مرجع می‌باشد و اشتراک یک مجموعه با متمم آن مجموعه، مجموعه‌ی تهی خواهد بود. ولی این قانون در مورد مجموعه‌های فازی همواره درست نیست؛ یعنی:

$$\tilde{A}^c \cup \tilde{A} \neq X \ \ , \ \ \tilde{A}^c \cap \tilde{A} \neq \emptyset.$$

مثال ۲۰.۱: فرض کنید به ازای تمام x های متعلق به مجموعه مرجع X، $\mu_{\tilde{A}}(x) = ۰/۵$. در این صورت به آسانی می‌توان دریافت که $\tilde{A}^c \cup \tilde{A} \neq X$ و همچنین $\tilde{A}^c \cap \tilde{A} \neq \emptyset$.