بسم الله الرحمن الرحيم

١٤٣٧٤٧

دانشکده علوم پایه

پایان‌نامه کارشناسی ارشد
ریاضی کاربردی

عنوان:

بررسی روش ترکیبی تحلیل پوششی داده‌ها- شبکه عصبی در ارزیابی کارایی سیستم‌ها

دانشجو:

غزاله اصلانی

استاد راهنما:

دکتر سید حجت اله مومنی ماسوله

استاد مشاور:

دکتر علاء الدین ملک

۱۳۸۶/۷/۲۲

بهمن ۱۳۸۶

۱۴۳۷۴۷

بسمه تعالی

صورتجلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی کارشناسی ارشد

با تأییدات الهی و با استعانت از حضرت ولی عصر "عج"، دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

آقای/خانم نرگس امدادی در رشته (گرایش) ریاضی - کاربردی

با عنوان : بررسی روش ترکیبی تحلیل پوشش داده ها - شبکه عصبی در ارزیابی کارایی سیستم ها

به ارزش ۶ واحد، رأس ساعت ۳ بعدازظهر روز دوشنبه مورخ ۲۹ بهمن ۸۶

در دانشکده علوم پایه دانشگاه شاهد تشکیل گردید. هیأت داوران پایان نامه را با نمره ۱۹,۵ و درجه عالی ارزیابی نمود.

مشخصات هیات داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه دانشگاهی	دانشگاه یا موسسه	امضاء
۱- استاد راهنما	دکتر سید حجت الله بروجنی	استادیار	شاهد	
۲- استاد راهنما دوم (حسب مورد)				
۳- استاد مشاور	دکتر عباد الدین نصب	دانشیار پایه ۲۱	تربیت مدرس	۸۱،۱۱،۲۹
٤- استاد مشاور (حسب مورد)				
٥- استاد مدعو داخلی	دکتر سید رضا برندی	استادیار ۱۸	شاهد	
٦- - استاد مدعو خارجی	دکتر اسماعیل خزم	دانشیار پایه ۱۳	صنعتی امیرکبیر	

مالکیت حقوقی پایان‌نامه

مالکیت حقوقی این اثر به دانشگاه شاهد تعلق دارد.

هوالمحبوب

سپاس و ستایش معبود یگانه را که پرتو الطاف بی‌شمارش بر لحظه لحظهٔ زندگی‌ام ساطع و آشکار است. حمد و ثنا می‌گزارم او را که فکرت و اندیشه را در بستر روحم روان ساخت و بهره‌گیری از خوان گستردهٔ دانش اساتیدم را نصیب و روزی‌ام گردانید.

امتنان و سپاس می‌گزارم تلاش‌ها، زحمات و راهنمایی‌های ظریف، ارزشمند و بی‌شائبهٔ استادان فرزانه و گرانمایه‌ام، آقایان دکتر سید حجت اله مؤمنی و دکتر علاء الدین ملک را که با حمیت و جدیت، مرا به دقت، اندیشه، درک و تعمق وا می‌داشتند. از اساتید محترم جناب آقای دکتر اسماعیل خرم و جناب آقای دکتر حمیدرضا نویدی که زحمت داوری این پایان نامه را تقبل نمودند، کمال سپاسگزاری را دارم. هم چنین از دوستان گرامی آقای علیرضا داودی دانشجوی دکتری ریاضی و سرکار خانم فاطمه قربانی نیز کمال تشکر را دارم و از زحمات بی دریغ جناب آقای دکتر امید علی و سرکار خانم پازوکی نیز سپاسگزارم.

غزاله اصلانی
بهمن ۱۳۸۶

تقدیم به بهترین واژگان حیات:

پدر و مادر مهربانم

همراه کودکیم:

خواهرم

همسفر همیشگی زندگیم:

همسرم

فهرستِ مطالب

چکیده ۱

۱ کارایی ۱

۱.۱ تابع تولید ۲
۱.۱.۱ تعریف کارایی ۳

۲.۱ اندازه گیری کارایی توسط روش‌های پارامتری ۷
۱.۲.۱ تحلیل تابع مرزی تصادفی ۹

۲ تحلیل پوششی داده‌ها ۱۱

۱.۲ مجموعه امکان تولید و تعیین آن ۱۲
۱.۱.۲ اصول موضوعه برای تعیین مجموعه امکان تولید ۱۲

۲.۲ مدل‌های اساسی در تحلیل پوششی داده‌ها ۱۴
۱.۲.۲ دیدگاه‌های موجود در تحلیل پوششی داده‌ها ۱۶
۲.۲.۲ مدل CCR با ماهیت ورودی ۱۹
۳.۲.۲ نقش ε غیرارشمیدسی ۲۱

۳.۲ مدل‌های با ماهیت خروجی ۲۲

۴.۲ بازده به مقیاس ۲۴

۵.۲ مدل BCC با ماهیت ورودی ۲۵

۱.۵.۲ مدل جمعی ۲۸
۶.۲ مدل‌های FDH ۲۹
۷.۲ مدل‌های پیشنهادی دیگر در DEA ۳۰
۱.۷.۲ محدودیت‌های وزنی در تحلیل پوششی داده‌ها ۳۰
۲.۷.۲ روش بازه اطمینان ۳۱
۳.۷.۲ روش نسبت مخروطی ۳۴
۸.۲ رتبه بندی ۳۵
۱.۸.۲ رتبه بندی با استفاده از ماتریس کارایی متقاطع ۳۵
۲.۸.۲ روش اندرسون وپترسون ۳۷
۳.۸.۲ رتبه بندی با استفاده از DEA و تحلیل سلسله مراتبی ۳۹
۹.۲ انواع بازده به مقیاس در مدل‌های DEA ۴۰
۱.۹.۲ مدل بازده به مقیاس افزایشی ۴۱
۲.۹.۲ مدل بازده به مقیاس کاهشی ۴۱
۳.۹.۲ مدل بازده به مقیاس کلی ۴۲
۱۰.۲ مدل‌های ضربی ۴۲
۱۱.۲ مدل تعیین کارایی بر اساس متغیرهای کمکی ۴۳
۱۲.۲ تراکم ۴۵
۱.۱۲.۲ مقایسه بین DEA و SFA ۵۰

۳ شبکه‌های عصبی مصنوعی ۵۱

۱.۳ مدل شبکه عصبی ۵۶
۲.۳ یادگیری در شبکه‌های عصبی ۵۸
۳.۳ الگوریتم پس انتشار خطا ۶۰
۴.۳ پرسپترون چند لایه ۶۸

۵.۳ شبکه‌های تابع شعاع مدار ۷۲
۱.۵.۳ مقایسه شبکه‌های RBF و MLP ۷۶
۲.۵.۳ خوشه یابی ۷۶
۳.۵.۳ الگوریتم K- میانگین ۷۷
۴.۵.۳ الگوریتم نزدیک ترین P- همسایگی ۷۸
۵.۵.۳ الگوریتم آموزش دو فازی شبکه RBF ۷۸

۴ الگوریتم ترکیبی تحلیل پوششی داده‌ها و شبکه عصبی مصنوعی ۸۲

۱.۴ الگوریتم ترکیبی تحلیل پوششی داده‌ها و شبکه عصبی مصنوعی ۸۶

۲.۴ نتیجه گیری ۹۸

واژه نامه فارسی به انگلیسی ۱۰۹

واژه نامه انگلیسی به فارسی ۱۱۱

مراجع ۱۱۴

فهرستِ اشکال

۱.۱ نمایش محاسبه کارایی فنی و تخصیصی ۵

۱.۲ نمایش واحد های مثال ۱ ..... ۱۷
۲.۲ نمایش مرز کارایی BCC برای واحدهای مثال ۱ ..... ۲۷
۳.۲ نمایش تراکم ۴۹

۱.۳ نمایش نرون بیولوژیکی ۵۳
۲.۳ نمایش نرون عصبی تک خروجی ۵۷
۳.۳ نمایش پرسپترون چند لایه ۷۱
۴.۳ نمایش شبکه تابع شعاع مدار ۷۵

۱.۴ نمایش کارایی بدست آمده از دو روش DEA و $MLP-DEA$ ۹۱
۲.۴ تحلیل رگرسیون و ضریب همبستگی کارایی‌های محاسبه شده با DEA و $MLP-DEA$ ۹۲
۳.۴ نمودار مانده‌ها در مقابل مقادیر پیش بینی شده برای مدل $MLP-DEA$ ۹۳
۴.۴ نمایش همگرایی وزن‌های لایه خروجی شبکهRBF برای مجموعه S_1 ..... ۱۰۱
۵.۴ نمایش همگرایی وزن‌های لایه خروجی شبکهRBF برای مجموعه S_2 ..... ۱۰۲
۶.۴ نمایش همگرایی وزن‌های لایه خروجی شبکهRBF برای مجموعه S_3 ..... ۱۰۳
۷.۴ نمایش همگرایی وزن‌های لایه خروجی شبکه RBF برای مجموعه S_4 ..... ۱۰۴
۸.۴ نمایش کاهش میانگین مجذور خطای شبکه RBF برای چهار مجموعه S_1, S_2, S_3, S_4 ..... ۱۰۵
۹.۴ نمایش کارایی بدست آمده از دو روش DEA و $RBF-DEA$ ۱۰۶
۱۰.۴ تحلیل رگرسیون و ضریب همبستگی کارایی‌های محاسبه شده با DEA و $RBF-DEA$ ۱۰۷
۱۱.۴ نمودار مانده‌ها در مقابل مقادیر پیش بینی شده برای مدل $RBF-DEA$ ۱۰۸

فهرستِ جداول

۱.۲ مقادیر ورودی‌ها و خروجی‌های ۶ واحد مثال ۱۶
۲.۲ ماتریس کارایی متقاطع ۳۶

۱.۳ انواع تابع فعالیت برای نرون‌های میانی شبکه RBF ۷۹
۲.۳ انواع متریک‌های مورد استفاده در الگوریتم‌های خوشه‌بندی ۸۰
۳.۳ انواع توابع فعالیتی که در شبکه‌های عصبی به کار گرفته می‌شوند. ۸۱

۱.۴ جدول جزئیات ورودی‌ها ۸۶
۲.۴ جدول جزئیات خروجی‌ها ۸۷
۳.۴ مشخصات آماری داده‌های ورودی‌ها و خروجی‌های مربوط به شعب ۸۸
۴.۴ مشخصات ساختار شبکه‌های عصبی ۸۹
۵.۴ ساختار مجموعه‌های S_1, S_2, S_3, S_4 ..... ۹۶
۶.۴ مقایسه بین تعداد شعبه‌های متعلق به هر کدام از بازه‌های کارایی با روش‌های DEA و ترکیب DEA شبکه عصبی ۹۷
۷.۴ مقادیر محاسبه شده برای مراکز و شعاع‌های نرون‌های RBF ۹۹
۸.۴ میزان تأثیر صرفه جویی در هزینه‌های شعبه ناکارا در بهبود کارایی آن ۱۰۰

چکیده

با توجه به اهمیت تعیین کارایی در کلیه واحدهای متجانس در یک اجتماع، اعم از بانک‌ها، مراکز بهداشتی، مراکز تحصیلی و...، اهتمام زیادی در جهت برآورد صحیحی برای این امر صورت گرفته است. روش‌های که برای تعیین کارایی بکار گرفته می شوند در حالت کلی به دو دسته پارامتری و ناپارامتری تقسیم می شوند. در روش پارامتری فرم تابعی خاصی را برای تابع تولید در نظر می‌گیرند و سپس توسط روش‌های اقتصاد سنجی مرز کارایی تخمین زده می‌شود. روش ناپارامتری نیازمند تخمین تابع تولید نمی‌باشد و به عنوان مثال در روش تحلیل پوششی داده‌ها که یکی از مهم ترین روش‌های ناپارامتری محسوب می شود، مرز کارایی توسط سیستم برنامه ریزی خطی بدست می‌آید. هر کدام از روش‌های فوق الذکر دارای توانمندی‌ها و کاستی‌هایی می‌باشند که مطالعات بسیاری در جهت رفع نواقص آنها انجام گرفته است.

شبکه‌های عصبی مصنوعی یک نوع از ساختارهای محاسباتی هستند که در مدل سازی و شبیه سازی سیستم‌ها، بخصوص سیستم‌های غیر خطی به کرات استفاده شده‌اند. یکی از پر کاربرد ترین نوع شبکه‌های عصبی، شبکه‌های پیش خور چند لایه می‌باشند که با توجه به مهم ترین خاصیت‌های شبکه‌های عصبی که قدرت یادگیری و تعمیم آنها از الگوهای ارائه شده است، قابلیت تخمین یک نگاشت غیر خطی را برای یک مجموعه از مشاهدات دارا هستند. در این پایان نامه از ترکیب دو روش تحلیل پوششی داده‌ها و شبکه‌های عصبی، که هر دو از روش‌های ناپارامتری محسوب می‌شوند برای تخمین مرز صحیح کارایی استفاده شده است . در فصل‌های اول و دوم پایان نامه روش تحلیل پوششی داده‌ها و مدل‌های مختلف در این زمینه بیان شده و در فصل سوم شبکه‌های عصبی مصنوعی به همراه دو نوع پر کاربرد از آنها که شامل شبکه پرسپترون و شبکه تابع شعاع مدار می‌باشند، توضیح داده می‌شوند. در فصل چهارم به بیان داده‌های مربوط به شعب یک بانک و الگوریتم ترکیبی پیشنهادی برای ارزیابی عملکرد شعب آن پرداخته شده است و در نهایت نتیجه گیری و نتایج عددی ارائه شده است.

فصلِ ۱

کارایی

همه سازمان‌ها چه دولتی و چه خصوصی، برای توسعه، رشد و پایداری درعرصه رقابتی امروز، به سیستم ارزیابی عملکرد اثربخش نیاز دارند که در غالب آن بتوانند کارایی[1] اثربخشی برنامه‌های سازمان، فرآیند کاری و نیروی انسانی خود را مورد سنجش قرار دهند.
سازمان‌های کارا به جمع آوری و تحلیل داده‌ها بسنده نمی‌کنند، بلکه از این داده‌ها برای بهبود سازمان و تحقق رسالت‌ها و استراتژی‌های سازمان استفاده می‌کنند به عبارت دیگر به جای ارزیابی عملکرد به «مدیریت عملکرد» می‌پردازند. در این فصل ابتدا به ارائه تعاریفی در ارتباط با تابع تولید، کارایی و روش‌های موجود برای ارزیابی کارایی می‌پردازیم.

۱.۱ تابع تولید

تابع تولید[2] بیانگر رابطه بین ورودی‌ها با خروجی‌های یک واحد تصمیم گیری[3](DMU) در یک زمان واحد است. به عبارت دیگر اگر فرض کنیم بردار X ورودی و بردار Y خروجی باشد و تابع تولید مورد نظر را f بنامیم در اینصورت تابع تولید به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$Y = f(X) \qquad (۱.۱.۱)$$

در ادبیات موضوعی کارایی، تابع تولید تابعی است که با ترکیب ورودی‌ها بیشترین خروجی ممکن را تولید کند و لذا تابع تولید غالباً با مرز تولید که در واقع بیانگر حداکثر محصول (خروجی) است که به ازای میزان متفاوتی از منابع (ورودی‌ها) در نظر گرفته می‌شود، همسو قرار می‌گیرد. دو روش کلی برای تعیین این تابع وجود دارد:

۱. ***روش پارامتری***[4]

۲. ***روش ناپارامتری***[5]

در روش‌های پارامتری، برای تابع تولید از ابتدا یک فرم خاصی را در نظر می‌گیرند و سپس با استفاده از روش‌های مختلف آماری و اقتصاد سنجی به برآورد پارامترهای مجهول تابع پرداخته و در نهایت با بکارگیری این تابع نسبت به تعیین کارایی اقدام می شود. در استفاده از رویکرد پارامتری، برای یافتن تابع تولیدی که برای سیستم تحت ارزیابی یا جامعه تعیین شده است، با مشکلاتی از قبیل برآورد، بررسی و حدس تابع تولید، تعیین پارامترهای آن و بررسی صحت این حدس مواجه هستیم و یکی دیگر از ایرادهای این روش تک خروجی بودن مدل‌های پیشنهادی است.

---

[1] *Efficiency*

[2] *Production Function*

[3] *Decision Making Unit*

[4] *Parametric Method*

[5] *Non – Parametric Method*

در برابر روش‌های پارامتری، روش‌های ناپارامتری قرار دارند که در روند ناپارامتری شکل مشخصی برای تابع تولید در نظر گرفته نمی‌شود و مستقیماً با داده‌های مشاهده شده سروکار دارند. فارل[۶] را می‌توان به عنوان اولین کسی نام برد که در سال ۱۹۵۷ روش ناپارامتری را برای ارزیابی کارایی بکار برد[۲۳]. او به جای حدس تابع تولید، با استفاده از مقادیر ورودی‌ها و خروجی‌ها و با برازش یک تابع قطعه قطعه خطی کارایی را برای واحدهایی که دارای یک ورودی و یک خروجی بودند، محاسبه نمود. پس از وی، چارنز[۷]، کوپر[۸] و رودز[۹] کار فارل را به حالت چندین ورودی و چندین خروجی گسترش داده و اولین مدل را در « تحلیل پوششی داده‌ها» ارائه کردند و لذا عنوان آن را به افتخار حروف اول نام خود، CCR نهادند[۱۱] و پس از آن بنکر[۱۰]، چارنز و کوپر در ۱۹۸۴ با ایجاد تغییراتی درمدل CCR، مدل BCC را ارائه کردند که این دو مقاله اساس کار مطالعات تحلیل کارایی شدند[۶].

در یک بیان کلی، تحلیل پوششی داده‌ها تکنیکی ناپارامتری است که برای هر واحد تصمیم‌گیری یک مساله بهینه سازی و در واقع یک برنامه‌ریزی خطی را حل می‌کند و از آنجایی که در این روش کارایی یک تصمیم گیری نسبت به واحدهای دیگر با ورودی‌ها و خروجی‌های مشابه ارزیابی می‌شود، کارایی بدست آمده از آن، کارایی نسبی است.

۱.۱.۱ تعریف کارایی

کارایی می‌تواند با توجه به جایگاهی که در آن قراردارد، مفاهیم مختلفی را به خود اختصاص دهد. به عنوان نمونه کارایی از نقطه نظر یک مهندس می تواند « نسبت مقدار گرمای بدست آمده از یک وسیله در مقابل ماکزیمم مقدار گرمای مورد انتظار با مقدار معینی ورودی (سوخت) » تعریف گردد. این نسبت می‌تواند به صورت زیر بیان گردد:

$$\text{کارایی} = \frac{y_r}{y_R}$$

که درآن y_r بیانگر گرمای بدست آمده از یک دستگاه با مقدار سوخت معین و y_R نیز ماکزیمم گرمایی که انتظار می‌رفت توسط دستگاه با همان مقدار ورودی بدست آید، می‌باشد. کارایی از نظر یک مدیر مالی می‌تواند نسبت هزینه استاندارد به هزینه مصرف شده باشد و یا از نظر مسئول یک شرکت تولیدی، کارایی نسبت کالای تولید شده به منابعی که برای آن مصرف شده، می‌باشد. تعریف کارایی از دیدگاه پیرس[۱۱] در ۱۹۹۷ به اینصورت بیان شده: « کارایی بیانگر این مفهوم است که یک سازمان به چه میزان از منابع خود در راستای تولید نسبت به بهترین عملکرد در مقطعی از زمان استفاده کرده است » [۳۷].

---

[6] *Farrel*

[7] *Charnes*

[8] *Cooper*

[9] *Rohdes*

[10] *Banker*

[11] *Pierce*

سامنتث[۱۲] در ۱۹۸۴ کارایی را با توجه به مقدار خروجی مورد انتظار یا استاندارد به صورت زیر تعریف کرده است[۵۱]:

$$\text{کارایی} = \frac{\text{خروجی واقعی}}{\text{خروجی مورد انتظار}} = \frac{\frac{\text{خروجی واقعی}}{\text{ورودی واقعی}}}{\frac{\text{خروجی مورد انتظار}}{\text{ورودی واقعی}}}$$

اما آن مفهومی که در ذهن از کارایی برای افراد یک جامعه نقش بسته است می‌تواند در کلمات زیر خلاصه گردد: کارایی یک سازمان عبارتست از استفاده بهینه از منابع و کسب نتیجه بهینه.

لذا با توجه به مطالب فوق در ساده‌ترین حالت یک ورودی و یک خروجی، کارایی یک واحد تصمیم گیرنده به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{کارایی} = \frac{\text{خروجی}}{\text{ورودی}} \qquad (۲.۱.۱)$$

ذکر این نکته ضروری است که در موارد واقعی، واحدهای تصمیم گیری که در این نوشتار آنها را به اختصار DMU خطاب می‌کنیم، دارای تعداد ورودی‌ها و خروجی‌های متعددی می‌باشند و لذا در محاسبه کارایی چنین واحدهایی باید تدابیری را اتخاذ نمود که در ادامه به آنها اشاره خواهیم کرد. از انواع کارایی می‌توان موارد زیر را بیان نمود:

۱. ***کارایی فنی (تکنیکی)***[۱۳]

۲. ***کارایی تخصیصی***[۱۴]

۳. ***کارایی اقتصادی***[۱۵]

۴. ***کارایی ساختاری***[۱۶]

۵. ***کارایی مقیاس***[۱۷]

حال به توضیح اجمالی در مورد انواع مختلف کارایی می‌پردازیم:

کارایی فنی: این نوع کارایی نشان دهنده میزان توانایی یک واحد تصمیم گیرنده(DMU) برای حداکثر سازی میزان تولید با توجه به منابع و عوامل تولید مشخص شده می‌باشد. به عبارت دیگر میزان

---

[12] *Sumanth*

[13] *Technical Efficiency*

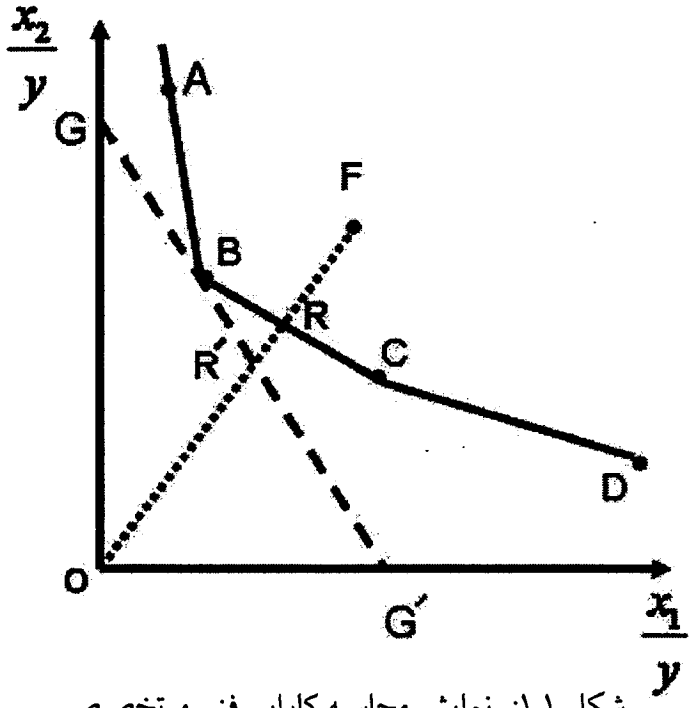
[14] *Allocative Efficiency*

[15] *Economic Efficiency*

[16] *Structural Efficiency*

[17] *Scale Efficiency*

توانایی تبدیل ورودی‌ها به خروجی‌ها در مقایسه با بهترین عملکرد، توسط کارایی فنی سنجیده می‌شود. فرض کنید پنج واحد تولیدی A، B، C، D و F دو ورودی x_1 و x_2 را جهت تولید خروجی y بکار می‌گیرند. در شکل ۱.۱، اگر نسبت هر یک از ورودی‌ها را به خروجی عنوان نسبت محورهای مختصات در نظر بگیریم و به روش‌هایی که در آتی بیشتر به آنها می‌پردازیم، یک مرز کارایی را برای این واحدها در نظر می‌گیریم. کلیه واحدهایی که روی مرز قرار می‌گیرند دارای ضریب کارایی یک می‌باشند و لذا به عنوان واحدهای کارا قلمداد می‌شوند. یک واحد را از نظر



شکلِ ۱.۱: نمایش محاسبه کارایی فنی و تخصیصی

فنی (تکنیکی) کارا گوییم هرگاه این واحد روی مرز کارایی قرار گیرد و لذا در شکل ۱.۱ تمام واحدهایی که روی مرز قرار گرفته‌اند، از لحاظ فنی کارا هستند و واحدهایی که در بالای مرز قرار می‌گیرند، واحدهای ناکارا قلمداد می‌شوند. برای مثال کارایی فنی واحد F را می‌توان از نسبت زیر بدست آورد:

$$\text{کارایی فنی واحد } F = \frac{OR}{OF} \qquad (۳.۱.۱)$$

از آنجایی که واحد F کارا نمی‌باشد مگر زمانی که در جایگاه واحدی مانند R که روی مرز وجود دارد، قرار بگیرد، لذا برای محاسبه کارایی فنی آن از نسبت بالا استفاده می‌کنیم.

کارایی تخصیصی: این نوع کارایی مفهومی است که به تخصیص بهینه عوامل تولید با توجه به قیمت این عوامل اطلاق می‌شود. در واقع کارایی تخصیصی مربوط به اهداف رفتاری واحدها می‌باشد و چون اهداف رفتاری عموماً شامل مواردی چون حداکثر نمودن درآمدها، حداقل نمودن هزینه‌ها و یا حداکثر نمودن سود است، به اطلاعات قیمتی در مورد ورودی‌ها و خروجی‌ها نیازمند هستیم.
در شکل ۱.۱، اگر اطلاعاتی راجع به قیمت ورودی‌ها در دست باشد آنگاه اگر پاره خط GG' شیب نسبت دو قیمت باشد، ملاحظه می‌کنیم که در نقطه B کمترین شیب را داراست. لذا کارایی تخصیصی واحد F به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\text{کارایی تخصیصی واحد } F = \frac{OR'}{OR} \qquad (۴.۱.۱)$$

کارایی اقتصادی: این نوع کارایی در واقع ترکیبی از دو نوع کارایی قبلی، یعنی کارایی فنی و کارایی تخصیصی است. کارایی اقتصادی را کارایی کل[18] نیز می‌نامند. کارایی اقتصادی را از حاصل ضرب کارایی فنی در کارایی تخصیصی بدست می‌آوریم:

$$\text{کارایی اقتصادی واحد } F = \frac{OR}{OF} \times \frac{OR'}{OR} = \frac{OR'}{OF} \qquad (۵.۱.۱)$$

کارایی ساختاری: کارایی ساختاری یک صنعت از متوسط وزنی کارایی موسسات آن صنعت بدست می‌آید. اگر کارایی بنگاه jام را با $E(j)$ و وزن داده شده به بنگاه را به صورت $W(j) = (\frac{q(j)}{Q})$ یعنی محصول بنگاه jام به کل محصول صنعت (سهم بازار بنگاه jام) نشان دهیم، کارایی ساختاری از نظر فارل به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S = \frac{۱}{n}\sum_{j=۱}^{n} W(j)E(j)$$

با استفاده از این نوع کارایی می‌توان کارایی صنایع مختلف با محصولات مختلف را با هم مقایسه کرد.

کارایی مقیاس: کارایی مقیاس یک واحد از نسبت « کارایی مشاهده شده» آن واحد به « کارایی در مقیاس بهینه» بدست می‌آید. هدف این کارایی تولید در مقیاس بهینه می‌باشد.

در حالت کلی، کارایی را می‌توان به دو دسته کارایی مطلق[19] و کارایی نسبی[20] تقسیم بندی نمود. کارایی مطلق از سنجش واحدهای تصمیم‌گیری با یک سطح استاندارد بدست می‌آید و کارایی نسبی از سنجش

---

[18] *Overall Efficiency*

[19] *Absolute Efficiency*

[20] *Relative Efficiency*

واحدها با یکدیگر محاسبه می‌گردد. از آنجایی که تعریف یک سطح استاندارد و رسیدن به آن در اکثر مواقع دشواراست لذا غالباً از کارایی نسبی استفاده می‌شود. هدف از اندازه گیری کارایی نسبی، مقایسه کارایی یک واحد با واحدهای دیگری است که ورودی‌ها و خروجی‌های نسبتاً مشابهی دارند[۶۰، ۶۲].

۲.۱ اندازه گیری کارایی توسط روش‌های پارامتری

یک مدل اقتصادی به مجموعه ساختارهایی مربوط می‌شود که بوسیله روابط بین متغیرهای اقتصادی تعریف می‌شوند. مشخصات ساختاری مدل، مجموعه‌ای از متغیرها را در بر می‌گیرد که مقادیر عددی آنها در طی زمان، در درون آن ساختار معین تغییر می‌کنند. متغیرها معمولاً به دو دسته متغیرهای درون‌زا[۲۱] و متغیرهای برون‌زا[۲۲] تقسیم می‌شوند.
متغیرهای درون‌زا آنهایی هستند که مقادیرشان به وسیله ساختار تعیین می‌شود. اما متغیرهای برون‌زا از پیش تعیین شده‌اند و مقادیر آنها برای یک مطالعه خاص معلوم است. لذا متغیرهای برون‌زا از پیش معلومند و در تعیین متغیرهای درون‌زا اثر دارند ولی فرض می‌شود که خود این متغیرها متأ ثر از متغیرهای درون‌زا نیستند، یعنی یک جریان تأ ثیر از متغیرهای برون‌زا به درون‌زا وجود دارد و نه بالعکس.
یک مدل اقتصادی روابط بین متغیرهای برون‌زا و درون‌زا را به طور نظری شرح می‌دهد. در ساده‌ترین حالت مدل زیر را در نظر بگیرید:

$$c = \alpha + \beta y + v \qquad (۶.۱.۲)$$

که دراین مدل α و β پارامترهای مجهول مدل، y پارامترمعلوم می‌باشند و v جمله اختلال است. v عنصر تصادفی است که در معادله رفتاری نمی‌توان آنرا مشاهده کرد. در عمل متخصصین اقتصاد سنجی از روی سوابق گذشته یک اقتصاد خاص، ارقام و داده‌های لازم را برای متغیرهای برون زای مساله جمع آوری می‌کنند و سپس پارامترهای مدل را با توجه به محدودیت‌هایی که برای جمله v درنظرمی‌گیرند، برآورد می‌کنند.
مشخص نمودن مدل تابع و شکل آن به طورعمیقی بر نظریه اقتصاد و ریاضیات متکی است. اما مشخص کردن جمله اختلال بطور وسیعی به نظریه آمار بستگی دارد. غالباً مشخص نمودن جمله اختلال به تنهایی مساله اصلی اقتصاد سنجی تلقی می‌شود. به عنوان یک مدل نمونه، چنانچه متغیرهای دیگر ثابت باشند، مقدار تقاضا برای یک کالا به قیمت آن بستگی دارد. یعنی یک متغیر درون زای Q^d به طور ریاضی به یک متغیر برون زای p وابسته است و آنرا می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

$$Q^d = f(p) \qquad (۷.۱.۲)$$

[21] *Endogenous Variable*

[22] *Exogenous Variable*

ازآنجا که سایر فاکتورها به ندرت ثابت هستند و در دنیای واقعی عوامل تصادفی بر رفتار انسانی حاکم هستند لذا در واقع باید رابطه (۷ .۱.۲) را به صورت زیر نمایش داد:

$$Q^d = g(p, v) = \alpha + \beta p + v. \qquad (۸ .۱.۲)$$

همانطور که قبلاً بیان شد v جمله اختلالی می‌باشد که نمی‌توان این متغیر نمادی را مشاهده کرد و این بدان معناست که برای این متغیر مجموعه‌ای از مشاهدات وجود ندارد که بتوان آنرا به منظور برآورد مورد استفاده قرار داد. این متغیر عوامل شانسی غیر قابل مشاهده را بیان می‌کند و رابطه (۸ .۱.۲) را به هیچ طریق منظمی تحت تأثیر قرار نمی‌دهد. در واقع قسمتی از تغییرات در مقدار تقاضا به طور منظم به تغییرات در قیمت بستگی دارد، لیکن بخشی از تغییرات تصادفی همچنان بدون توضیح باقی می‌مانند. ممکن است عوامل تصادفی بیشماری موجود باشند که رابطه مورد نظر را تحت تأثیر قرار دهند. اگر تعداد این عوامل زیاد باشد اهمیت چندانی ندارد، اما اگر آنها با هم مرتبط باشند زیان آور است. زیرا اگر آنها به هم مرتبط باشند به احتمال زیاد تأثیر منظمی بر متغیر درون‌زا خواهند داشت. لذا با فرض وجود عناصر تصادفی بیشمار در v باید فرض کنیم که هیچ کدام از این عناصر، آنقدر بزرگ نیستند که بر متغیر وابسته تأثیر غالب و منظمی داشته باشند. لذا می‌توان فرض کرد که مقادیر جمله اختلال به طور مستقل از یک توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ_v^2 ثابتی به وجود آمده‌اند و واریانس این توزیع برای مقادیر مختلف p ثابت است. میانگین v برابر صفر فرض می‌شود و واریانس آن را مقداری ثابت و محدود در نظر می‌گیرند. پس از این موارد، برای تخمین پارامترهای مجهول از روش‌هایی مانند روش کمترین مربعات معمولی [۲۳] استفاده می‌کنند[۶۱].

همانطور که بیان شد تابع تولید، ارتباط فنی بین عوامل تولید و محصول بدست آمده از یک فرآیند تولیدی را بیان می‌دارد. این تابع نشان دهنده حداکثر محصولی است که می‌توان از میزان مشخصی عوامل تولید طی یک فرآیند تولیدی بدست آورد. در روش‌های پارامتری که برای اندازه‌گیری کارایی استفاده می‌شوند، در واقع تابع تولید مشخصی با استفاده از روش‌های مختلف آماری و اقتصاد سنجی تخمین زده شده و سپس با بکارگیری این تابع نسبت به تعیین کارایی اقدام می‌گردد. رویکرد تحلیل پارامتری ارزیابی کارایی خود به دو دسته تقسیم می‌شود:

۱. ***مدل مرزی قطعی یا معین*** [۲۴]

۲. ***مدل مرزی تصادفی*** [۲۵]

---

[23] *Ordinary Least Square Method*

[24] *Deterministic Frontier Model*

[25] *Stochastic Frontier Model*

درسال ۱۹۶۸، ایگنر[۲۶] و چو[۲۷] تابع تولید مرزی پارامتری را به شکل تابع کاب داگلاس[۲۸] برای تخمین کارایی N واحد تصمیم‌گیری تخمین زدند[۲]. مدل آنها به صورت زیر تعریف شده بود:

$$Ln(y_i) = x_i\beta - u_i \qquad (۹.۱.۲)$$

که در آن y_i بردار محصول، x_i بردار نهاده، β پارامتر مجهول مدل و u_i متغیر تصادفی غیرمنفی است که نشان دهنده عدم کارایی فنی واحدها است. این مدل که به مدل مرزی معین معروف است، دارای این محدودیت می‌باشد که امکان تأثیرگذاری خطا و سایر اجزای اختلال‌ها را در تخمین مرز تصادفی در نظر نمی‌گیرد و لذا همه انحراف‌ها از مرز را ناشی از عدم کارایی فنی می‌داند.
از طرف دیگر ساختار تابع مرزی تصادفی به صورت زیر می‌باشد:

$$y_i = x_i\beta + v_i - u_i \qquad (۱۰.۱.۲)$$

که در آن v_i جزء اختلال مدل با فرض $v_i \sim N(۰, \sigma_v^۲)$ و u_i نیز همان متغیر عدم کارایی فنی واحدها است. لذا در تحلیل مرزی تصادفی، انحراف واحدها از تابع تولید مرزی به دو بخش v_i و u_i بستگی دارد که از نظر ماهیت با یکدیگر تفاوت دارند. v_i توضیح دهنده عواملی است که خارج از حوزه کنترل تولید کننده و یا واحدهای تحت ارزیابی قرار دارند مثل حوادث مساعد و نامساعد خارجی از قبیل خوش شانسی، آب و هوا، عملکرد ماشین آلات و همچنین اشتباهات اندازه‌گیری در آمارها و متغیرهای غیرمهمی که از مدل کنار گذاشته شده‌اند. این متغیر تصادفی دارای توزیع نرمال بوده و مستقل از u_i نیز می‌باشد. از طرفی u_i نشان دهنده عدم کارایی فنی واحدها است یعنی نماینده مسائلی از قبیل عدم کارایی در مهارت‌ها، ضعف‌های مدیریتی، ناکارایی کارکنان واحدهاو ... می‌باشد. روش مرزی تصادفی[۲۹] روشی پارامتری است که برای تخمین مرز کارایی از روش‌های اقتصاد سنجی استفاده می‌نماید. از آنجایی که تابع مرزی هیچ گاه در عمل قابل دسترس نیست لذا فارل در ۱۹۵۷ پیشنهاد نمود که تابع مرزی بوسیله اطلاعات مشاهدات تخمین زده شود. تابع تولید مرزی، به عنوان حداکثر محصول قابل تولید از یک مجموعه از عوامل تولید تعریف می‌شود. شکل‌های رایج و پراستفاده توابع تولید، کاب داگلاس و ترانسلوگ[۳۰] می‌باشند.

۱.۲.۱ تحلیل تابع مرزی تصادفی

این روش بر مبنای مدل‌های اقتصاد سنجی و تئوری‌های اقتصاد خرد بنا شده است و در تحلیل‌ها از انواع آزمون‌های آماری استفاده می‌شود. در این روش ابتدا تابع تولید با توجه به فرض‌های درنظر گرفته شده

---

[26] *Aigner*

[27] *Chu*

[28] *Cobb – Douglas*

[29] *Stochastic Frontier Analysis*

[30] *Translog*